OPTIMALIZACE PRACOVNÍCH PARAMETRŮ SONDY SE DVĚMA ŽHAVENÝMI DRÁTKY PRO SOUČASNÉ MĚŘENÍ RYCHLOSTI A KONCENTRACE V PROUDU SMĚSI DVOU PLYNŮ

Optimalization of operating parameters of the two hot-wire probe for instantaneous velocity and concentration measurement in a binary gas mixture flow

O. Mazur, P. Jonáš
Ústav termomechaniky AV ČR, Praha

Úvod

Pro simultánní měření okamžitých hodnot rychlosti a koncentrace složek v proudu směsi dvou plynů se v současné době nejčastěji používá termoanemometr připojený k sondě se dvěma žhavenými čidly kruhových průřezů, která jsou obě orientována kolmo ke směru střední rychlosti proudění. Aby bylo možno z výstupních údajů této měřící soustavy vyhodnotit obě zmíněné veličiny, je nutné, aby obě čidla na ně reagovala s rozdílnými citlivostmi. Toho lze docílit jednak volbou rozdílných průměrů čidel a také nastavením jejich pracovních teplot na rozdílné hodnoty, nejlépe však vhodnou kombinací obou těchto způsobů. Avšak volba průměrů čidel je shora omezena požadavky na dostatečně malé časové konstanty čidel a zároveň na jejich vyhovující prostorové rozlišovací schopností a zdola dostupností vhodných materiálů a jejich mechanickou i elektrickou odolnosti vůči poškození. Volba pracovních teplot čidel je také omezená; zdola je to teplota, při níž se soustava termoanemometru začíná chovat nestabilně a horní mez je dána nebezpečím přepálení čidla v dané směsi plynů.
Jelikož se zdá, že v dosavadní experimentální praxi byly optimální parametry žhavených čidel zmíněného typu sond, které poskytovaly vyhovující citlivosti na obě měřené veličiny, stanovovány spíše kvalifikovanou intuicí a předchozími zkušenostmi, představuje tato práce první krok na cestě k exaktnějšímu způsobu stanovování optimálních geometrických i pracovních parametrů dvoučidlových sond pro současné měření rychlosti a koncentrace složek v proudu binární směsi plynů.

Základní předpoklady metody měření

Následující rozbory se budou týkat sondy se dvěma rovnoběžnými žhavenými drátky, jejichž společná rovina je při měření orientována kolmo na střední rychlost nabíhajícího proudu směsi dvou plynů, neboť tento typ sondy je pak nejméně vnímavý na fluktuace příčných složek rychlosti a vykazuje při dané vzdálenosti drátků jejich nejmenší vzájemné tepelné ovlivňování. Ochlazování obou žhavených drátků je pak možno velmi dobře popsat zobecněným zákonem Collise a Williamse [1] ve tvaru, který navrhli Koch a Gartshore [2]

$$Nu\left(\frac{T_m}{T}\right)^M = A + B(\mathrm{Re})^N , \tag{1}$$

kde čísla Reynoldsovo Re a Nusseltovo Nu jsou definována rovnicemi

$$\mathrm{Re} = \frac{d\rho U}{\mu}, \tag{2}$$

$$Nu = \frac{E^2 R_w}{\pi \ell \lambda (T_w - T)(R_A + R_w)^2}, \tag{3}$$

ve kterých T_m značí střední hodnotu pracovní teploty drátku T_w a teploty proudícího media T daleko od drátku, A,B,M,N jsou bezrozměrné konstanty, jejichž hodnoty je nutno určit na základě rychlostní a teplotní kalibrace každého drátku, d a l značí průměr a délku drátku, U je rychlost proudu, R_w je hodnota odporu při pracovní teplotě T_w, R_A značí součet odporů zapojených v sérii s drátkem v jedné větvi Wheatstonova měrného můstku anemometru a konečně ρ, μ, λ značí po řadě hustotu a

součinitelé dynamické viskozity a tepelné vodivosti směsi. Nutno zdůraznit, že posledně jmenované tři veličiny je zde nutno brát při teplotě T_m.
Poněvadž budeme dále uvažovat dvoudrátkovou sondu, jejíž jednotlivé drátky označíme indexy 1 a 2 (obecně i), měli bychom taktéž označovat všechny veličiny, které se vztahují k danému drátku. Avšak v úvahách podobných pro oba drátky, kde nehrozí nebezpečí záměny, toto indexování vynecháme.
Z rovnic (1) a (2) dostaneme snadno vzorec pro rychlost U ve tvaru

$$U = \frac{\mu}{d\rho}\left[\frac{1}{B}\left(Nu\left(\frac{T_m}{T}\right)^M - A\right)\right]^{\frac{1}{N}}. \tag{4}$$

