

Diagnostické metody v astrofyzice*)

JAN HEKELA, IVAN HUBENÝ

Astronomický ústav ČSAV, 251 65 Ondřejov

9.5

V článku jsou stručně popsány dva základní způsoby spektroskopické diagnózy astrofyzikálního plazmatu. V syntetickém přístupu je problematika vysvětlena především na teorii hvězdných atmosfér. V analytickém přístupu je pozornost věnována zejména metodám řešení a problémům matematické stability.

Diagnostic methods in astrophysics

Two basic ways of the spectroscopic diagnostics of the astrophysical plasma are briefly described. In the synthetic approach the problems are illustrated namely on the stellar atmospheres theory. In the analytical approach we deal especially with the methods of solution and the problems of mathematical stability.

1. Úvod

Astrofyziku můžeme z hlediska vztahu k experimentu rozdělit zhruba na dvě základní odvětví, a to **astrofyziku evoluční a interpretační**. První, jak už napovídá název, se zabývá výkladem vývoje kosmických objektů na základě informací o současném stavu studovaného tělesa (např. naší Galaxie, hvězdy určitého typu, nějakého dvojhvězdného systému, rozložení mezihvězdného plynu atp.). Fyzikální modelaci se snaží určit ze současného stavu, jak těleso vypadalo v minulosti, eventuálně jak pravděpodobně vzniklo a jak se bude vyvíjet. Tyto teoretické předpovědi lze vesměs ověřovat pouze statistickým způsobem — tj. porovnáváním s tělesy, o kterých předpokládáme, že jsou na začátku („mladé“) a na konci („staré“) téže vývojové řady. Poněvadž nejde o kauzálně identické objekty, některé získané poznatky mohou být chybné nebo mít jen pravděpodobnostní význam.

Naproti tomu astrofyzika interpretační vychází přímo z pozorovaného čarového a spojitého spektra a prostřednictvím rozličných diagnostických metod usiluje o stanovení současného fyzikálního stavu studovaného objektu. Takto získané poznatky přejímá pak astrofyzika evoluční, a to jako vstupní data nebo okrajové podmínky pro složitě modelové výpočty.

Diagnostické metody samy mohou být velmi odlišné. V minulosti převládaly metody, které dnes souhrnně označujeme jako **hrubá analýza** spektra. Tyto metody většinou určovaly jakési průměrné hodnoty fyzikálních veličin, ale ty měly značně omezenou platnost (jen pro některé typy objektů).

Dnes užíváme detailnějších a exaktnějších metod zahrnovaných pod pojem tak zvané **jemné analýzy**. K té se obracíme zejména při studiu plošných objektů, tj. těch, které lze v dalekohledu pozorovat jako plošky několikanásobně větší, než je zdánlivá ploška, která vzniká turbulencí v zemské atmosféře a nepřesnostmi mechanického vedení dalekohledu během pozorování, i když je objekt „bodový“.

Jemná analýza využívá dvou základních pojetí diagnostického studia zářivého plazmatu, a to **přístupu syntetického a analytického**. Zatímco v syntetickém přístupu vycházíme z modelových

*) *Redakční poznámka:* Tento článek, napsaný na žádost redakce, přináší obecný pohled na problémy astrofyzikální diagnostiky, v níž autoři pracují (viz citace literatury).

parametrů zvolených *a priori* a určujeme další parametry, jmenovitě vystupující záření, a ty pak srovnáváme s pozorováním, v přístupu analytickém vycházíme přímo z pozorovaných dat a z nich se snažíme určit fyzikální povahu zkoumaného objektu. Nyní stručně popíšeme tyto dva přístupy.

2. Syntetický přístup

Základní úlohou je zjistit, jak se mění fyzikální parametry popisující dané prostředí s polohou v prostředí. V některých případech jde o určení záření, které z prostředí vystupuje, jeho závislosti na frekvenci, poloze a směru na vnějším okraji objektu. Toto záření potom přijímá pozemský pozorovatel a je pro něj jediným zdrojem informací o daném vzdáleném objektu.

