



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

katedra radioelektroniky

*ŘEŠENÍ ELEKTROAKUSTICKÝCH
SOUSTAV S ROZPROSTŘENÝMI
PRVKY*

Petr HORA

1986

Č E S K É V Y S O K É U Č E N Í T E C H N I C K É
V P R A Z E

F A K U L T A E L E K T R O T E C H N I C K Á

K A T E D R A R A D I O E L E K T R O N I K Y

Ř E Š E N Í E L E K T R O A K U S T I C K Ý C H
S O U S T A V S R O Z P R O S T Ř E N Ý M I
P R V K Y

Diplomant

Petr Hora

Vedoucí práce

doc. Ing. Zdeněk Škvor, DrSc.

Rok

1986

Vysoká škola: ČVUT v Praze Fakulta: elektrotechnická
Katedra: radioelektroniky Školní rok: 1984/5

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

pro Petra Horu
obor radiotechnika

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Řešení elektroakustických soustav s rozprostřenými prvky

Zásady pro vypracování:

Proveďte rozbor metod řešení vybraných elektroakustických soustav s rozprostřenými prvky:

- vlnovod,
- tlakový reproduktor
- tlakový páskový reproduktor

Při řešení vycházejte z analogových modelů

Rozsah grafických prací: Vykresy, analogická schemata, grafy

Rozsah průvodní zprávy: 60-80 stran

Seznam odborné literatury:

Merhaut J., Škvor Z.: Analog Network of a Cavity below the Diaphragm in Electroac. Transducers. Monitor-Proc. IRE, March 1976, Vol. 37, č. 3, s. 63-66.

Škvor Z.: Obvodové modely kmitajících soustav v pevné a plynné fázi. Nakl. Academia, v tisku

Keele D.B., Jr.; What so sacred about exponential horn
Prepr. No. 1038 (F-3), 51th Convention AES, May 13-16, 1975

AOŘ 179536 Elektrodynamický páskový měnič.

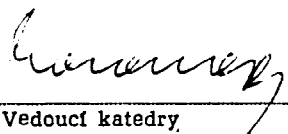
Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Zdeněk Škvor, CSc.

Oponent: Prof. Josef Merhaut, DrSc.

Datum zadání diplomové práce: 20.12.84

Termín odevzdání diplomové práce: 16.5. 86




Vedoucí katedry


Děkan

v Praze dne 20.12. 1984

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem pracoval samostatně a že veškerou použitou literaturu jsem uvedl v seznamu.

Nemám námitek proti případnému půjčování práce se souhlasem katedry a proti uveřejnění celé práce nebo její části.

Leba Hora

.....

Předmluva

Velmi rád bych touto cestou v úvodu své diplomové práce poděkoval vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Zdeňku Škvorovi, DrSc. za jeho odborné vedení. Zároveň děkuji také prof. Dr. Ing. Josefu Merhautovi, DrSc. a Ing. Josefu Hégrovi za cenné rady a připomínky, které velkou měrou přispěly ke vzniku této práce.

O B S A H

Seznam použitých symbolů.....	2
Úvod.....	3
1. Vlnovody.....	4
1.1 Websterova rovnice vlnovodů.....	4
1.2 Nekonečně dlouhý Besselův vlnovod.....	7
1.2.1 Cylindrický vlnovod.....	8
1.2.2 Kónický vlnovod.....	9
1.3 Nekonečně dlouhý hyperbolický vlnovod.....	10
1.4 Besselův vlnovod konečné délky.....	14
1.4.1 Cylindrický vlnovod.....	16
1.4.2 Kónický vlnovod.....	17
1.5 Hyperbolický vlnovod konečné délky.....	19
1.6 Modely vlnovodů.....	23
1.6.1 Cylindrický vlnovod.....	23
1.6.2 Kónický vlnovod.....	26
1.6.3 Hyperbolický vlnovod.....	29
1.7 Vyzařovací impedance.....	30
1.8 Optimalizace délky hyperbolického vlnovodu.....	32
1.9 Aproximace vlnovodů.....	36
1.9.1 Aproximace kaskádou kónických vlnovodů.....	36
1.9.2 Aproximace kaskádou exponenc. vlnovodů.....	36
2. Tlakový reproduktor.....	42
2.1 Model tlakové komůrky.....	45
2.1.1 Model tlakové komůrky beze ztrát.....	52
2.1.2 Model tlakové komůrky beze ztrát při nízkých kmitočtech.....	54
2.2 Model tlakového reproduktoru.....	56
3. Tlakový páskový reproduktor.....	58
3.1 Model vzduchové mezery.....	60
3.1.1 Model vzduchové mezery beze ztrát.....	66
3.1.2 Model vzduchové mezery beze ztrát při nízkých kmitočtech.....	67
3.2 Model tlakového páskového reproduktoru.....	68
Závěr.....	72
Seznam použité literatury.....	73

Seznam použitých symbolů

c_0	-	rychlost šíření zvuku
$\text{ch}(x)$	-	hyperbolický kosinus x
f	-	kmitočet
$H_r^{(1)}(x)$	-	Hankelova funkce prvního druhu r -tého řádu
$H_r^{(2)}(x)$	-	Hankelova funkce druhého druhu r -tého řádu
$\mathcal{H}_r(x)$	-	Struvova funkce r -tého řádu
$J_r(x)$	-	Besselova funkce prvního druhu r -tého řádu
k	-	vlnové číslo
$N_r(x)$	-	Besselova funkce druhého druhu r -tého řádu
p	-	akustický tlak
q	-	koeficient hyperbolického vlnovodu
$\text{sh}(x)$	-	hyperbolický sinus x
v	-	akustická rychlost
z_{n1}	-	normovaná vstupní impedance vlnovodu
z_{n2}	-	normovaná zatěžovací impedance vlnovodu
λ	-	vlnová délka
ρ	-	hustota vzduchu
ϕ	-	rychlostní potenciál
ψ	-	bezčasový rychlostní potenciál
ω	-	kruhový kmitočet

Ostatní symboly, potřebné jen v jedné kapitole, jsou vysvětleny v jejím úvodu.

Ú V O D

V elektroakustice jsou velice častým případem soustavy elektromechanických a elektroakustických měničů. U těchto měničů dochází ke spojení elektrických obvodů s kmitajícími prvky v plynné fázi.

Při analýze a syntéze takovýchto soustav je velice důležité stanovit co nejpřesněji obvodovou náhradu soustavy. Vzhledem k vlnovým délkám používaným v akustice uvažujeme většinou elektrické obvody jako systém se soustředěnými prvky. Naproti tomu mechanickou a akustickou část soustavy (soustava jako celek nebo její část je srovnatelná s délkou vlny) je nutno uvažovat obecněji jako systém s rozprostřenými prvky. V práci je pozornost věnována právě soustavám s rozprostřenými prvky.

V 1. kapitole je pojednáno o vlnovodech v plynné fázi (o vlnovodech nekonečně dlouhých i konečné délky, o jejich modelech a návrzích).

V 2. kapitole je řešen model tlakového reproduktoru s respektováním vlnových poměrů v tlakové komůrce a vlnovodu konečné délky.

Ve 3. kapitole je rozebrán model tlakového páskového reproduktoru s respektováním vlnových poměrů ve vzduchové mezeře pásku.

1. V L N O V O D Y

V elektroakustice se velice často setkáváme s použitím vlnovodů v pevné či plynné fázi. Vlnovody v pevné fázi používáme jako radiátory a koncentrátory, vlnovody v plynné fázi jako součásti tlakových reproduktorů.

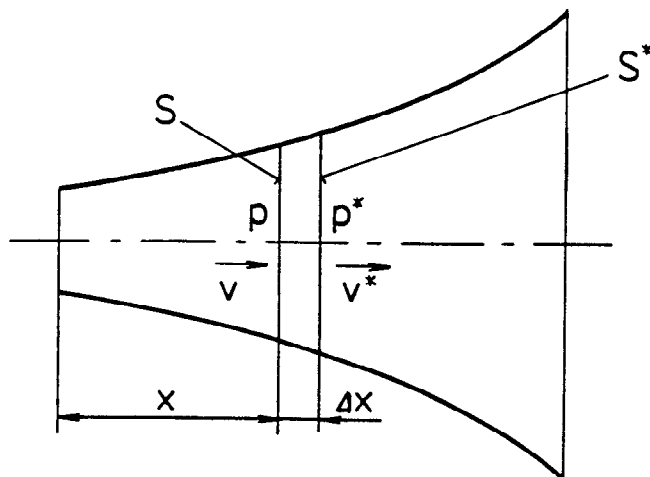
V této kapitole se budeme zabývat vlnovody v plynné fázi. Při řešení budeme vycházet z Websterovy vlnové rovnice. U Besselova a hyperbolického vlnovodu stanovíme vztahy pro normovanou vstupní impedanci. Pro cylindrický, kónický a hyperbolický vlnovod uvedeme náhradní schémata.

1.1 Websterova rovnice vlnovodů

V této kapitole uvedeme odvození Websterovy vlnové rovnice, z které budeme vycházet v dalších kapitolách. Toto odvození je přejato z [3].

Předpokládejme, že vlnovodem, jehož osa je totožná s osou x a jenž má dokonale tuhé stěny, se šíří rovinná vlna, jejíž vlnoplochy jsou kolmé na osu x . Dále předpokládejme, že průměr vlnovodu je malý oproti vlnové délce.

Průřez vlnovodu kolmo na osu označme S [$S=f(x)$]. Osový řez vlnovodem je na obr.1-1.



Obr.1-1

Rovnici kontinuity dostaneme takto:

Přírůstek hmotnosti v průřezu S o souřadnici x za jednotku času je rovný rozdílu hmotnosti, která rychlostí v plochou S do elementu délky Δx za jednotku času vteče, a hmotnosti, která průřezem S^* o souřadnici $x+\Delta x$ rychlostí v^* odteče.

Limita tohoto rozdílu pro $\Delta x \rightarrow 0$ je rovna

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (Sv\rho - S^*v^*\rho^*) = - \frac{\partial(Sv\rho)}{\partial x} dx \quad /1-1/$$

Tento výraz je roven časovému přírůstku hustoty ρ v elementu Sdx , z čehož vyplývá

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} S dx = - \frac{\partial(Sv\rho)}{\partial x} dx \quad /1-2/$$

Za předpokladu, že $\rho \neq f(x)$, a po úpravě můžeme psát

$$S \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial(Sv)}{\partial x} = 0 \quad /1-3/$$

Zavedeme-li do této rovnice kontinuity rychlostní potenciál podle vztahu $v = \partial \phi / \partial x$, lze ji po úpravě napsat ve tvaru

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \frac{\partial \phi}{\partial x}) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad /1-4/$$

Po provedení parciální derivace součinu v závorce rovnice /1-4/ dostaneme

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \frac{\partial \phi}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad /1-5/$$

Z druhého pohybového zákona plyne pro element $S dx$ vztah

$$- \frac{\partial(Sp)}{\partial x} dx = \rho S dx \frac{\partial v}{\partial t} \quad /1-6/$$

Zavedeme-li $v = \partial \phi / \partial x$, můžeme rovnici /1-6/ upravit na

$$\frac{1}{S} \frac{\partial(Sp)}{\partial x} = - \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} \quad /1-7/$$

Z této rovnice integrací podle x a potom derivací podle t dostaneme

$$- \frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad /1-8/$$

Z Poissonova zákona pro adiabatické děje v plynech vychází vztah

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c_0^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad /1-9/$$

Z rovnic /1-8/ a /1-9/ dostaneme

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad /1-10/$$

Dosadíme-li do rovnice /1-5/ vztah /1-10/, dostaneme

Websterovu vlnovou rovnici pro vlnovody

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad /1-11/$$

Protože $\frac{1}{S} \frac{dS}{dx} = \frac{d}{dx}(\ln S)$, lze Websterovu rovnici psát též

ve tvaru

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{d}{dx}(\ln S) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad /1-12/$$

Pro harmonický signál můžeme psát

$$\phi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{j\omega t} \quad /1-13/$$

Po dosazení tohoto výrazu do rovnice /1-12/ dostaneme

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{d\psi}{dx} \frac{d}{dx}(\ln S) + k^2 \psi = 0 \quad /1-14/$$

Rovnice /1-14/ je Websterova vlnová rovnice vlnovodů

pro bezčasový rychlostní potenciál ψ , platná pro harmonický signál. Její řešení závisí na tvaru vlnovodu.