Jsou-li oba drátky sondy kolmé na směr střední rychlosti proudění, je možno předpokládat, že oba udávají tutéž hodnotu rychlosti, tedy že platí $U_1=U_2=U$. Zejména to platí pro sondu s rovnoběžnými drátky, které oba leží v rovině kolmé na směr rychlosti. Rovnost registrovaných rychlostí můžeme také napsat s použitím rovnice (4) a s přihlédnutím k rovnicím (2) a (3) ve tvaru

$$\frac{\mu_1}{d_1\rho_1}\left[\frac{1}{B_1}\left(Nu_1\left(\frac{T_{m1}}{T}\right)^{M_1} - A_1\right)\right]^{\frac{1}{N_1}} - \frac{\mu_2}{d_2\rho_2}\left[\frac{1}{B_2}\left(Nu_2\left(\frac{T_{m2}}{T}\right)^{M_2} - A_2\right)\right]^{\frac{1}{N_2}} = 0. \tag{5}$$

Tvar této rovnice spolu se složitostí funkčních závislostí na koncentraci veličin v ní vystupujících způsobuje, že ji nelze řešit vzhledem k C analytickými prostředky ale pouze vhodným numerickým postupem. Např.v práci Jonáš aj.[3] je stručně popsán jeden z možných postupů, který umožnil vypočíst střední hodnoty koncentrace $\overline{C}$ ze středních hodnot výstupních napětí obou anemometrů $\overline{E}_1, \overline{E}_2$ a teploty směsi T. Zmíněná metoda numerického řešení rovnice (5) dává současně s $\overline{C}$ také střední rychlost $\overline{U}$. Tento postup je však možno aplikovat i na okamžité hodnoty C, E_1, E_2 a T.
Po stanovení středních hodnot $\overline{C}$ a $\overline{U}$ je možno přikročit k výpočtu fluktuací U a C a jejich statistických momentů. K tomu se provede obvyklá v anemometrii linearizace vztahů pro odezvu anemometrů s jednotlivými drátky na U a C, které plynou z rovnic (1) až (3). Jejich výstupní napětí E_i se rozvinou v Taylorovy řady, kde se ponechají pouze členy do prvního řádu včetně. Dostaneme tak

$$E_i\left(\overline{U}+u, \overline{C}+c\right) = \overline{E}_i + e_i = u\left(\frac{\partial E_i}{\partial U}\right)_{\overline{U},\overline{C}} + c\left(\frac{\partial E_i}{\partial C}\right)_{\overline{U},\overline{C}}. \tag{6}$$

Odtud plyne základní vztah mezi fluktuacemi výstupních napětí obou anemometrů a fluktuacemi rychlosti a koncentrace ve tvaru

$$e_i = u\left(\frac{\partial E_i}{\partial U}\right)_{\overline{U},\overline{C}} + c\left(\frac{\partial E_i}{\partial C}\right)_{\overline{U},\overline{C}} = S_{Ui}u + S_{Ci}c \qquad \text{(i=1,2)}, \tag{7}$$

kde jsme ještě pro citlivosti anemometrů na změny rychlosti a koncentrace zavedli označení

$$S_{Ui} = \left(\frac{\partial E_i}{\partial U}\right)_{\overline{U},\overline{C}}; \qquad S_{Ci} = \left(\frac{\partial E_i}{\partial C}\right)_{\overline{U},\overline{C}}. \tag{8}$$

Specifikujeme-li rovnici (7) pro oba drátky, dostaneme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých u a

c, jejíž řešení má tvar

$$u = \frac{e_1 S_{C2} - e_2 S_{C1}}{S_{U1}S_{C2} - S_{U2}S_{C1}}; \qquad c = \frac{e_2 S_{U1} - e_1 S_{U2}}{S_{U1}S_{C2} - S_{U2}S_{C1}}. \tag{9}$$

Na základě těchto rovnic je výpočet centrálních momentů $\overline{u^2}$, $\overline{c^2}$, $\overline{uc}$, atd. již snadnou záležitostí.