Syntetický přístup se skládá z těchto dílčích kroků:

1. Stanovení fyzikálních parametrů, které popisují dané prostředí, a to jak vstupních (zadaných), tak určovaných (modelovaných).
2. Stanovení rovnic, které na daném stupni dnešního fyzikálního vědění a našeho názoru na fyzikální podstatu astrofyzikálních objektů „svazují“ fyzikální parametry.
3. Řešení těchto rovnic.

2.1. Stanovení fyzikálních parametrů

Přejdeme nyní ke krátkému rozboru obecných vlastností jednotlivých bodů. Nejprve je nutno podotknout, že pojem astrofyzikálního plazmatu je natolik rozsáhlý, že je prakticky nemožné hovořit o všech druzích zároveň. Lze ovšem zavést základní dělení na objekty stacionární, v kterých nevystupuje jako jeden z modelových parametrů čas, a nestacionární, v kterých čas figuruje. Je jasné, že i stacionární objekty se obecně vyvíjejí, ale tak pomalu, že je lze v daném časovém intervalu (např. po dobu pozorování) chápat jako stacionární. Za stacionární objekty je možno např. považovat normální hvězdné atmosféry, klidnou sluneční koronu a v jistém přiblížení i planetární a difúzní mlhoviny.¹⁾ Příklady značně nestacionárních objektů jsou rychlé sluneční jevy (jako erupce a protuberance), pulsující i jinak fyzikálně proměnné hvězdy, pulzary apod. V dalším výkladu se budeme zabývat pouze stacionárními objekty.

Například pro hvězdné atmosféry (vnější okrajová část hvězdy, z které k nám přichází pozorované záření) jsou základními vstupními parametry: efektivní teplota určující celkovou vstupující energii, chemické složení a gravitační zrychlení na povrchu hvězdy, hrající roli vstupního parametru pro hydrostatické vlastnosti atmosféry. Další vstupní veličiny plynou z bodu 2. Pro různé typy hvězd je třeba zavést předpoklady o mechanismu tvorby čar a kontinua, o druhu interakce mezi částicemi, o mechanismu rozšíření a redistribuce záření v čáře, o přítomnosti nebo nepřítomnosti elektrických či magnetických polí, o přítomnosti pole uspořádaných nebo neuspořádaných rychlostí, o přenosu energie (konvekce, konduktce nebo záření). Obecně existují ovšem dva způsoby, jak tyto předpoklady vzít v úvahu. Buď můžeme daný předpoklad přijmout ad hoc, nebo jej fyzikálně popsat za cenu přijetí více rovnic a komplikace úlohy. Například pro pole rychlostí je možné buď zavést určité rychlosti jako vstupní parametry, nebo přidat hydrodynamické rovnice.

V dnešní době se volí převážně způsob první. Nejčastějším předpokladem ad hoc je již volba geometrické struktury objektu. Příklad tenké planparalelní homogenní vrstvy, což je jednorozměrná úloha, je velmi hrubá aproximace, která se prakticky hodí pouze pro atmosféry normálních

¹⁾ Difúzní mlhovina je rozsáhlá oblast svítícího zředěného plynu (převážně vodíku) v sousedství jedné nebo několika velmi horkých a svítivých hvězd. Záření mlhoviny je pak jen různými způsoby modifikované záření těchto hvězd. Planetární mlhoviny jsou v podstatě zvláštním druhem difúzních mlhovin, pravidelného, často kulového tvaru (odtud název — pro optickou podobnost s kotoučky planet).

hvězd. Poněkud obecnější je sféricky symetrický model, nacházející uplatnění u planetárních mlhovin a atmosfér hvězd s rozsáhlými atmosférami (Wolfovy-Rayetovy, *shell*-hvězdy apod.) a samozřejmě hvězdných niter. V problémech přenosu záření v atmosférách se teprve v poslední době začaly řešit vícerozměrné modely [1, 2].