1.2 Nekonečně dlouhý Besselův vlnovod

U tohoto vlnovodu je závislost průřezu na souřadnici x vyjádřena vztahem

$$S(x) = \pi (a \cdot x^n)^2, \quad /1-15/$$

kde $n \in \mathbb{R}_0^+$, $a \in \mathbb{R}^+$;

takže $\ln S = \ln \pi + 2 \cdot \ln a + 2n \cdot \ln x$

a dále

$$\frac{d}{dx}(\ln S) = \frac{2n}{x} \quad /1-16/$$

Po dosazení vztahu /1-16/ do Websterovy rovnice /1-14/ dostaneme

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2n}{x} \frac{d\psi}{dx} + k^2 \psi = 0 \quad /1-17/$$

Tato rovnice je příbuzná rovnici Besselově. V [1,6] je řešení rovnice /1-17/ ve tvaru

$$\psi = x^{\frac{1-2n}{2}} \cdot Z_{\frac{1-2n}{2}}(kx), \quad /1-18/$$

kde za Z můžeme dosadit lineární kombinaci Besselových funkcí různého druhu podle hodnoty výrazu $(1-2n)/2$. Pro výpočet nekonečně dlouhého vlnovodu je nejvýhodnější tvar s Hankelovou funkcí (Besselova funkce 3. druhu); potom dostáváme řešení ve tvaru

$$\psi(x) = C_1 x^{\frac{1-2n}{2}} \cdot H_{\frac{1-2n}{2}}^{(1)}(kx) + C_2 x^{\frac{1-2n}{2}} \cdot H_{\frac{1-2n}{2}}^{(2)}(kx) \quad /1-19/$$

Dá se odvodit, že C_1 je amplituda vlny konvergentní, C_2 vlny divergentní. Pro nekonečně dlouhý vlnovod nás zajímá pouze vlna divergentní (nenestanou žádné odrazy), proto $C_1 = 0$. Položíme-li $(1-2n)/2 = \nu$, $C_2 = C$; můžeme řešení psát ve tvaru

$$\Psi = C x^\nu H_\nu^{(2)}(kx) \quad /1-20/$$

Z toho plyne, že akustický tlak a rychlost jsou dány výrazy

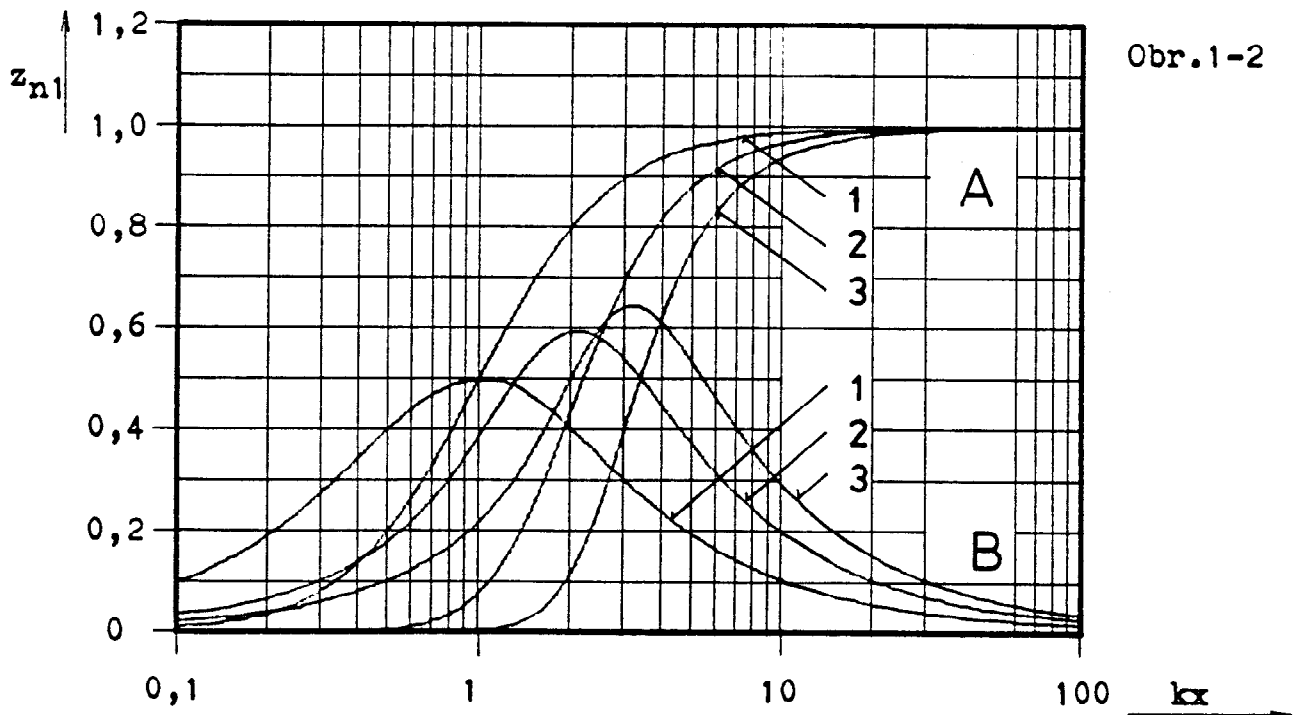
$$p = -j\omega\rho\Psi = -j\omega\rho C x^\nu H_\nu^{(2)}(kx) \quad , \quad /1-21/$$

$$v = d\Psi/dx = C[\nu x^{\nu-1}H_\nu^{(2)}(kx) + x^\nu H_\nu^{\prime(2)}(kx)] \quad /1-22/$$

Normovaná vstupní impedance nekonečně dlouhého Besselova vlnovodu je potom

$$z_{n1} = \frac{1}{c_0\rho} \frac{p}{v} = \frac{-jk}{\frac{\nu}{x} + \frac{H_\nu^{\prime(2)}(kx)}{H_\nu^{(2)}(kx)}} \quad /1-23/$$

Na obr.1-2 je znázorněna normovaná vstupní impedance nekonečně dlouhého Besselova vlnovodu z_{n1} v závislosti na kx pro $n = 1, 2, 3$. (A je reálná část z_{n1} a B imaginární část z_{n1} .)



Obr.1-2

Speciální případy:

1.2.1 Cylindrický vlnovod

Dosadíme-li do vzorce /1-23/ $n=0$, dostaneme vztah pro cylindrický vlnovod nekonečné délky.

$$n = 0 \Rightarrow \nu = 1/2 \quad , \quad /1-24/$$

$$H_{1/2}^{(2)}(kx) = J_{1/2}(kx) + j J_{-1/2}(kx) \quad , \quad /1-25/$$

$$J_{1/2}(kx) = \sqrt{\frac{2}{\pi k x}} \sin(kx) \quad , \quad /1-26/$$

$$J_{-1/2}(kx) = \sqrt{\frac{2}{\pi k x}} \cos(kx) \quad . \quad /1-27/$$

Dosadíme-li vztahy /1-24/ až /1-27/ do vzorce /1-23/,

$$\text{dostaneme} \quad z_{n1} = 1 \quad /1-28/$$

Z výrazu /1-28/ je vidět, že vstupní impedance nekonečně dlouhého cylindrického vlnovodu má povahu čistě odporovou.

Specifická impedance je rovna vlnovému odporu prostředí $c_0 \rho$.

1.2.2 Kónický vlnovod

Dosadíme-li do vzorce /1-23/ $n=1$, dostaneme vztah pro kónický vlnovod nekonečné délky.

$$n = 1 \Rightarrow \nu = -1/2 \quad , \quad /1-29/$$

$$H_{-1/2}^{(2)}(kx) = J_{-1/2}(kx) - j J_{1/2}(kx) \quad . \quad /1-30/$$

Dosadíme-li vztahy /1-26/, /1-27/, /1-29/ a /1-30/ do vzorce /1-23/, dostaneme

$$z_{n1} = \frac{jkx}{1 + jkx} \quad , \quad /1-31/$$

což můžeme psát též

$$z_{n1} = A + jB \quad , \quad /1-32/$$

kde

$$A = \frac{(kx)^2}{1 + (kx)^2} \quad /1-33/$$

a

$$B = \frac{kx}{1 + (kx)^2} \quad /1-34/$$

1.3 Nekonečně dlouhý hyperbolický vlnovod

U tohoto typu vlnovodu je závislost průřezu na souřadnici x vyjádřena vztahem

$$S(x) = S_0 [\operatorname{ch}(ax) + q \cdot \operatorname{sh}(ax)]^2 , \quad /1-35/$$

kde $q \in \langle 0; 1 \rangle$,

$$a > 0 ,$$

$$S_0 = \text{konst.} [\text{pro } x=0 \Rightarrow S_0 = S(0)] , \quad /1-36/$$

$$x \in \left\langle \frac{1}{a} \operatorname{arctgh}(-q); \infty \right\rangle .$$

