TIN 086 Vybrané kapitoly z výpočetní složitosti II léto 2010/2011

1. domácí úlohy

do 1. dubna 2011

Nejprve připomeňme, že booleovský obvod je jednoduché zobecnění booleovské formule, kde podformule se mohou použít pro další výpočet vícekrát. Pro $f(n) : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $L \in SIZE(f(n))$, pokud existuje nekonečná posloupnost obvodů $C_1, C_2, \ldots$ taková, že velikost obvodu C_n je $O(f(n))$, obvod C_n pracuje na vstupech délky n a pro každý vstup x délky n, $x \in L$ iff $C_n(x) = 1$, tj. obvod C_n se na vstupu x vyhodnotí na jedničku.

Úloha 1. *Rychlý univerzální nedeterministický Turingův stroj.* Nechť $t(n) \geq n$ je rozumná, to jest časově konstruovatelná, funkce. Nechť $N_1, N_2, \ldots$ je posloupnost nedeterministických Turingových strojů, kde každý se zastaví na vstupu délky n nejvýše v čase $t(n)$. Sestrojte pěti-páskový nedeterministický Turingův stroj U, který bude brát vstupy tvaru $i\#x$ a daný vstup $i\#x$ přijme tehdy a jen tehdy, pokud N_i přijme vstup x. Navíc pro každé i bude existovat konstanta c_i taková, že U pracuje nad vstupem $i\#x$ v čase $c_i t(n) + c_i$. (*Hint:* Uhodněte průběh výpočtu simulovaného stroje.)

Úloha 2. Ukažte, že $PP =$ co-PP.

Úloha 3. *Silně nedeterministický* Turingův stroj je nedeterministický Turingův stroj se třemi možnými výstupy - 0, 1 a NEVIM. Řekneme, že takový stroj přijímá jazyk L, pokud následující je pravda: pro všechna $x \in L$, všechny výpočty zkončí buď s výstupem 1 nebo NEVIM a alespoň jeden zkončí s výstupem 1, a pro všechna $x \notin L$, všechny výpočty zkončí buď s výstupem 0 nebo NEVIM a alespoň jeden zkončí s výstupem 0. Ukažte, že L je přijímán silně nedeterministickým Turingovým strojem právě tehdy, když je z $NP \cap$ co-NP.

Úloha 4. Nechť k je přirozené číslo. Ukažte, že existuje jazyk $L \in EXP$ takový, že $L \notin SIZE(n^k)$. (*Hint*: Použijte *chytrou* diagonalizaci. Kolik je booleovských obvodů na n vstupech velikosti nejvýše n^k?)