Při konstruování modelu máme možnost vybrat jednu ze dvou alternativ. Buď volit jednoduchý geometrický model — potom je možno zavést obecnější předpoklady o struktuře atomových hladin, mechanismu rozšíření a redistribuce záření v čáře apod., nebo naopak složitější, geometricky realističtější model, v němž přijmeme omezující předpoklady o fyzice prostředí (o struktuře zářících atomů, rozšíření čar atd.). V astrofyzice se atom chápe jako soustava s určitým (konečným) počtem diskrétních energetických hladin plus kontinuum. V teorii se často uvažuje nejjednodušší, fiktivní případ dvouhladinového atomu, tj. atomu jen se základní a excitovanou hladinou energie. I když tento model neodpovídá žádnému reálnému atomu, má tato aproximace velký význam z teoretického hlediska pro svou relativní jednoduchost a metodologickou průzračnost. Zobecnění na reálnější, vícehladinový atom je především otázkou složitější algebraické a analytické manipulace, nikoli však konceptních změn.

Ve standardním případě (např. normální hvězdné atmosféry) se jako základní modelové (určované) veličiny uvažují obvykle tyto: intenzita záření v závislosti na směru šíření a frekvenci, teplota, celkový počet částic v 1 cm^3 , elektronová koncentrace, populace jednotlivých atomových (iontových) hladin.

2.2. Základní rovnice

Zabýváme se nyní základními rovnicemi teorie hvězdných atmosfér, která je jednou z typických oblastí astrofyziky.

a) **Rovnice přenosu záření.** Tato rovnice, již se budeme dále podrobněji věnovat, je základní, neboť právě záření, jak již bylo řečeno, dává základní informaci o daném vzdáleném objektu.

b) **Zákon zachování energie.** Pokud se zabýváme prostředím, kde nedochází ke vzniku a ztrátám energie, ale pouze k jejímu přenosu, studují se obvykle v astrofyzice dva základní modely. Je-li všechna energie přenášena zářením, má zákon zachování energie tvar rovnice zářivé rovnováhy (např. v atmosférách hvězd ranných typů); při čistě konvektivním přenosu má tvar rovnice konvektivní rovnováhy (např. v konvektivních zónách hvězd slunečního typu). Otázka, který přenos převládá, je řešena zkoumáním stability prostředí vůči konvektivním pohybům (SCHWARZSCHILD — viz [3]).

c) **Hydrodynamické rovnice.** U stacionárních objektů, zvláště pro hvězdné atmosféry, se však zavádí předpoklad hydrostatické rovnováhy, totiž že gradient celkového tlaku je vyrovnáván gravitačním polem. Dostáváme tak rovnici hydrostatické rovnováhy.

d) **Rovnice statistické rovnováhy** vychází z předpokladu, že populace atomových hladin je časově konstantní. Jinými slovy, počet všech přechodů atomu (iontu) za jednotku času z daného stavu do libovolného stavu jiného se rovná počtu všech přechodů do daného stavu.

Zde je instruktivní zmínit se o historickém vývoji. Zprvu byl zaveden předpoklad, že v každém bodě je prostředí v termodynamické rovnováze při určité teplotě — předpoklad tzv. lokální termodynamické rovnováhy (v astrofyzice označováno jako LTE — *local thermodynamic equilibrium*). Z něho plyne, že rozložení populací atomových hladin je boltzmannovské, a není tedy třeba řešit rovnice statistické rovnováhy. Novější je tzv. přístup NON-LTE, kdy rovnice statistické rovnováhy řešíme a určujeme konzistentně pole záření i populace hladin jednotlivých atomů.

Rovnice a) až d) jsou základními rovnicemi, které popisují např. hvězdné atmosféry. Při řešení složitějších problémů je třeba uvažovat další rovnice, jako např. magnetohydrodynamické (sluneční skvrny, erupce, magnetické hvězdy apod.) nebo rovnice obecné relativity (kvazary, pulzary) atd. Prakticky neexistuje obor teoretické fyziky, který by nenašel své uplatnění v astrofyzice.