Problém citlivostí dvoudrátkové sondy

Pro dosažení vysoké přesnosti měření zejména koncentrace je třeba , aby citlivost sondy na ní byla co největší. Tato citlivost se dá ovlivňovat jednak geometrickými parametry sondy a jednak vhodnou volbou žhavících teplot drátků.

Z geometrických parametrů sondy je však možno měnit v širších mezích pouze poměr průměrů drátků. I když z rovnice (5) nelze určit C analyticky, je možno aplikací pravidla o derivování funkce dané implicitně dojít např. k následujícímu vyjádření pro „citlivost" velikosti koncentrace na poměr d_2/d_1 průměrů žhavených drátků dané sondy

$$\frac{\partial C}{\partial(d_2/d_1)} = \frac{d_1}{d_2}\frac{1}{\Phi_2 - \Phi_1} \ , \qquad (10)$$

kde veličiny Φ_i , pro jednotlivé drátky (i=1,2) jsou definovány rovnicemi

$$\Phi_i = \frac{\mu_i'}{\mu_i} - \frac{\rho_i'}{\rho_i} - \frac{1}{N_i}\left\{\frac{B_i'}{B_i} + \frac{\lambda_i'}{\lambda_i} - \frac{M_i'}{M_i}\ln\left(\frac{T_{mi}}{T}\right)^{M_i} + \frac{A_i}{B_i\left(\frac{d_i\rho_i U}{\mu_i}\right)}\left[\frac{A_i'}{A_i} + \frac{\lambda_i'}{\lambda_i} - \frac{M_i'}{M_i}\ln\left(\frac{T_{mi}}{T}\right)^{M_i}\right]\right\} \qquad (11)$$

v nichž čárkou nad příslušnou veličinou je označena její derivace podle C.

Z rovnice (10) plyne důležitý závěr, že chceme-li docílit co největší citlivosti dvoudrátkové sondy na koncentraci C, musíme volit při její konstrukci co nejmenší poměr jejich průměrů d_2/d_1 , který lze za daných okolností dosáhnout.

Byl-li již geometrický tvar sondy zvolen a realizován, je možno dále ovlivňovat její citlivosti jak na koncentraci, tak na rychlost proudění směsi vhodnou kombinací žhavících teplot jednotlivých drátků.

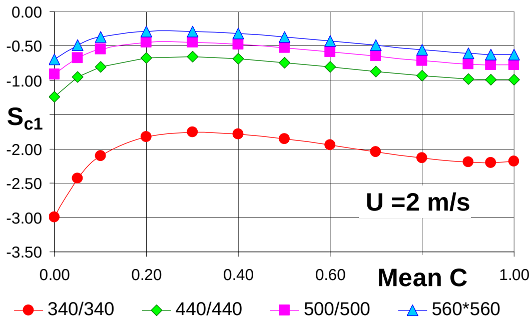
S použitím rovnic (1) až (3) lze dospět po poněkud zdlouhavých výpočtech k následujícím vyjádřením

$$S_U = \frac{N}{2}\frac{\overline{E}}{\overline{U}}\left[1 - \frac{A}{A + B(\mathrm{Re})^N}\right], \qquad (12)$$

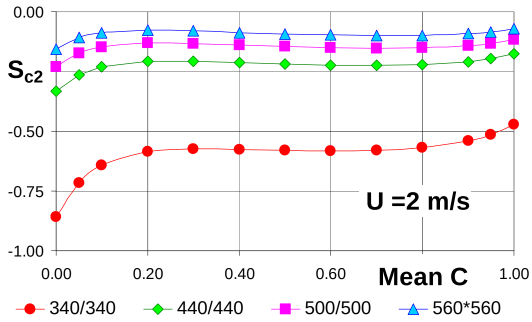
$$S_C = \frac{\overline{E}}{2}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\lambda'}{\lambda} - \dfrac{M'}{M}\log\left(\dfrac{T_m}{T}\right)^M + \dfrac{B'}{B} + N\left(\dfrac{\rho'}{\rho} - \dfrac{\mu'}{\mu}\right) + \\ + \dfrac{A}{A + B(\mathrm{Re})^N}\left[\dfrac{A'}{A} - \dfrac{B'}{B} - N\left(\dfrac{\rho'}{\rho} - \dfrac{\mu'}{\mu}\right)\right]\end{array}\right\}, \qquad (13)$$

v nichž všechny veličiny na pravých stranách je třeba brát pro uvažovaný drátek. Ty z nich, které závisí na koncentraci je třeba brát při její střední hodnotě $\overline{C}$, která byla zjištěna numerickým řešením implicitní rovnice (5) a u těch veličin, které jsou nadto závislé na teplotě, je třeba za ni dosazovat střední teplotu filmu T_m u uvažovaného drátku. Do Reynoldsova čísla nutno pak dosazovat $\overline{U}$.

