

## Matematická analýza 1 (8. ledna 2007)

### Teoretická část

- A1.** (4 body) Popište vztahy mezi suprémem a největším prvkem množiny.
- A2.** (4 body) Definujte hromadný bod posloupnosti.
- A3.** (6 bodů) Které čtyři typy zlomků vystupují v rozkladu racionální funkce na parciální zlomky? Co musí splňovat racionální funkce, aby mohla být rozložena v parciální zlomky?
- A4.** (5 bodů) Definujte nevlastní limitu ve vlastním bodě.
- A5.** (7 bodů) Definujte derivaci funkce v bodě. Popište její geometrickou interpretaci. Popište vztah mezi existencí derivace funkce v bodě a spojitostí funkce v bodě.
- A6.** (6 bodů) Formulujte Lagrangeovu větu o střední hodnotě včetně geometrické interpretace.
- A7.** (6 bodů) Napište a) nutnou podmínku, b) postačující podmínku pro existenci inflexního bodu.

### Příklady

- B1.** (5 bodů) Udejte příklad množiny  $A \subseteq \mathbb{R}$  takové, že  $\sup A = 1$ ,  $\inf A = -1$ , přičemž  $1 \notin A$ ,  $-1 \in A$ .
- B2.** (6 bodů) Dokažte, že rovnice  $x^3 = \cos x + 1$  má alespoň jedno řešení v  $\mathbb{R}$ .
- B3.** (7 bodů) Vypočtěte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + n} - n \right).$$

- B4.** (6 bodů) Pomocí diferenciálu přibližně vypočtěte  $\ln 1,1$ .
- B5.** (7 bodů) Derivujte

$$f(x) = x^x + \arcsin x^2.$$

- B6.** (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \frac{x^2}{e^x}.$$