

O knize
LOGIKA PRO VŠECHNY OCHOTNÉ MYSLET

A. Sochor

Kniha byla psána se zadáním „pro vynikající studenty gymnasií“. Na počátku nepředpokládá vůbec žádné znalosti logiky, potřebná je pouze schopnost a hlavně ochota myslet.

První polovina knihy (s výjimkou dodatku k výrokovému počtu) je zcela elementární a uvádí mnoho příkladů ve formě jednoduchých hádanek. V první kapitole je probírán výrokový počet, jehož základy položila v antické době megarsko-stoická škola. Otázky pravdivosti složených výroků bývají probírány již ve škole, dokazatelnost ve výrokovém počtu je v textu předváděna dvakrát — jednak ukazujeme pravidla tzv. přirozené dedukce, která jsou velmi intuitivní a jejichž souhrn umožňuje poměrně snadné dokazování a jednak popisujeme versi obsahující jen několik málo principů (v této „minimální versi“ sice dokážeme totéž, avšak mnohdy mnohem obtížněji). První paragraf druhé kapitoly je věnován sylogismům — typu úvah, jež popsal Aristotelés a které tvořily základ vyučování logiky až do zobecňujících formulací matematické logiky ve druhé polovině 19. století a na počátku století dvacátého. Mimo jiné popíšeme také algoritmus, jenž umožní mechanicky řešit všechny sylogismy.

Ve druhém paragrafu kapitoly II je předvedeno moderní pojetí predikátového počtu, a to jak otázky pravdivosti, tak také problematika dokazování. Symbolické vyjadřování velice usnadňuje komunikaci v matematice, pro některé odpůrce formálního zápisu se však může stát vážnou překážkou. Proto je symbolickému zápisu v textu věnována značná pozornost a je předváděn na řadě příkladů.

První dvě kapitoly (bez dodatků) by měly být čitelné i pro čtenáře, který není zaměřen matematicky. Totéž platí o prvních šesti stranách §2 kap. III.

Vrcholem knihy je třetí kapitola. V první části prvního paragrafu předvádíme dokazování v axiomatické teorii, za nevhodnější příklad pokládá autor aritmetiku, jejíž axiomatika je poměrně jednoduchá a jediný složitější princip matematické indukce je probírán ve škole. Na druhé straně je indukce tak účinný prostředek, že bez jejího užití je nedokazatelných mnoho běžně užívaných pravidel počítání. To ukazujeme ve druhé části citovaného paragrafu sestrojením řady modelů splňujících všechny axiomy aritmetiky s výjimkou indukce, přičemž jeden každý model volíme tak, aby v něm nebylo splněno některé běžně užívané početní pravidlo.

Vrcholnými výsledky matematické logiky dvacátého století jsou Gödelovy věty o neúplnosti aritmetiky. Tyto výsledky bývají filosoficky interpretovány, bohužel někdy bez potřebné znalosti matematického výsledku a nezbytných souvislostí. Rozboru vět o neúplnosti je věnován druhý paragraf třetí kapitoly. Věty nejen formulujeme matematicky zcela přesně, dokonce se snažíme o předvedení principů, které vedou k jejich prokázání. Omezujeme se pochopitelně jen na uvedení základních myšlenek, „otrockou prací“ potřebnou k ukázkám korektnosti těchto principů se nezatažujeme. Autorovi není známo, že by v české literatuře byl proveden pokus o tak podrobný popis Gödelových myšlenek v intuitivní rovině. Pochopení idejí předložených v popisovaném paragrafu již není snadnou záležitostí a vyžaduje od čtenáře úsilí a vůli.

Text četli dvě skupinky studentů. První skupina prokázala, že je možno knihu číst i bez předběžného výkladu. Druhá skupinka měla četbu ulehčenou předběžným výkladem, avšak jejím úkolem byla mnohem podrobnější kontrola textu. K autorovu překvapení měli studenti potíže s pojmem modelu teorie, text byl tedy přepracován a doplněn o řadu příkladů. Přípravné úvahy ke Gödelovým větám ani jejich přesná matematická formulace nečinily studentům potíže, centrální myšlenky prokazování vět o neúplnosti (aplikace vlastností Gödelovy a Rosserovy formule) však zvládli až po opakovaném čtení. Je tudíž pravděpodobné, že většina čtenářů bude muset závěr druhého paragrafu třetí kapitoly číst několikrát. Úvahy, které na počátku třicátých let minulého století zaskočily celý matematický svět, se už autorovi nepodařilo vyjádřit jednodušeji.

Text přibližuje čtenáři základní myšlenky logiky v její moderní podobě. Přitom v každém alespoň trochu zvědavém čtenáři vzbudí řadu otázek, odpovědi na řadu z nich lze nalézt v dodatcích k jednotlivým kapitolám (experiment se skupinkami studentů opravdu ukázal, že na nejběžnější dotazy je odpověď připravena). O něco méně důležité poznatky jsou psány petitem, celkově je tedy kniha psána jako stovebnice a čtenář sám si rozhodne, do jakých podrobností chce v tom kterém okamžiku a v té které partii zajít.

A.S.