V případě $q=0$ dostáváme katenoidní vlnovod, jehož změnu průřezu popisuje rovnice

$$S(x) = S_0 \operatorname{ch}^2(ax) . \quad /1-37/$$

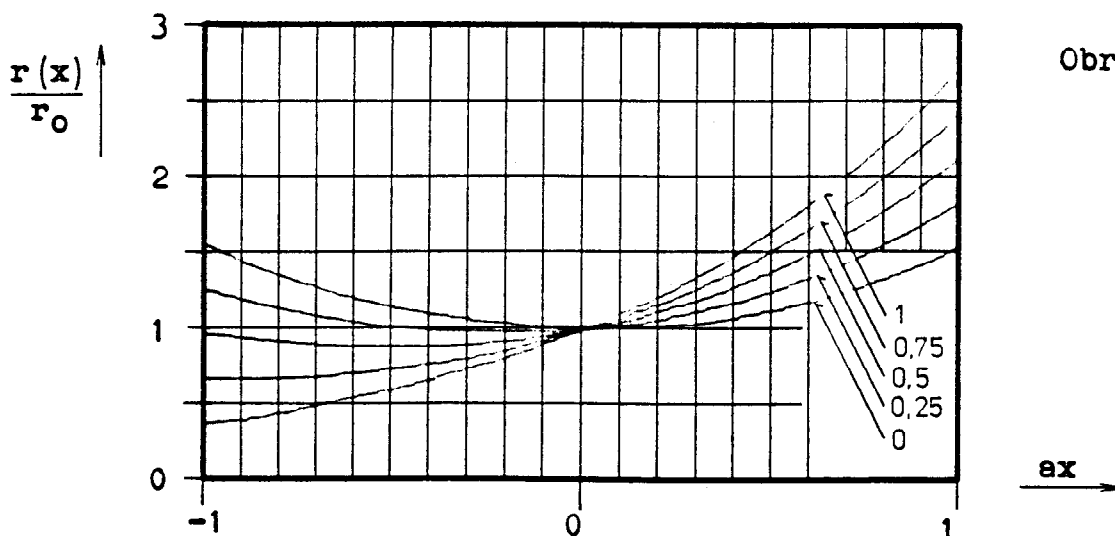
Pro $q=1$ dostáváme vlnovod exponenciální, který je určen takto

$$S(x) = S_0 e^{2ax} . \quad /1-38/$$

Při rotační symetrii můžeme tvar vlnovodu vyjádřit závislostí poloměru vlnovodu na proměnné x

$$r(x) = r_0 [\operatorname{ch}(ax) + q \cdot \operatorname{sh}(ax)] . \quad /1-39/$$

Na obr.1-3 jsou zakresleny průběhy normovaného poloměru $r(x)/r_0 = \operatorname{ch}(ax) + q \cdot \operatorname{sh}(ax)$ v závislosti na ax pro $q = 0; 0,25; 0,5; 0,75; 1$.



Obr.1-3

Nyní uvedeme odvození vstupní impedance tohoto vlnovodu. Toto odvození, jehož dílčí výsledky budeme používat v kapitole 1.5, je přejato z [8].

Při řešení vstupní impedance tohoto vlnovodu nejprve dosadíme vztah /1-35/ do Websterovy rovnice /1-14/ a získáme ji ve tvaru

$$\psi'' + 2a \frac{\operatorname{sh}(ax) + q \operatorname{ch}(ax)}{\operatorname{ch}(ax) + q \operatorname{sh}(ax)} \psi' + k^2 \psi = 0 \quad /1-40/$$

Řešení rovnice /1-40/ budeme hledat ve tvaru

$$\psi = M \cdot \tau \quad , \quad /1-41/$$

kde

$$M = \frac{1}{\operatorname{ch}(ax) + q \operatorname{sh}(ax)} \quad /1-42/$$

a kde τ vyhovuje rovnici

$$\tau'' = -b^2 \tau \quad . \quad /1-43/$$

Z rovnic /1-41/ a /1-42/ dostaneme

$$\psi' = M' \tau + M \tau' \quad , \quad /1-44/$$

$$\psi'' = M'' \tau + 2M' \tau' + M \tau'' \quad , \quad /1-45/$$

$$M' = -aM^2 [\operatorname{sh}(ax) + q \operatorname{ch}(ax)] \quad , \quad /1-46/$$

$$M'' = -2aMM' [\operatorname{sh}(ax) + q \operatorname{ch}(ax)] - a^2 M \quad . \quad /1-47/$$

Po dosazení vztahů /1-41/ až /1-47/ do rovnice /1-40/ dostaneme

$$\begin{aligned} & \tau \{ 2a^2 M^3 [\operatorname{sh}(ax) + q \operatorname{ch}(ax)]^2 - a^2 M - 2a^2 M^3 [\operatorname{sh}(ax) + q \operatorname{ch}(ax)]^2 + \\ & k^2 M - b^2 M \} + \tau' \{ -2aM^2 [\operatorname{sh}(ax) + q \operatorname{ch}(ax)] + \\ & 2aM^2 [\operatorname{sh}(ax) + q \operatorname{ch}(ax)] \} = 0 \quad . \quad /1-48/ \end{aligned}$$

Rovnice /1-48/ je splněna za předpokladu, že

$$b^2 = k^2 - a^2 \quad . \quad /1-49/$$

Ze vztahu /1-41/ a z řešení rovnice /1-43/

$$\tau = A e^{-jbx} + B e^{jbx} \quad /1-50/$$

dostáváme

$$\psi = \frac{1}{\operatorname{ch}(ax) + q \cdot \operatorname{sh}(ax)} (A e^{-jbx} + B e^{jbx}) \quad /1-51/$$

Má-li vlnovod nekonečnou délku, bude konstanta $B=0$.

Zavedeme-li dále výrazy

$$C_x = \operatorname{ch}(ax) + q \cdot \operatorname{sh}(ax) \quad , \quad /1-52/$$

$$D_x = \operatorname{sh}(ax) + q \cdot \operatorname{ch}(ax) \quad , \quad /1-53/$$

dostaneme řešení ve tvaru

$$\psi = \frac{A e^{-jbx}}{C_x} \quad . \quad /1-54/$$

Normovaná vstupní impedance vlnovodu je dána vztahem

$$z_{n1} = \frac{1}{c_0 \rho} \frac{p}{v} \quad ,$$

kde

$$p = -j\omega \rho \frac{A e^{-jbx}}{C_x}$$

a

$$v = -\frac{A}{C_x} e^{-jbx} (jb + a \frac{D_x}{C_x}) \quad .$$

Zavedeme-li dále ze vztahu /1-49/ kritický kmitočet

$$\omega_k = a \cdot c_0 \quad , \quad /1-55/$$

můžeme zavést normování kmitočtu ke kmitočtu kritickému

$$\Omega = \omega / \omega_k \quad . \quad /1-56/$$

Získáme tak normovanou vstupní impedanci ve tvaru

$$z_{n1} = 1 / \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\Omega^2}} + \frac{1}{j\Omega} \frac{D_x}{C_x} \right) \quad , \quad /1-57/$$

která platí pro $\Omega > 1$.

Pro $\Omega < 1$ odvodíme obdobným postupem (ve vztahu /1-50/ zaměníme b za $j\beta$, kde $\beta = \sqrt{a^2 - k^2}$; v /1-51/ je $A=0$)

$$z_{n1} = j / \left(\sqrt{\frac{1}{\Omega^2} - 1} + \frac{1}{\Omega} \frac{D_x}{C_x} \right) \quad . \quad /1-58/$$

Položíme-li $x=0$, stanovíme vstupní normovanou impedanci vlnovodu se vstupem v místě $x=0$. Tato impedance je pro $\Omega > 1$

$$z_{n1} = 1 / \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\Omega^2}} + \frac{q}{j\Omega} \right) \quad . \quad /1-59/$$

Výraz /1-59/ je komplexní a lze jej tedy psát $z_{n1} = A + jB$,

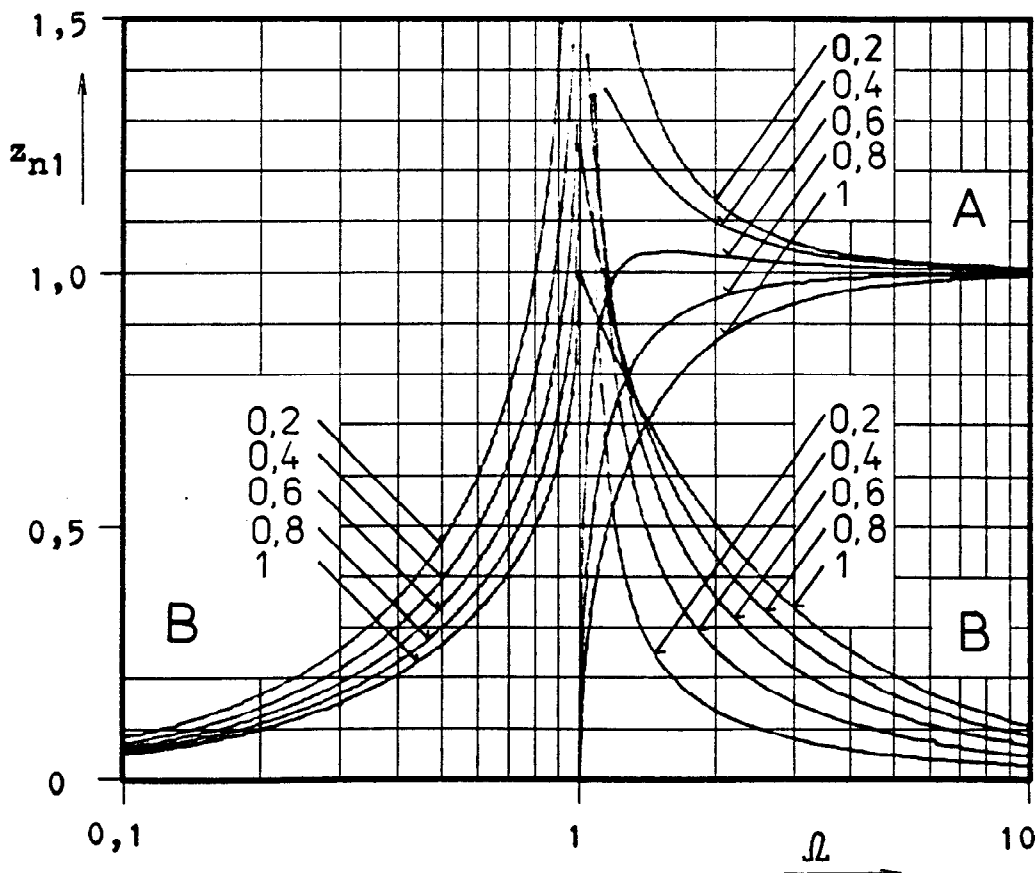
$$\text{kde } A = \sqrt{1 - \frac{1}{\Omega^2}} / \left(1 - \frac{1 - q^2}{\Omega^2} \right) \quad , \quad /1-60/$$

$$B = \frac{q}{\Omega} / \left(1 - \frac{1 - q^2}{\Omega^2} \right) \quad . \quad /1-61/$$

Pro $\Omega < 1$ dostáváme

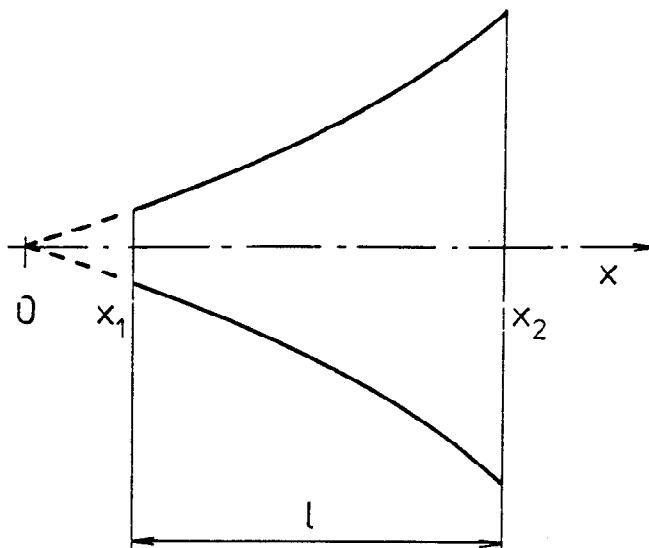
$$z_{n1} = j / \left(\frac{q}{\Omega} + \sqrt{\frac{1}{\Omega^2} - 1} \right) \quad . \quad /1-62/$$

Z tohoto vztahu je patrné, že pro podkritické frekvence vlnovod nepřenáší žádný výkon. V obr.1-4 jsou vyneseny reálné (A) a imaginární (B) složky normované vstupní impedance nekonečně dlouhého hyperbolického vlnovodu pro $q = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$.



