# Základní úmluvy a označení

(i) $\mathbb{N}$ je *množina přirozených čísel* (mezi něž nezahrnujeme nulu).

(ii) $\mathbb{R}$ je *množina reálných čísel*, $\mathbb{R}^+ = (0, \infty)$, $\mathbb{R}^{m\times n}$ je množina $m \times n$-matic reálných čísel, $\mathbb{R}^n = R^{n\times 1}$. Je-li $M \in \mathbb{R}^{m\times n}$, pak příslušná transponovaná matice je označena symbolem $M^{\mathrm{T}}$ ($M^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n\times m}$).

(iii) Je-li $-\infty < a < b < \infty$, pak $[a, b]$ značí *uzavřený* interval $\{t \in \mathbb{R} : a \le t \le b\}$ a $(a, b)$ je *otevřený* interval $\{t \in \mathbb{R} : a < t < b\}$. Příslušné *polouzavřené* (resp. *polootevřené* intervaly značíme $[a, b)$ a $(a, b]$. Ve všech těchto případech nazýváme body $a$, $b$ *krajní body* intervalu. V případě $a = b \in \mathbb{R}$ říkáme, že interval $[a, b]$ *degeneruje* na jednobodovou množinu a píšeme $[a, b] = [a]$. Budeme též užívat obvyklé značení $I^o$ pro vnitřek intervalu $I$. Je-li $I$ interval (uzavřený resp. otevřený resp. polootevřený) s krajními body $a$, $b$ značíme symbolem $|I| = |b - a|$ jeho délku ($|[a]| = 0$).

(iv) Pro $A \in \mathbb{R}$ značíme $A^+ = \max(A, 0)$ a $A^- = \max(-A, 0)$. (Připomeňme, že platí $A^+ + A^- = |A|$ a $A^+ - A^- = A$ pro každé $A \in \mathbb{R}$.)

(v) Konečný systém bodů $D = \{\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_m\}$ intervalu $[a, b]$ nazveme *dělením intervalu* $[a, b]$, jestliže platí $a = \alpha_0 < \alpha_1 < \cdots < \alpha_m = b$. Množinu všech dělení intervalu $[a, b]$ značíme $\mathscr{D}[a, b]$. Je-li $D \in \mathscr{D}[a, b]$, pak jeho elementy zpravidla značíme $\alpha_i$. Pro dané dělení $D = \{\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_m\}$, značíme $\nu(D) = m$ a

$$|D| = \max_{i = 1,2,\ldots,\nu(d)} (\alpha_i - \alpha_{i-1}).$$

Bude-li to výhodné, budeme též dělení $D$ intervalu $[a, b]$ chápat jako systém podintervalů $\{I_j; j = 1, 2, \ldots, \nu(D)\}$ takových, že platí

$$\bigcup_{j=1}^{\nu(D)} I_j = [a, b], \quad \text{přičemž } I_j^o \cap I_k^o = \emptyset \quad \text{jakmile } j \neq k.$$

Jestliže dělení $D'$ a $D'' \in \mathscr{D}[a, b]$ jsou taková, že všechny elementy z $D'$ jsou obsaženy v $D''$, říkáme, že $D''$ je *zjemnění* dělení $D'$ a značíme $D' \subset D''$.

(vi) Dvojici $(D, \xi) \in \mathscr{D}[a, b] \times \mathbb{R}^{\nu(D)}$ nazveme *rozšířeným dělením* intervalu $[a, b]$, jestliže platí

$$\alpha_{i-1} \le \xi_i \le \alpha_i \quad \text{pro všechna } i = 1, 2, \ldots, \nu(D).$$

Množinu všech rozšířených dělení intervalu $[a, b]$ značíme $\mathscr{P}[a, b]$.

(vii) Pro libovolné funkce $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ a $g:[a,b]\to\mathbb{R}$ a reálné číslo $\lambda$ součtem $f+g$ funkcí $f$ a $g$ rozumíme funkci $(f+g)(t)=f(t)+g(t)$, $t\in[a,b]$, a násobek $\lambda f$ funkce $f$ číslem $\lambda$ je funkce $(\lambda f)(t)=\lambda f(t)$, $t\in[a,b]$. (Zápis $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ znamená, že funkce $f$ je definována pro každé $x\in[a,b]$ a každá její hodnota $f(x)$ je (konečné) reálné číslo.

(viii) Pro libovolnou funkci $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ značíme

$$\|f\|=\sup_{t\in[a,b]}|f(t)|.$$

(Není-li funkce $f$ ohraničená na intervalu $[a,b]$, pak je ovšem $\|f\|=\infty$.)

(ix) $\mathbb{C}[a,b]$ je prostor reálných funkcí spojitých na intervalu $[a,b]$ a zobrazení

$$f\in\mathbb{C}[a,b]\to\|f\|$$

definuje normu na $\mathbb{C}[a,b]$.

(x) $\mathbb{L}^1[a,b]$ je prostor reálných funkcí integrovatelných (ve smyslu Lebesgueově) na intervalu $[a,b]$ (s rovností $f=g\in\mathbb{L}^1[a,b] \iff f(x)=g(x)$ s.v. na $[a,b]$ ) a zobrazení

$$f\in\mathbb{L}^1[a,b]\to\|f\|_1=\int_a^b|f(t)|\,\mathrm{d}t$$

definuje normu na $\mathbb{L}^1[a,b]$.

(xi) Pro danou množinu $M\subset\mathbb{R}$ symbolem $\chi_M$ značíme její charakteristickou funkci, tj. funkci $\mathbb{R}\to\{0,1\}$ definovanou předpisem:

$$\chi_M(t)=\begin{cases}1 & \text{pro } t\in M,\\ 0 & \text{pro } t\notin M.\end{cases}$$

(xii) Jestliže $f:[a,b]\to\mathbb{R}$, $t\in[a,b)$ a $s\in(a,b]$ a jestliže existují konečné jednostranné limity $\lim_{\tau\to t+}f(\tau)$ a $\lim_{\tau\to s-}f(\tau)$, pak značíme

$$f(t+)=\lim_{\tau\to t+}f(\tau),\quad f(s-)=\lim_{\tau\to s-}f(\tau),$$

$$\Delta^+f(t)=f(t+)-f(t),\quad \Delta^-f(s)=f(s)-f(s-),$$

$$\Delta f(x)=f(x+)-f(x-)\quad\text{pro } x\in(a,b).$$

Dále, budeme užívat následující úmluvu:

$$f(a-)=f(a),\quad f(b+)=f(b),\quad \Delta^-f(a)=\Delta^+f(b)=0.$$

(xiii) Je-li $M$ podmnožina Banachova prostoru $X$, pak symbolem $\overline{M}$ značíme její uzávěr v prostoru $X$.