2.3. Řešení rovnic

Zabýváme se nyní třetím bodem, a to matematickou stránkou problému. Základní obtíž je patrná již z jednoduchého příkladu, kdy uvažujeme pouze rovnici přenosu záření a rovnice statistické rovnováhy, tedy opět typické rovnice teorie atmosfér. Rovnice přenosu záření má obecně tvar

$$\frac{dI_{\nu}(\mathbf{n}, \mathbf{r})}{ds_n} = k_{\nu}(\mathbf{n}, \mathbf{r}) [I_{\nu}(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - S_{\nu}(\mathbf{n}, \mathbf{r})],$$

kde $I_{\nu}(\mathbf{n}, \mathbf{r})$ je intenzita záření, $k_{\nu}(\mathbf{n}, \mathbf{r})$ absorpční koeficient a $S_{\nu}(\mathbf{n}, \mathbf{r})$ vydatnost — (podíl emisního a absorpčního koeficientu) — vždy ve směru \mathbf{n} a místě \mathbf{r} ; ds_n je element dráhy ve směru \mathbf{n} . Tato rovnice je integrodiferenciální rovnicí pro intenzitu, neboť vydatnost (a též absorpční koeficient) je vyjádřena jako integrál, obsahující též intenzitu. Konkrétní tvar vydatnosti vyplývá z rovnic statistické rovnováhy. Výsledný systém je pak velmi složitá soustava mnoha rovnic.

Bylo vyvinuto mnoho metod, které s větším nebo menším úspěchem obcházejí tyto a další obtíže, a to buď nahrazením integrálu sumací (v jednoduchém jednorozměrném případě) a řešením systému diferenciálních rovnic (CHANDRASEKHAR [4]), nebo převedením problému na soustavu integrálních rovnic pro vydatnost (viz např. JEFFERIES [5]). U dvouhadinového atomu byl tento integrální přístup velmi úspěšný, bylo zjištěno mnoho vlastností řešení (analytické limitní vztahy), ukázána matematická stabilita problému, ale již pro vícehadinový atom, který má ještě daleko k prostředí, jež je směsí mnoha různých atomů a iontů, je tato formulace tak složitá, že se pro praktické výpočty nehodí. Dalším důvodem selhání této metody je značná obtížnost formulace mnohorozměrného případu.

Dnes existují dvě nejzajímavější metody, které by mohly být klíčem k úspěšnému řešení problému syntetického přístupu. První z obou je tzv. metoda kompletní linearizace proměnných, která pro hvězdné atmosféry byla aplikována AUEREM a MIHALASEM (viz [6]), v obecně trojrozměrném případě CANNONEM [1]. Druhou metodou, která je nejmladší, je analytické řešení rovnice přenosu pomocí vícerozměrných Greenových funkcí (vycházející z analogie přenosu neutronů) (CANNON [7]).

Metoda kompletní linearizace proměnných je nyní nejvýkonnější metodou. Spočívá v tom, že diskretizujeme polohu v prostředí (danou obvykle optickou hloubkou), frekvenci a směr šíření záření. Dále všechny derivace nahradíme diferencemi a integrace sumacemi. Výsledný systém rovnic pak linearizujeme (aplikace Newtonovy-Raphsonovy metody).

Z astrofyzikálního hlediska je tato metoda obecná, lze ji v principu užít i pro trojrozměrné případy. Dosud byla konkrétně aplikována na modely atmosfér raných hvězd [6]. V těchto modelech se obvykle předpokládá, že atmosféra obsahuje vodík a helium. *Astronomický ústav ČSAV* ve spolupráci s universitou v Liège v současné době vyvíjí výpočetní techniku pro složitější modely atmosfér těchto hvězd [14]. Cílem je ocenit vliv vzájemné závislosti a vazby mnoha druhů atomů a iontů, vyskytujících se v atmosférách, a řešit problém přenosu záření s přihlédnutím k přesnějšímu popisu interakcí mezi jednotlivými částicemi a částic se zářením. Ukazuje se totiž, že v ultrafialových spektrech hvězd raných typů, pořízených z umělých družic Země, se stále jeví odchylky, které nelze vysvětlit pomocí známých modelů.

Vzájemná vazba modelových parametrů je natolik složitá, že jedině metody, které řeší důsledně všechny rovnice, mohou realisticky popsat dané prostředí. Dnešní vývoj k hledání takových metod směřuje, neboť bez reálného řešení syntetického přístupu nelze přistoupit k inverzní úloze, a ve smyslu spektroskopické diagnózy k základnímu problému, totiž k analytickému přístupu.