Obr.1-4

1.4 Besselův vlnovod konečné délky



Obr.1-5

Podélný řez tímto vlnovodem délky l je na obr.1-5. Při řešení tohoto problému využijeme rovnici /1-18/, kde za z dosadíme lineární kombinaci Besselových funkcí prvního druhu, potom dostaneme řešení ve tvaru

$$\Psi = C_1 x^\nu J_\nu(kx) + C_2 x^\nu J_{-\nu}(kx) , \text{ kde } \nu = \frac{1-2n}{2} . \quad /1-63/$$

Vztah /1-63/ tvoří fundamentální systém rovnice /1-17/ pro ν různé od celého čísla. Je-li ν celé číslo, pak /1-63/ není fundamentálním systémem rovnice /1-17/, neboť

$$J_{-\nu}(kx) = (-1)^\nu J_\nu(kx) .$$

V tomto případě bychom použili řešení ve tvaru

$$\Psi = C_1 x^\nu J_\nu(kx) + C_2 x^\nu N_\nu(kx) .$$

Zde se tímto zvláštním případem zabývat nebudeme a řešení budeme uvažovat ve tvaru /1-63/. Ze vztahu /1-63/ spočteme akustický tlak p_1 a rychlost v_1 na vstupu vlnovodu pro $x=x_1$ a akustický tlak p_2 a rychlost v_2 na výstupu vlnovodu pro $x=x_2$. Odvodíme tak rovnice:

$$p_1 = -j\omega\rho [C_1 x_1^\nu J_\nu(kx_1) + C_2 x_1^\nu J_{-\nu}(kx_1)] \quad /1-64/$$

$$v_1 = \nu x_1^{\nu-1} [C_1 J_\nu(kx_1) + C_2 J_{-\nu}(kx_1)] + x_1^\nu [C_1 J'_\nu(kx_1) + C_2 J'_{-\nu}(kx_1)] \quad /1-65/$$

$$p_2 = -j\omega\rho [C_1 x_2^\nu J_\nu(kx_2) + C_2 x_2^\nu J_{-\nu}(kx_2)] \quad /1-66/$$

$$v_2 = \nu x_2^{\nu-1} [C_1 J_\nu(kx_2) + C_2 J_{-\nu}(kx_2)] + x_2^\nu [C_1 J'_\nu(kx_2) + C_2 J'_{-\nu}(kx_2)] \quad /1-67/$$

Z rovnic /1-66/ a /1-67/ vyjádříme konstanty C_1 a C_2

(hodnoty p_2 a v_2 na konci vlnovodu považujeme za známé).

$$C_1 = - \frac{\frac{v_2}{x_2^\nu} + \frac{p_2}{j\omega\rho x_2^\nu} \left[\frac{\nu}{x_2} + \frac{J'_{-\nu}(kx_2)}{J_{-\nu}(kx_2)} \right]}{J_\nu(kx_2) \left[\frac{J'_{-\nu}(kx_2)}{J_{-\nu}(kx_2)} - \frac{J'_\nu(kx_2)}{J_\nu(kx_2)} \right]} \quad /1-68/$$

$$C_2 = \frac{\frac{v_2}{x_2^\nu} + \frac{p_2}{j\omega\rho x_2^\nu} \left[\frac{\nu}{x_2} + \frac{J'_\nu(kx_2)}{J_\nu(kx_2)} \right]}{J_{-\nu}(kx_2) \left[\frac{J'_{-\nu}(kx_2)}{J_{-\nu}(kx_2)} - \frac{J'_\nu(kx_2)}{J_\nu(kx_2)} \right]} \quad /1-69/$$

Po dosazení C_1 a C_2 do vztahů /1-64/ a /1-65/ a úpravě dostaneme výrazy pro p_1 a v_1 ; z nichž dostaneme výsledný vztah pro normovanou vstupní impedanci

$$z_{n1} = \frac{j k \left\{ \left[1 + \frac{z_{n2}}{j k} A \right] B - \left[1 + \frac{z_{n2}}{j k} C \right] D \right\}}{\left[1 + \frac{z_{n2}}{j k} C \right] \left[\frac{\nu}{x_1} D + E \right] - \left[1 + \frac{z_{n2}}{j k} A \right] \left[\frac{\nu}{x_1} B + F \right]}, \quad /1-70/$$

kde

$$A = \frac{\nu}{x_2} + \frac{J'_{-\nu}(kx_2)}{J_{-\nu}(kx_2)}, \quad /1-71/$$

$$B = \frac{J_\nu(kx_1)}{J_\nu(kx_2)}, \quad /1-72/$$

$$C = \frac{\nu}{x_2} + \frac{J'_\nu(kx_2)}{J_\nu(kx_2)} \quad , \quad /1-73/$$

$$D = \frac{J'_\nu(kx_1)}{J_\nu(kx_2)} \quad , \quad /1-74/$$

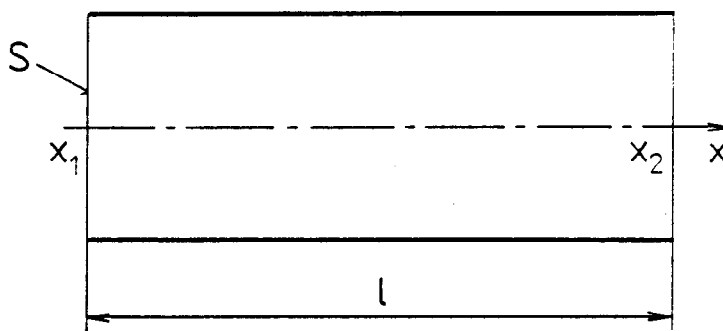
$$E = \frac{J'_\nu(kx_1)}{J_\nu(kx_2)} \quad , \quad /1-75/$$

$$F = \frac{J'_\nu(kx_1)}{J_\nu(kx_2)} \quad . \quad /1-76/$$

z_{n2} je normovaná hodnota zatěžovací impedance vlnovodu (viz kapitola 1.7)

Speciální případy:

1.4.1 Cylindrický vlnovod



Obr.1-6

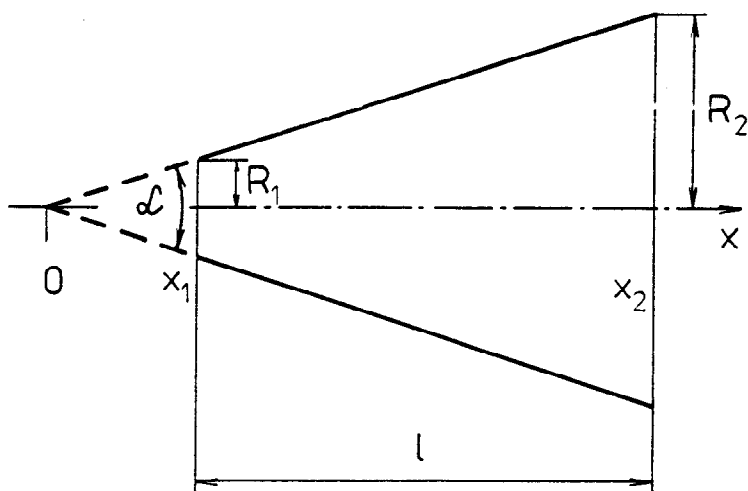
Dosadíme-li do vzorců /1-70/ až /1-76/ $n=0$ ($\nu=1/2$), dostaneme normovanou vstupní impedanci cylindrického vlnovodu konečné délky l ($l = x_2 - x_1$; $x_1 \neq 0$), který je zobrazen na obr.1-6, ve tvaru

$$z_{n1} = \frac{z_{n2} \cos(kl) + j \sin(kl)}{j \cdot z_{n2} \sin(kl) + \cos(kl)} \quad . \quad /1-77/$$

Ze vzorce /1-77/ je vidět, že zatížíme-li cylindrický vlnovod na výstupu akustickou impedancí $c_0 \rho / S$, tj. na jednotku plochy vlnovou impedancí, jejíž normovaná hodnota je $z_{n2}=1$, bude i $z_{n1}=1$.

To znamená, že v takovém případě vlnovod převádí impedanci $c_0 \rho / S$ beze změny a způsobuje pouze zpoždění $\Delta t = l/c_0$.

1.4.2 Kónický vlnovod



Obr.1-7

Dosadíme-li do vzorců /1-70/ až /1-76/ $n=1$ ($\nu = -1/2$), dostaneme normovanou vstupní impedanci kónického vlnovodu konečné délky l ($l = x_2 - x_1$; $x_1 \neq 0$), který je zobrazen na obr.1-7, ve tvaru

$$z_{n1} = \frac{z_{n2} \left[\cos(kl) - \frac{1}{kx_1} \sin(kl) \right] + j \sin(kl)}{jz_{n2} \left[\left(1 + \frac{1}{k^2 x_1 x_2} \right) \sin(kl) - \frac{1}{kx_1 x_2} \cos(kl) \right] + \frac{1}{kx_1} \sin(kl) + \cos(kl)}$$

/1-78/

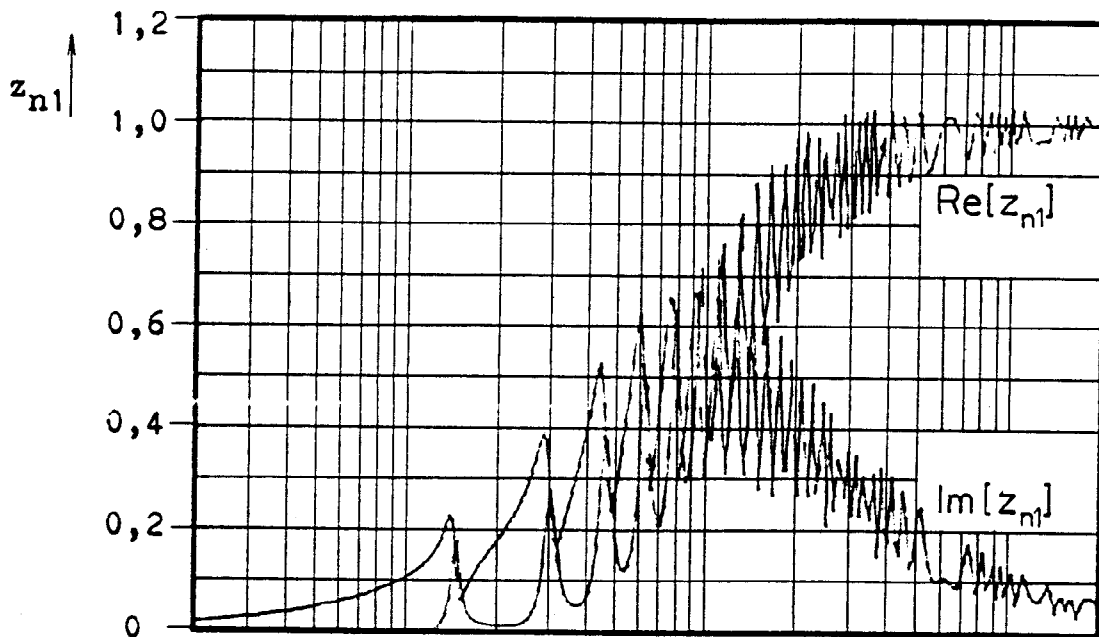
Hodnoty x_1 a x_2 dostaneme z hodnot vstupního poloměru R_1 , výstupního poloměru R_2 a délky vlnovodu l podle vztahů