Z rovnice (12) je zřejmé, že citlivost každého drátku na změny rychlosti má podobný charakter: při



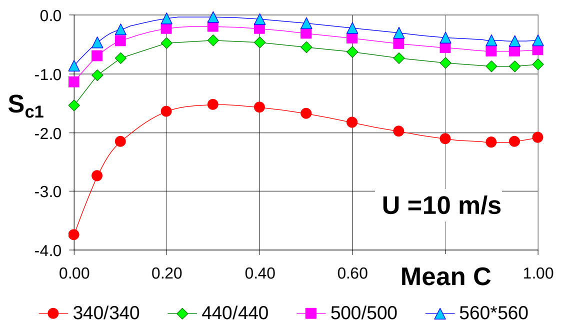
Obr. 1



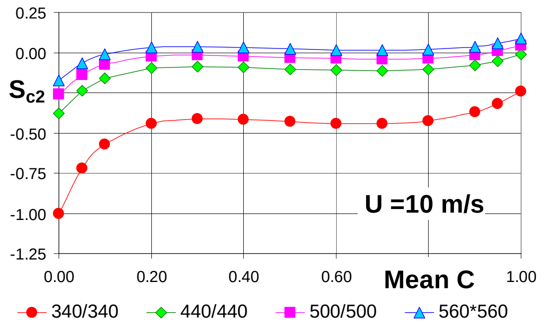
Obr.2

malých rychlostech je velmi vysoká a poté s rostoucí rychlosti klesá monotonně k nule, což je poznatek dávno známý z teorie anemometru s jedním žhaveným drátkem. Numerické výpočty S_{Ui} pak ukazují, že se tato citlivost dosti výrazně mění s teplotou T_{wi} avšak velmi málo se změnou $\overline{C}$.

Jelikož rovnice (13) pro citlivostí $\mathfrak{Z}$ je velmi nepřehledná, byl proveden numerický výpočet $\mathfrak{Z}$ pro konkrétní dvoudrátkovou sondu u níž bylo $d_2/d_1 = 0{,}5$, pro řadu hodnot jak koncentrace, tak i žhavících teplot a rychlostí proudění. Některé typické průběhy citlivosti $S_{Ci} = S_{Ci}(C)$ při několika kombinacích žhavících teplot drátků a při rychlostech U=2 m/s a U=10 m/s jsou uvedeny na obr.1 až 4, kde na svislých osách je S_{Ci} vyjádřeno ve voltech. Je překvapivé, že absolutní hodnoty citlivosti na koncentraci při obou hodnotách rychlosti s rostoucí teplotou žhavení klesají, přičemž jsou největší při nejnižších hodnotách koncentrace, ve středních hodnotách C se mění málo a až při nejvyšších koncentracích opět mírně rostou.



Obr. 3



Obr. 4

Závěr

Rozbor ukázal, že pro dosažení co největší citlivosti sondy se dvěma rovnoběžnými žhavenými drátky je třeba volit pro současné měření rychlosti a koncentrace co nejmenší podíl průměrů obou drátků a překvapivě nízké žhavící teploty. Avšak pro dostatečnou citlivost sondy na rychlost je třeba žhavit alespoň jeden drátek na teplotu $T_w \approx 500$ K, takže vyhovující kombinací žhavících teplot by byly např.hodnoty $T_{w1} \approx$ 350-400 K a $T_{w2} \approx$ 500-550 K.

Poděkování

Tato práce byla vykonána v rámci projektu 732 COST Action 114 grant No. OC 114 s finanční podporou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

Literatura

[1] Collis, D.C.& Williams, M.J. (1959): Hot wire anemometer calibration for measurements of small gas velocities. J.Fluid Mech.,6, pp. 357-384.

[2] Koch, F.A. & Gartshore, J.S. (1972): Temperature effects on hot-wire anemometer calibrations. J.Phys.E: Sci. Instrum., 5, pp. 58-61.

[3] Jonáš P., Mazur O., MoryŃ-Kucharczyk E., Podolski M. (2006): The spreading of a carbon dioxide gas round jet into a collateral air flow. Proc.of the Conference on Modelling Fluid Flow (CMFF'06), Budapest, Hungary, September 6-9, 2006.