3. Analytický přístup

Obdobně jako syntetický přístup se i toto pojetí skládá z několika kroků:

1. **Spektrofotometrická měření a odhad jejich nepřesností.**

2. **Inverze** (tj. řešení rovnic syntetického přístupu, v nichž nyní jsou vstupními parametry přímo pozorovaná data) a stanovení množství informace v experimentu.

3. **Reformulace problému**, a to sestavením nových rovnic syntetického přístupu nebo novým uspořádáním experimentu.

3.1. Spektrofotometrická měření

Spektrofotometrická měření k diagnostickým účelům v astrofyzice jsou dvojího druhu. Buď fotografická, kdy se pořizuje snímek určitého spektra v ohniskové rovině spektrografu, který je spojen s nějakým velkým dalekohledem, nebo se odpovídající obraz spektra snímá fotoelektricky (citlivým fotonásobičem) a paralelně reprodukuje pro informaci pozorovatele (na displej, kompenzační zapisovač atp.) a souběžně číslicově ukládá (magnetická páska, děrná páska, disková paměť atp.). Úkolem obou druhů měření je zjistit rozložení zářivé energie v závislosti na vlnové délce. Existuje celá řada variant obou druhů měření, v podstatě však jde o dva úkoly. A to za prvé jak usuzovat ze zčernání fotografické desky nebo výchylky přístroje na absolutní rozložení energie zářivého zdroje, za druhé pak zjistit, jaký je nejmenší rozlišitelný detail na povrchu zářivého zdroje a jaká je rozlišovací schopnost v dané vlnové délce. Oběma těmito úkoly se zabýváme při tak zvané **spektrofotometrické redukci** měřených dat. Ta je velice blízká fotometrickým úlohám laboratorní spektrální analýzy, a proto ji zde nebudeme dále rozvádět.

Výsledkem prvního kroku je tedy získání čarového a spojitého spektra zkoumaného objektu v určitém vlnovém rozsahu, se stanovenou střední chybou ve vlnové délce a střední chybou v intenzitě, přičemž obě veličiny jsou určeny v závislosti na vlnové délce. V případě, že studujeme vysokodisperzní profil spektrální čáry, užíváme nejčastěji (z důvodu vzájemné korelace chyb) odhadu kovarianční matice rozptylu měřených intenzit. U plošných zdrojů (např. sluneční atmosféry, komet atp.) musíme stanovit nejistotu polohového nastavení šterbiny spektrografu v soustavě souřadnic zdroje. Tato okolnost u hvězdných (neboli „bodových“) zdrojů odpadá, poněvadž pozorujeme záření z celého disku (kotoučku) hvězdy současně. Získané spektrum je úhrnům, vzájemně superponovaným zářením řady různě zastoupených prvků, v různých ionizačních stupních a excitačních stavech.

3.2. Inverze

Vlastní inverzi lze provádět zásadně dvojím způsobem. Buď přímou numerickou inverzí rovnice popisující vystupující záření (ať už čarové nebo spojitě), nebo tzv. minimalizační metodou.

Vzhledem k tomu, že analytický přístup je teprve ve svých počátcích, je dosud jeho přímá praktická použitelnost značně omezená (např. jenom na plošné zdroje, nebo na inverzi jen jedné spektrální čáry apod.). Mnohdy ani tato zjednodušení nepostačují a musíme zavádět další předpoklady, například ten, že hledáme prostorové rozdělení toliko jedné fyzikální veličiny (např. populace horní hladiny emisní čáry plošného zdroje), a předpokládat znalost všech ostatních určujících veličin (např. z jiného nezávislého experimentu).

Přímá numerická inverze vychází ze synteticky odvozené rovnice pro vystupující záření. Studujeme-li například prostorovou strukturu planetárních mlhovin prostřednictvím zakázaných čar (vznikajících přechody z metastabilních stavů), má rovnice přenosu záření tvar

$$(1) \quad \frac{dI_v(z)}{dz} = \varepsilon_v(z),$$

kde ε_v je emisní koeficient, z je hloubka v mlhovině měřená podél zorného paprsku od vzdálenějšího okraje k bližšímu. Tento jednoduchý tvar plyne z předpokladu, že v prostředí nenastává absorpce, neboť pravděpodobnost fotoexcitace do metastabilní hladiny je velmi malá.

