

## 1. domácí úlohy

do 19. dubna 2013

**Úloha 1.** Uvažujme dva streamy  $A[1 \dots N]$  and  $B[1 \dots N]$ ,  $A, B \geq 0$ . Navrhněte algoritmus pracující v poly-logaritmickém prostoru, který průběžně dává odhad na  $\sum_{i=1}^N A[i] \cdot B[i]$  s co nejmenší chybou. Jaké má navržený algoritmus vlastnosti (chyba, pravděpodobnost chyby, protor, čas)?

**Úloha 2.** Pro stream  $A[1 \dots N]$ ,  $A \geq 0$ , navrhněte *deterministický* algoritmus používající nejvýše  $\lceil \log N \rceil$  čítačů, který průběžně vrací prvek  $j$  takový, že  $A[j] > \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^N A[i]$ , pokud takový prvek existuje.

**Úloha 3.** Pro stream  $A[1 \dots N]$ ,  $A \geq 0$ , a reálné číslo  $\phi > 0$ , prvek  $j$  je  $\phi$ -heavy hitter, pokud  $A[j] \geq \phi \sum_{i=1}^N A[i]$ . Navrhněte algoritmus pracující v poly-logaritmickém prostoru, který pro pevně zvolené  $\phi > 0$ , průběžně vrací maximálně  $O(1/\phi)$  prvků mezi nimiž jsou všechny aktuální  $\phi$ -heavy hitters. Určete vlastnosti navrženého algoritmu (pravděpodobnost chyby, protor, čas). *Hint:* Uvažujte streamy  $A[1 \dots N]$ ,  $A^2[1 \dots N/2]$ , kde  $A^2[k] = A[2k-1] + A[2k]$ ,  $A^3[1 \dots N/4]$ , atd.