$$x_1 = lR_1 / (R_2 - R_1) \quad , \quad /1-79/$$

$$x_2 = x_1 + l \quad . \quad /1-80/$$

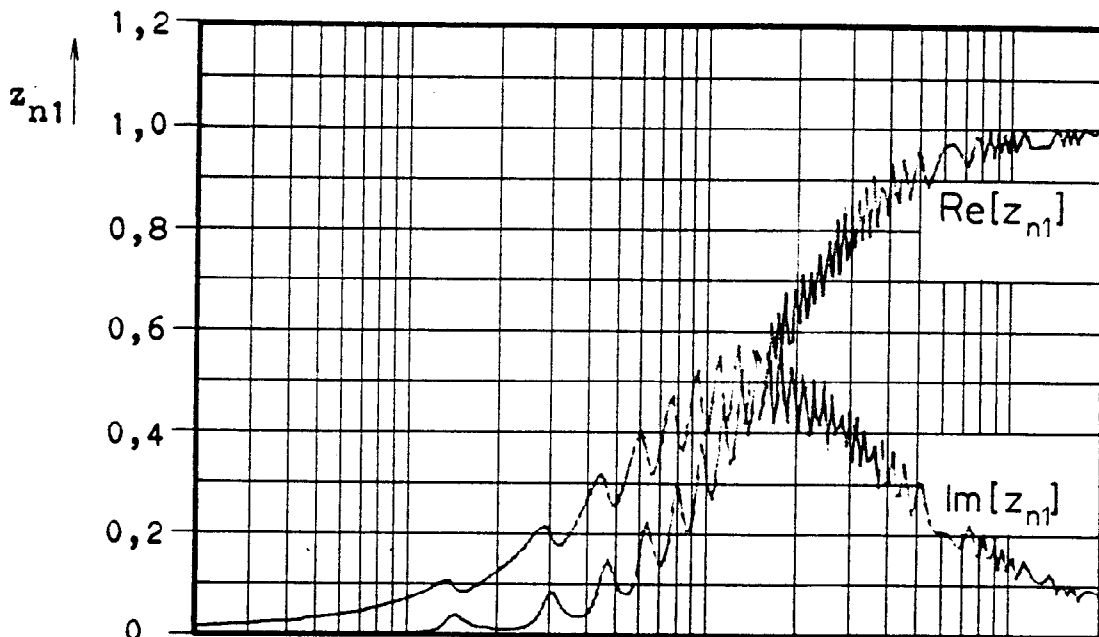
Vzorec /1-78/ přejde v limitním případě pro $x_1 \rightarrow \infty$ a $x_2 \rightarrow \infty$ ve vzorec /1-77/ (kónický vlnovod přejde v cylindrický).

Na obr.1-8 je znázorněna z_{n1} kónického vlnovodu délky $l=1m$, o vstupním poloměru $R_1=1cm$ pro několik vrcholových úhlů α .

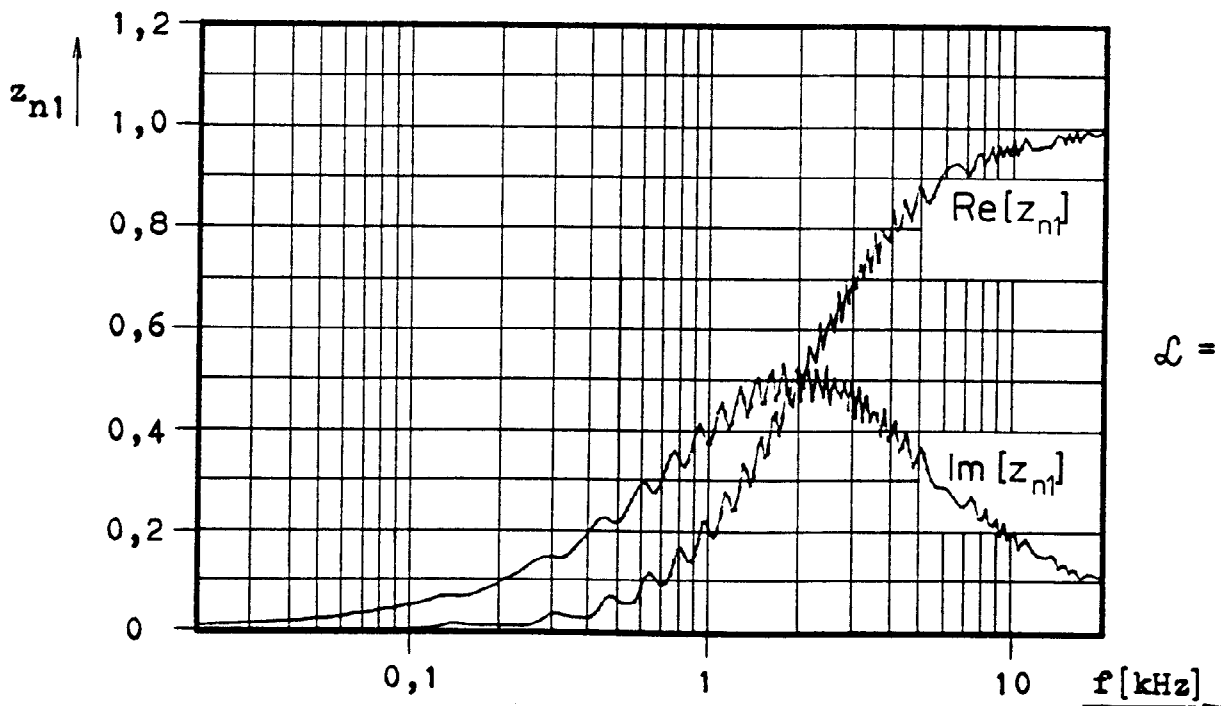


Obr. 1-8

$\mathcal{L} = 40^\circ$

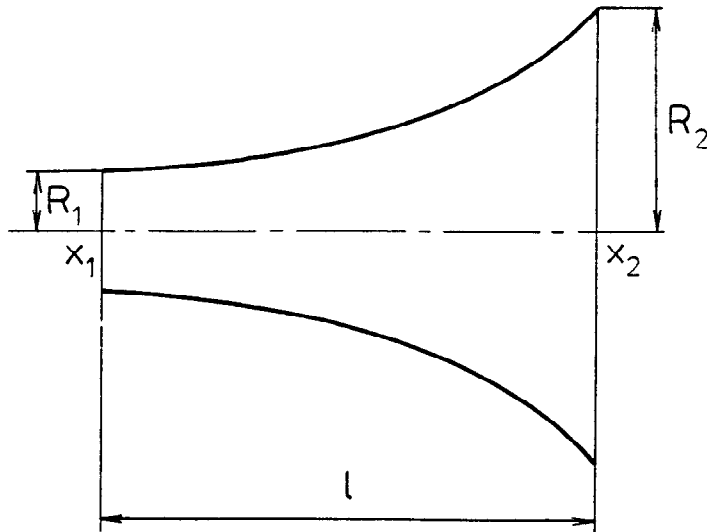


$\mathcal{L} = 60^\circ$



$\mathcal{L} = 80^\circ$

1.5 Hyperbolický vlnovod konečné délky



Obr.1-9

Podélný řez tímto vlnovodem délky l je na obr.1-9.

Při řešení vstupní impedance tohoto vlnovodu vyjdeme z řešení /1-51/, v němž zavedeme místo exponenciálních funkcí funkce goniometrické.

$$\psi = \frac{1}{\operatorname{ch}(ax) + q \cdot \operatorname{sh}(ax)} [A \cos(bx) + B \sin(bx)] \quad /1-81/$$

Řešení /1-81/ je pro $\omega > a \cdot c_0$ periodické; kritický kmitočet vlnovodu je roven $\omega_k = a \cdot c_0$.

Ze vztahu /1-81/ si vyjádříme akustický tlak p_1 a rychlost v_1 na vstupu vlnovodu pro $x=x_1$ a akustický tlak p_2 a rychlost v_2 na výstupu vlnovodu pro $x=x_2$. Odvodíme tak rovnice:

$$p_1 = - \frac{j\omega\rho}{c_1} [A \cos(bx_1) + B \sin(bx_1)] \quad , \quad /1-82/$$

$$v_1 = \frac{1}{c_1^2} \{ bC_1 [B \cos(bx_1) - A \sin(bx_1)] - aD_1 [A \cos(bx_1) + B \sin(bx_1)] \} /1-83/$$

$$p_2 = - \frac{j\omega\rho}{c_2} [A \cos(bx_2) + B \sin(bx_2)] \quad , \quad /1-84/$$

$$v_2 = \frac{1}{c_2^2} \{ bC_2 [B \cos(bx_2) - A \sin(bx_2)] - aD_2 [A \cos(bx_2) + B \sin(bx_2)] \} /1-85/$$

kde

$$C_1 = \operatorname{ch}(ax_1) + q \cdot \operatorname{sh}(ax_1) \quad /1-86/$$

$$C_2 = \operatorname{ch}(ax_2) + q \cdot \operatorname{sh}(ax_2) \quad /1-87/$$

$$D_1 = \operatorname{sh}(ax_1) + q \cdot \operatorname{ch}(ax_1) \quad /1-88/$$

$$D_2 = \operatorname{sh}(ax_2) + q \cdot \operatorname{ch}(ax_2) \quad /1-89/$$

Z rovnic /1-84/ a /1-85/ vyjádříme konstanty A a B

(hodnoty \underline{p}_2 a \underline{v}_2 na konci vlnovodu považujeme za známé)

$$A = - \frac{\underline{v}_2 C_2}{b} \sin(bx_2) + \frac{\underline{p}_2}{j\omega\rho} \left[\frac{a}{b} D_2 \sin(bx_2) - C_2 \cos(bx_2) \right] , /1-90/$$

$$B = \frac{\underline{v}_2 C_2}{b} \cos(bx_2) - \frac{\underline{p}_2}{j\omega\rho} \left[\frac{a}{b} D_2 \cos(bx_2) + C_2 \sin(bx_2) \right] . /1-91/$$

Po dosazení A a B do vztahů /1-82/ a /1-83/ a úpravě dostaneme výrazy pro \underline{p}_1 a \underline{v}_1 , z nichž dostaneme výsledný vztah pro normovanou vstupní impedanci

$$z_{n1} = \frac{1}{\frac{k}{b} \frac{j}{b} - z_{n2} \left[\operatorname{tg}(bl) + \frac{a}{b} \frac{D_2}{C_2} \right]} - j \frac{a}{k} \frac{D_1}{C_1} \quad /1-92/$$

$$\frac{k}{b} - \frac{a}{b} \operatorname{tg}(bl) + j z_{n2} \left[1 - \frac{a}{b} \frac{D_2}{C_2} \operatorname{tg}(bl) \right]$$