Formální integrací této rovnice od vzdálenějšího okraje na bližší dostaneme

$$(2) \quad I_{\nu}(Z) = \int_0^Z \varepsilon_{\nu}(z) dz,$$

kde $I_{\nu}(Z)$ je vystupující intenzita, kterou měříme.

Emisní koeficient lze psát ve tvaru

$$(3) \quad \varepsilon_{\nu}(z) = K(\nu, z) n_i(z),$$

v němž $n_i(z)$ je populace horní (metastabilní) hladiny určitého optického přechodu a $K(\nu, z)$ složitou funkci rychlostních polí, popisující mechanismus rozšíření dané čáry.

Úkolem analytického přístupu v tomto případě je zjistit z měřených vystupujících intenzit (zatižených ovšem chybami) při známé funkci $K(\nu, z)$ prostorové rozložení populací $n_i(z)$.

Podobný tvar rovnice pro vystupující intenzitu dostaneme i v jiných případech (vždy formální integrací rovnice přenosu). Nejen pro rovnici (2), ale i obecně můžeme psát

$$Kf = g + \varepsilon,$$

kde K je integrální operátor, f popisuje prostorové rozložení hledané veličiny, g je měřená spektrofotometrická veličina a ε jsou chyby měření.

Přímá numerická inverze vychází nyní z převedení této rovnice na soustavu lineárních rovnic (pomocí diskretizace proměnných a převedení operátoru na tzv. algebraizační matici). Ukazuje se ovšem, že malé změny ε (chyby měření) mohou způsobit velké změny v hledané veličině f . Tato nestabilita řešení vůči měřené pravé straně se obvykle nazývá nekorektním (*ill-conditioned*) problémem (viz [8]). Ke stabilizaci řešení nekorektního problému se užívá různých druhů regularizace, tj. využití doplňujících podmínek matematického nebo fyzikálního charakteru, které musí hledané řešení splňovat.

Nevýhodou přímé inverze je, že vyžaduje poměrně přesnou znalost algebraizační matice, která je obvykle zatížena nepřesnostmi plynoucími z předpokladu znalosti všech fyzikálně určujících veličin. Navíc použitelnost přímé inverze je omezena jejími značně vysokými požadavky na přesnost spektrofotometrických měření. V určitých případech astrofyzikálního plazmatu se může vyskytnout i fyzikální víceznačnost, tj. že souboru odlišných fyzikálních veličin odpovídá — v rozmezí měřících a numerických chyb — stále stejně pozorované záření.

V astrofyzice byla metoda dosud aplikována v zjednodušené formě na inverzi profilu opticky tenké emisní spektrální čáry planetárních mlhovin [9, 10, 11] a na inverzi okrajového ztemnění na slunečním disku [12].

Minimalizační metoda je založena na minimalizaci funkcionalu

$$F[a(z), b(z), \dots, g(z), \dots] \equiv \sum_j \left(\frac{I_j^o - I_j^e[a(z), b(z), \dots, g(z), \dots]}{I_j^o} \right)^2;$$

a, b, \dots, g, \dots jsou hledané fyzikální veličiny (např. prostorové rozložení populace rovnice (3)) I_j^e je teoreticky nalezené vystupující záření (získané ze syntetického přístupu) a I_j^o jsou diskretizované naměřené hodnoty intenzity.

Problémem je správně odhadnout, jaký počet hledaných fyzikálních veličin je možno z daného měření určit. Snaha o určení většího počtu veličin je totiž podobná řešení rovnic s více neznámými, než je počet rovnic, takže existuje nekonečně mnoho řešení, což postrádá fyzikální význam. Naproti tomu určování menšího počtu veličin je nevyužitím diagnostické informace obsažené v měřených datech.

Ve velmi hrubé verzi bylo této metody užito pro absorpční čáru plošného zdroje (sodíkový dublet D_2 v chromosféře Slunce) [13]. Obě metody jsou nyní rozvíjeny v *Astronomickém ústavu ČSAV* autory tohoto článku ve spolupráci s katedrou numerické matematiky *MFF UK*, zejména při vyvíjení vhodných postupů regularizace nekorektního problému (Marek, Neuberger, Cífková).