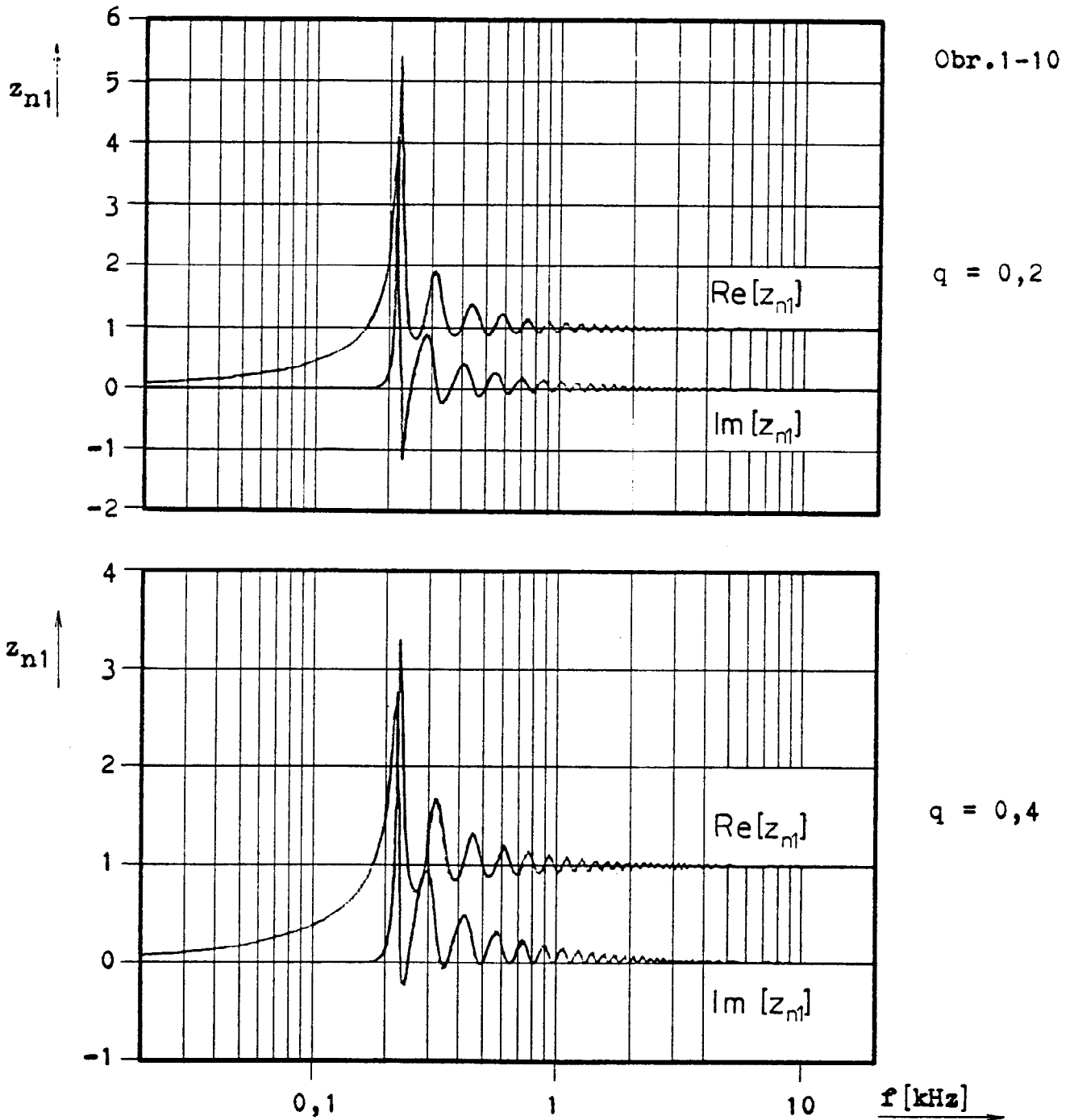
kde z_{n2} je normovaná hodnota zatěžovací impedance vlnovodu.

Při volbě délky vycházíme z kritického kmitočtu \underline{f}_0 , z něhož vypočítáme výstupní poloměr \underline{R}_2 podle vztahu v [3]

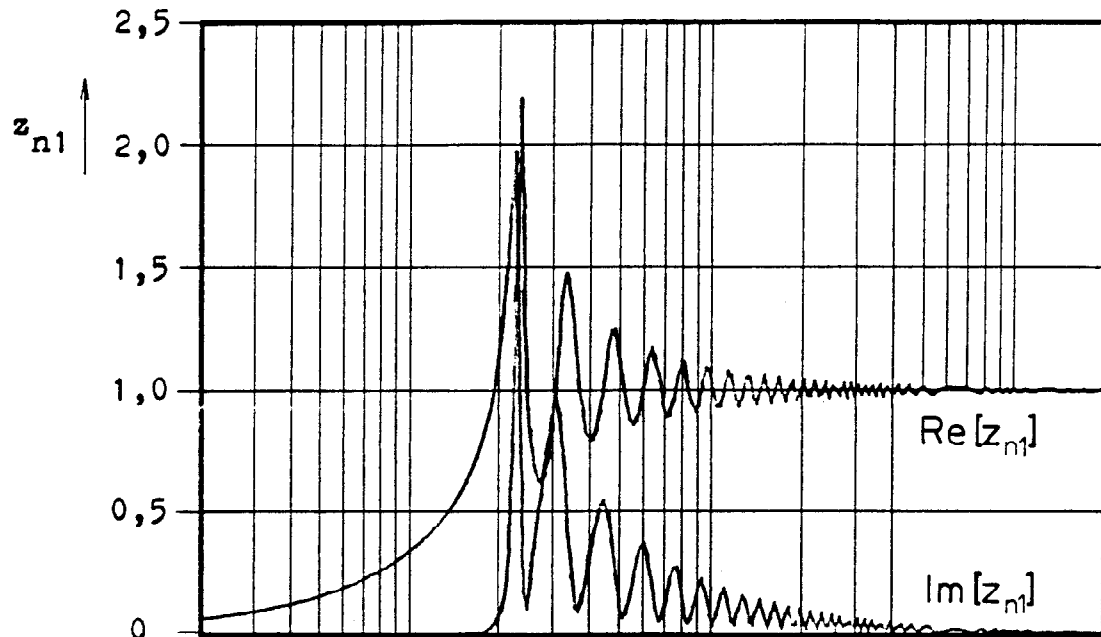
$$\frac{2\pi \underline{f}_0}{c_0} \underline{R}_2 = 1 \quad /1-93/$$

Máme-li vstupní poloměr \underline{R}_1 , výstupní poloměr \underline{R}_2 , kritický kmitočet \underline{f}_0 a konstantu q , můžeme ze vzorce /1-39/ vypočítat optimální délku vlnovodu. (Podrobněji bude optimalizace délky vlnovodu rozebrána v kapitole 1.8.)

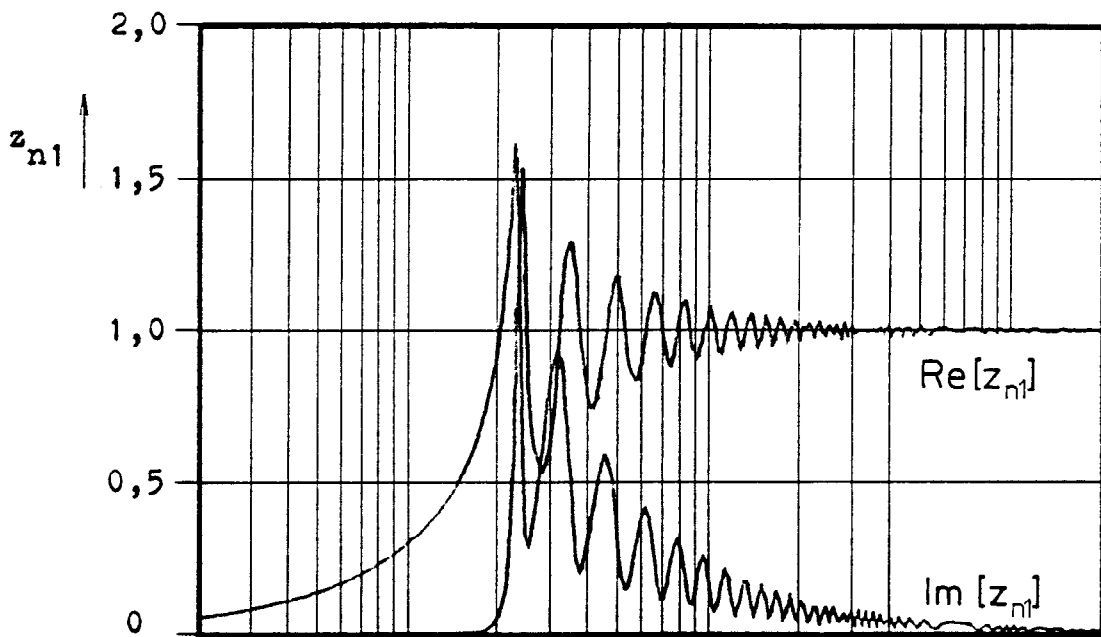
Na obr.1-10 je znázorněna normovaná vstupní impedance hyperbolického vlnovodu ($f_0 = 200 \text{ Hz}$, $R_1 = 1 \text{ cm}$) pro $q = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$. Délka vlnovodu je určena podle předcházející úvahy.



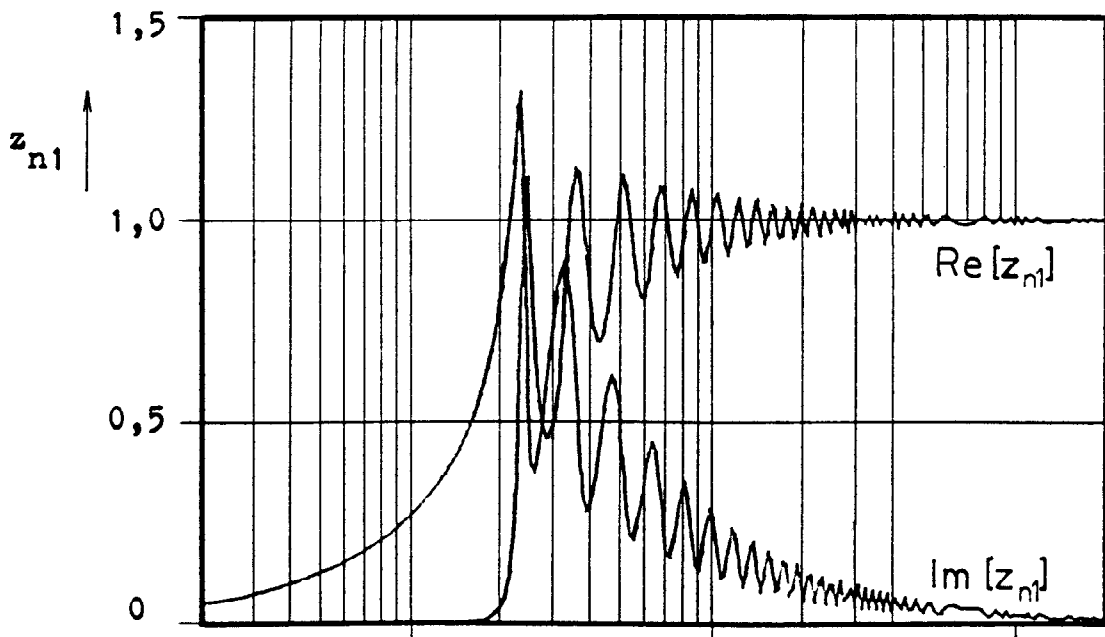
Obr. 1-10



$q = 0,6$



$q = 0,8$



$q = 1$

f [kHz]

0,1

1

10

1.6 Modely vlnovodů

V této kapitole uvedeme náhradní modely vlnovodů, které mohou sloužit při návrhu složených soustav, zejména při spojení vlnovodů s elektromechanickými nebo elektroakustickými měniči. Výhoda modelů spočívá zejména v tom, že jednoduchým způsobem popisují vlnovod a umožňují jeho analýzu i syntézu bez složitých výpočtů.