3.3. Reformulace problému

Z výše uvedeného výkladu již také vyplývá možný postup reformulace problému. Viděli jsme, že ne vždy obě inverzní metody dovolují jednoznačně stanovit všechny hledané veličiny v rámci jistého souboru měřených dat. V konkrétních aplikacích je proto nezbytné provést reformulaci. Může být dvojího druhu. Buď se snažíme zjednodušit fyzikální a geometrickou formulaci syntetického pojetí, které vedlo k odvození rovnic popisujících vystupující záření. Očekáváme, že nová formulace umožní fyzikální jednoznačnost diagnózy. Anebo jsme dospěli k názoru, že diagnostická míra informace v souboru našich měřených dat je nepostačující, a jsme nuceni podstatně zpřesnit měření a popř. i rozšířit soubor našich měřených dat.

Literatura

- [1] CANNON C. J.: *Astrophys. J.* **161** (1970), 255.
- [2] HUBENÝ I.: *Folia Fac. Sci. Nat. Univ. Brno, T. XIV, Phys. 13, Op. 2* (1973), 51.
- [3] *Sborník Selected papers on the transfer of radiation.* (Vyd. Menzel D. H.) New York—Dover 1966, 25.
- [4] CHANDRASEKHAR S.: *Radiative transfer.* Oxford Univ. Press, London—New York 1950.
- [5] JEFFERIES J. T.: *Spectral line formation.* Waltham, Blaisdell 1968.
- [6] MIHALAS D.: *Stellar atmospheres.* W. H. Freeman, San Francisco 1970.
- [7] CANNON C. J.: *J. Quant. Spectrosc. Rad. Transf.* **13** (1973), 1011.
- [8] LAVRENTĚV M. M.: *O některých nekorektních zadačach matematickej fyziki.* AN SSSR, Novosibirsk 1962.
- [9] HEKELA J.: *Bull. Astron. Inst. Czech.* **23** (1972), 197.
- [10] ČÍFKA J., HEKELA J.: *Folia Fac. Sci. Nat. Univ. Brno, T. XIV, Phys. 13, Op. 2* (1973), 57.
- [11] HEKELA J., MALAISE D.: *Mem. Soc. Royal de Sciences de Liège, 6- serie, tome V* (1973), 251.
- [12] KUNASZ C. V. et al.: *Astron. and Astrophys.* **28** (1973), 15.
- [13] HEARN A. G., HOLT J. N.: *Astron. and Astrophys.* **23** (1973), 347.
- [14] HUBENÝ I.: *Bull. Astron. Inst. Czech.* (v tisku).

Došlo 13. 2. 1974; upravené znění 10. 4. 1974.

„Nevím čím se zdám být světu, ale sám si připadám jako chlapec, hrající si na břehu moře a bavící se tím, že tu a tam nalézá hladší oblázek nebo krásnější mušli než obvykle, zatím co velký oceán pravdy leží přede mnou neodhalen.“

(Podle knihy E. N. DA C. ANDRADE: „Isaac Newton“)

John Conduitt, jemuž vděčíme za to, že zachoval řadu Newtonových osobních dokumentů i historek z jeho života, se zmiňuje ve svých „Mémoires“ i o objevu gravitačního zákona: „V roce 1665, když se Newton pro mor vrátil do svého rodného domu na venkov,

poprvé přemýšlel o svém gravitačním systému, který ho napadl při pozorování jablka padajícího se stromu.“

Že padající jablko opravdu poprvé vedlo Newtonovy myšlenky ke gravitaci, tvrdí v „*Eléments de philosophie de Newton*“ i Voltaire: „Jednoho dne v roce 1666 se šel Newton projít, a když uviděl padající jablko, jak mi vyprávěla jeho neteř (paní Conduittová), upadl do hlubokého přemýšlení o příčině, která táhne každý předmět podél čáry, jež by po protažení procházela takřka středem Země“. Vítězslav Nezval skutečnost básnický vyhotil: „Tisíc jablek spadlo na nos zeměkoule, a jen Newton dovedl těžit ze své boule“ (Edison).