1.6.1 Cylindrický vlnovod

Model tohoto vlnovodu ve tvaru Π -článku nebo T -článku se poměrně často používá. Jeho odvození, které je přejato z [7], je uvedeno z důvodu souvislosti výkladu a dále proto, že modely vlnovodu kónického a hyperbolického mají za základ model vlnovodu cylindrického.

Mějme cylindrický vlnovod podle obr.1-6 o délce l ($x_1 = 0$; $x_2 = l$) a průřezu S . Při řešení vyjdeme z vlnové rovnice cylindrického vlnovodu

$$\psi'' + k^2\psi = 0 \quad /1-93/$$

Rovnice /1-93/ má řešení

$$\psi = C_1 e^{-jkx} + C_2 e^{jkx} \quad /1-94/$$

Z tohoto vztahu si vyjádříme akustický tlak p_1 a rychlost v_1 na vstupu vlnovodu pro $x=x_1$ ($x_1=0$) a akustický tlak p_2 a rychlost v_2 na výstupu vlnovodu pro $x=x_2$ ($x_2=l$).

Odvodíme tak rovnice:

$$p_1 = -j\omega\rho (C_1 + C_2) \quad /1-95/$$

$$v_1 = -jk (C_1 - C_2) \quad /1-96/$$

$$p_2 = -j\omega\rho (C_1 e^{-jkl} + C_2 e^{jkl}) \quad /1-97/$$

$$v_2 = -jk (C_1 e^{-jkl} - C_2 e^{jkl}) \quad /1-98/$$

Konstanty C_1 a C_2 vyjádříme ze vztahů /1-95/ a /1-97/.

Po úpravě dostaneme

$$C_1 = \frac{\frac{P_2}{j\omega\rho} - \frac{P_1}{j\omega\rho} e^{jkl}}{2j \sin(kl)} \quad , \quad /1-99/$$

$$C_2 = \frac{-\frac{P_2}{j\omega\rho} + \frac{P_1}{j\omega\rho} e^{-jkl}}{2j \sin(kl)} \quad . \quad /1-100/$$

Dosazením vztahů pro C_1 a C_2 do vzorců /1-96/ a /1-98/ dostaneme

$$v_1 = -j \frac{P_1}{c_0\rho} \cotg(kl) + j \frac{P_2}{c_0\rho} \frac{1}{\sin(kl)} \quad , \quad /1-101/$$

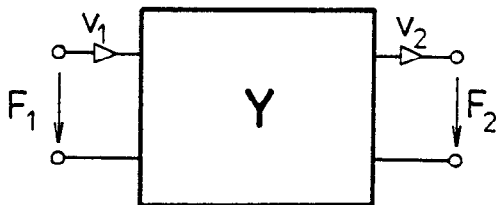
$$v_2 = -j \frac{P_1}{c_0\rho} \frac{1}{\sin(kl)} + j \frac{P_2}{c_0\rho} \cotg(kl) \quad . \quad /1-102/$$

Zavedeme-li síly $F_1 = p_1 S$ a $F_2 = p_2 S$,

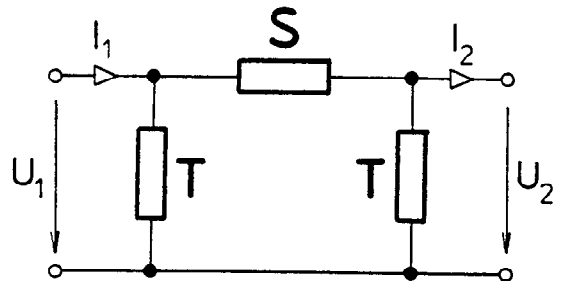
dostaneme

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad , \quad /1-103/$$

kde $[Y_m]$ je matice mechanických admitancí. Vlnovod délky l budeme považovat za dvojbran naznačený na obr.1-11.



Obr.1-11



Obr.1-12

Pro matici $[Y_m]$ platí

$$[Y_m] = \begin{bmatrix} -j \frac{1}{c_0 \rho S} \cotg(kl) & ; & j \frac{1}{c_0 \rho S} \frac{1}{\sin(kl)} \\ -j \frac{1}{c_0 \rho S} \frac{1}{\sin(kl)} & ; & j \frac{1}{c_0 \rho S} \cotg(kl) \end{bmatrix} \quad /1-104/$$

Porovnáme-li matici $[Y_m]$ s admitanční maticí Π -článku podle obr.1-12

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{S} + \frac{1}{T} & ; & -\frac{1}{S} \\ \frac{1}{S} & ; & -\frac{1}{S} - \frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad , \quad /1-105/$$

dostáváme

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{T} = -j \frac{1}{c_0 \rho S} \cotg(kl) \quad , \quad /1-106/$$

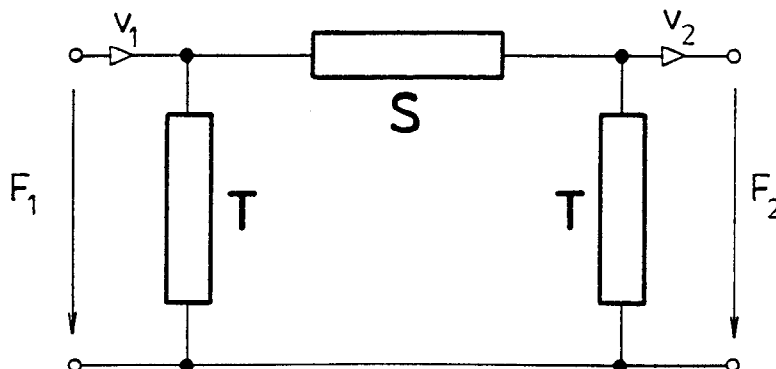
$$\frac{1}{S} = -j \frac{1}{c_0 \rho S} \frac{1}{\sin(kl)} \quad /1-107/$$

Po vyřešení této soustavy rovnic dostaneme

$$T = -j c_0 \rho S \cotg(kl/2) \quad /1-108/$$

$$S = j c_0 \rho S \sin(kl) \quad /1-109/$$

Konečný mechanický model cylindrického vlnovodu délky l je na obr.1-13.



Obr.1-13

1.6.2 Kónický vlnovod

Model kónického vlnovodu je podrobně řešen v práci [8].

V této práci je odvozen model divergentního i konvergentního kónického vlnovodu jak v pevné tak i v plynné fázi. Zde uvedeme odvození divergentního kónického vlnovodu v plynné fázi, které vychází z této práce.

Mějme kónický vlnovod podle obr.1-7 o délce l , vstupním poloměru r_1 a výstupním poloměru r_2 . Při řešení vyjdeme z vlnové rovnice kónického vlnovodu

$$\psi'' + \frac{2}{x}\psi' + k^2\psi = 0 \quad /1-110/$$

Rovnice /1-110/ má řešení

$$\psi = \frac{1}{x} [C_1 e^{-jkx} + C_2 e^{jkx}] \quad /1-111/$$

Z tohoto vztahu si vyjádříme akustický tlak p_1 a rychlost v_1 na vstupu vlnovodu pro $x=x_1$ a akustický tlak p_2 a rychlost v_2 na výstupu vlnovodu pro $x=x_2$. Odvodíme tak rovnice:

$$p_1 = - \frac{j\omega\rho}{x_1} [C_1 e^{-jkx_1} + C_2 e^{jkx_1}] \quad /1-112/$$

$$v_1 = - \frac{1}{x_1^2} [C_1 e^{-jkx_1} (1+jkx_1) + C_2 e^{jkx_1} (1-jkx_1)] \quad /1-113/$$

$$p_2 = - \frac{j\omega\rho}{x_2} [C_1 e^{-jkx_2} + C_2 e^{jkx_2}] \quad /1-114/$$

$$v_2 = - \frac{1}{x_2^2} [C_1 e^{-jkx_2} (1+jkx_2) + C_2 e^{jkx_2} (1-jkx_2)] \quad /1-115/$$

Konstanty C_1 a C_2 vyjádříme ze vztahů /1-112/ a /1-114/.

Po úpravě dostaneme

$$C_{1,2} = [\mp \frac{p_2 x_2}{j\omega\rho} e^{\pm jkx_1} \pm \frac{p_1 x_1}{j\omega\rho} e^{\pm jkx_2}] / [e^{-jkl} - e^{jkl}] \quad /1-116/$$

Dosažením vztahů pro C_1 a C_2 do vzorců /1-113/ a /1-115/

a zavedením

$$p_1 S_1 = F_1 \quad ; \quad p_2 S_2 = F_2 \quad /1-117/$$

dostaneme

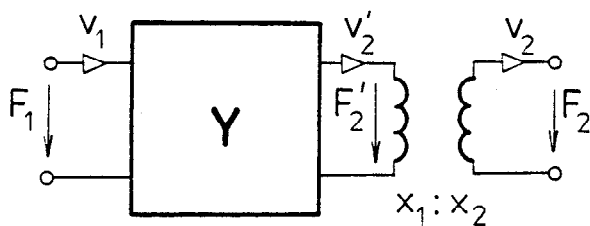
$$v_1 = \frac{1}{c_0 \rho S_1} \left[\frac{\cotg(kl)}{j} + \frac{1}{jkx_1} \right] F_1 - \frac{1}{c_0 \rho S_2} \frac{x_2}{x_1} \frac{1}{j \sin(kl)} F_2$$

/1-118/

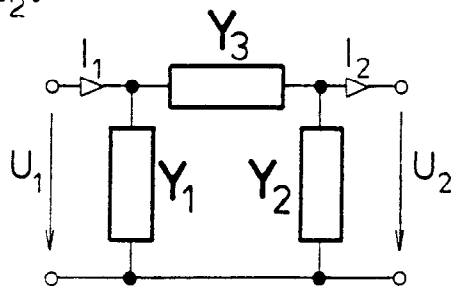
$$v_2 = \frac{1}{c_0 \rho S_1} \frac{x_1}{x_2} \frac{1}{j \sin(kl)} F_1 - \frac{1}{c_0 \rho S_2} \left[\frac{\cotg(kl)}{j} - \frac{1}{jkx_2} \right] F_2$$

/1-119/

Kónický vlnovod nahradíme podle obr.1-14 kaskádním spojením dvojbranu popsaného admitanční maticí [Y] a ideálního transformátoru s převodem $x_1 : x_2$.



Obr.1-14



Obr.1-15

Zavedeme-li

$$v_2 = v'_2 \frac{x_1}{x_2} ; \quad F_2 = F'_2 \frac{x_2}{x_1} ; \quad S_2 = S_1 \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^2 , /1-120/$$

dostaneme

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_0 \rho S_1} \left[\frac{\cotg(kl)}{j} + \frac{1}{jkx_1} \right] ; & - \frac{1}{c_0 \rho S_1} \frac{1}{j \sin(kl)} \\ \frac{1}{c_0 \rho S_1} \frac{1}{j \sin(kl)} & ; - \frac{1}{c_0 \rho S_1} \left[\frac{\cotg(kl)}{j} - \frac{1}{jkx_2} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F'_2 \end{bmatrix}$$

/1-121/

Za dvojbran z obr.1-14 zvolíme Π -článek podle obr.1-15 popsaný admitanční maticí

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 & ; & - Y_3 \\ Y_3 & ; & - Y_2 - Y_3 \end{bmatrix}$$

/1-122/

Porovnáním vztahů /1-121/ a /1-122/ dostaneme vztahy pro Y_1 , Y_2 a Y_3

$$Y_1 = \frac{1}{c_0 \rho S_1} \left[j \operatorname{tg}\left(\frac{kl}{2}\right) + \frac{1}{jkx_1} \right] \quad , \quad /1-123/$$

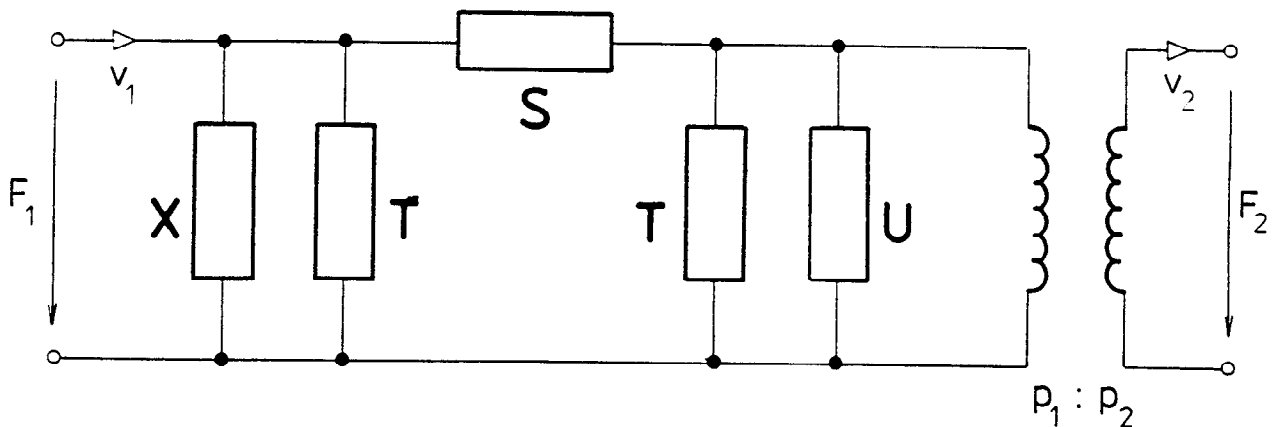
$$Y_2 = \frac{1}{c_0 \rho S_1} \left[j \operatorname{tg}\left(\frac{kl}{2}\right) - \frac{1}{jkx_2} \right] \quad , \quad /1-124/$$

$$Y_3 = \frac{1}{c_0 \rho S_1} \frac{1}{j \sin(kl)} \quad . \quad /1-125/$$

Rozdělíme-li dále příčné admitance Y_1 a Y_2 na dva prvky, získáme výsledné mechanické analogické schéma (obr.1-16) s tímto označením jednotlivých použitých impedancí

$$\left. \begin{aligned} X &= S_1 \rho c_0 jkx_1 & U &= - S_1 \rho c_0 jkx_2 \\ T &= S_1 \rho c_0 \frac{\operatorname{cotg}(kl/2)}{j} & S &= S_1 \rho c_0 j \sin(kl) \end{aligned} \right\} /1-126/$$

$$p_1 : p_2 = x_1 : x_2$$



Obr.1-16

Z výsledného analogického schéma je zřejmé, že model kónického vlnovodu má za základ Π -článek, popisující cylindrický vlnovod délky l , doplněný příčnými impedancemi X a U a transformátorem s převodem $x_1 : x_2$.

1.6.3 Hyperbolický vlnovod

V práci [8] je odvozen model tohoto vlnovodu. Zde pro úplnost výkladu uvedeme část tohoto odvození.

Při řešení modelu tohoto vlnovodu (obr.1-9) vyjdeme z rovnic /1-82/ až /1-89/; konstanty A a B stanovíme z rovnic /1-82/ a /1-84/

$$A = \left[- \frac{p_1 C_1}{j\omega\rho} \sin(bx_2) + \frac{p_2 C_2}{j\omega\rho} \sin(bx_1) \right] / \sin(bl) \quad /1-127/$$

$$B = \left[\frac{p_1 C_1}{j\omega\rho} \cos(bx_2) - \frac{p_2 C_2}{j\omega\rho} \cos(bx_1) \right] / \sin(bl) \quad /1-128/$$

Dosažením konstant A a B do vzorců /1-83/ a /1-85/ a zavedením $p_1 S_1 = F_1$ a $p_2 S_2 = F_2$ dostaneme

$$v_1 = \frac{1}{c_0 \rho S_1} \left[\frac{b \cotg(bl)}{k} + \frac{a D_1}{jk C_1} \right] F_1 - \frac{1}{c_0 \rho S_2} \frac{b C_2}{k C_1} \frac{1}{j \sin(bl)} F_2 \quad /1-129/$$

$$v_2 = \frac{1}{c_0 \rho S_1} \frac{b C_1}{k C_2} \frac{1}{j \sin(bl)} F_1 - \frac{1}{c_0 \rho S_2} \left[\frac{b \cotg(bl)}{k} - \frac{a D_2}{jk C_2} \right] F_2 \quad /1-130/$$

Z rovnic /1-129/ a /1-130/ dostaneme obdobným způsobem jako u kónického vlnovodu analogická schéma, které je strukturně shodné a pro jehož prvky platí

$$X = c_0 \rho S_1 j \frac{k C_1}{a D_1}, \quad U = - c_0 \rho S_1 j \frac{k C_2}{a D_2},$$

$$T = c_0 \rho S_1 \frac{k \cotg(bl/2)}{b} j, \quad S = c_0 \rho S_1 j \frac{k}{b} \sin(bl), \quad /1-131/$$

$$p_1 : p_2 = C_1 : C_2,$$

$$\text{kde } C_1 = \text{ch}(ax_1) + q \text{ sh}(ax_1); D_1 = \text{sh}(ax_1) + q \text{ ch}(ax_1); \quad /1-132/$$

$$C_2 = \text{ch}(ax_2) + q \text{ sh}(ax_2); D_2 = \text{sh}(ax_2) + q \text{ ch}(ax_2). \quad /1-133/$$

1.7 Vyzařovací impedance

V předchozích kapitolách o vlnovodech konečných délek jsme používali normovanou zatěžovací impedanci z_{n2} . V případě vlnovodů řešených na základě Websterovy rovnice, můžeme za z_{n2} pokládat normovanou vyzařovací impedanci nehmotné kruhové desky, kmitající píستově v nekonečné rovinné stěně. Pro tuto impedanci jsou v [3] odvozeny vztahy

$$z_{n2} = A + jB \quad ,$$

$$A = 1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} \quad , \quad /1-134/$$

$$B = \frac{\mathcal{H}_1(2kR)}{kR} \quad , \quad /1-135/$$

kde R ... poloměr kmitajícího pístu

J_1 ... Besselova funkce 1. druhu 1. řádu

\mathcal{H}_1 ... Struveho funkce 1. řádu .

Funkce A a B jsou v závislosti na kR vyneseny v obr.1-17.

Pro účely praxe se z hlediska impedance někdy kmitající kruhová deska nahrazuje ekvivalentní pulsující koulí, pro níž platí

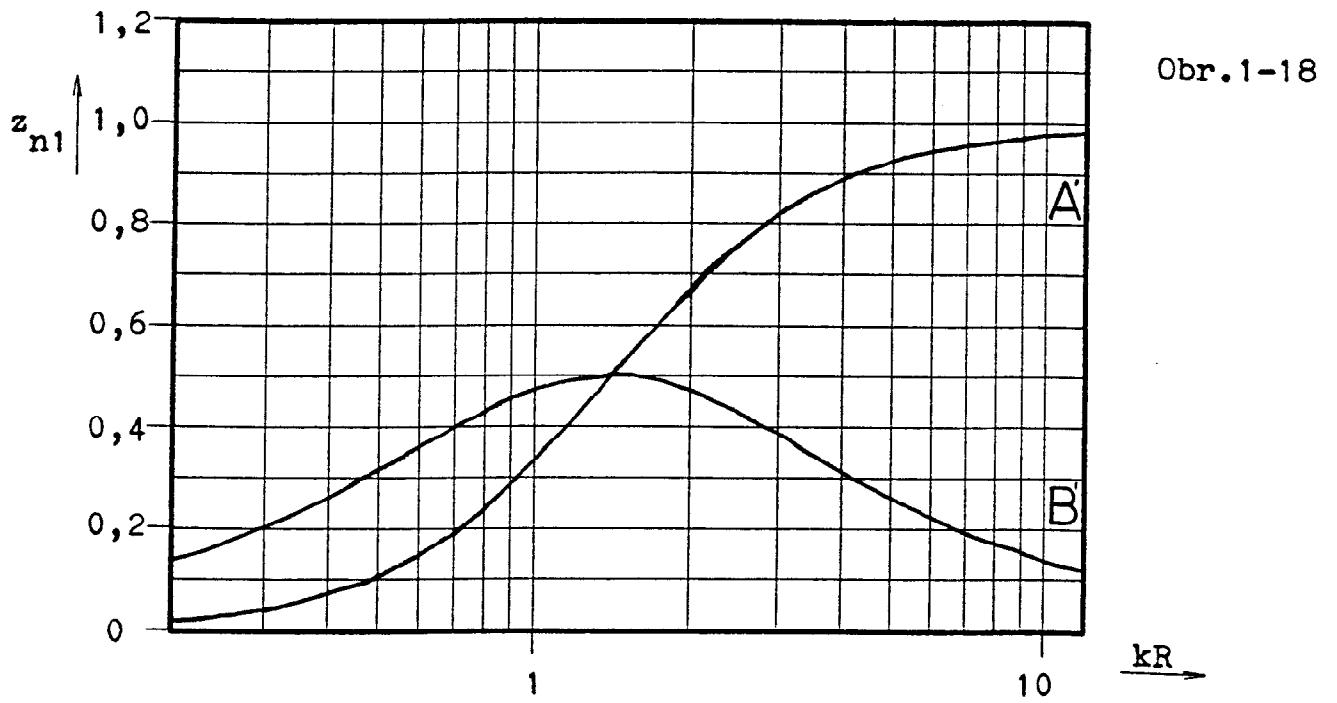
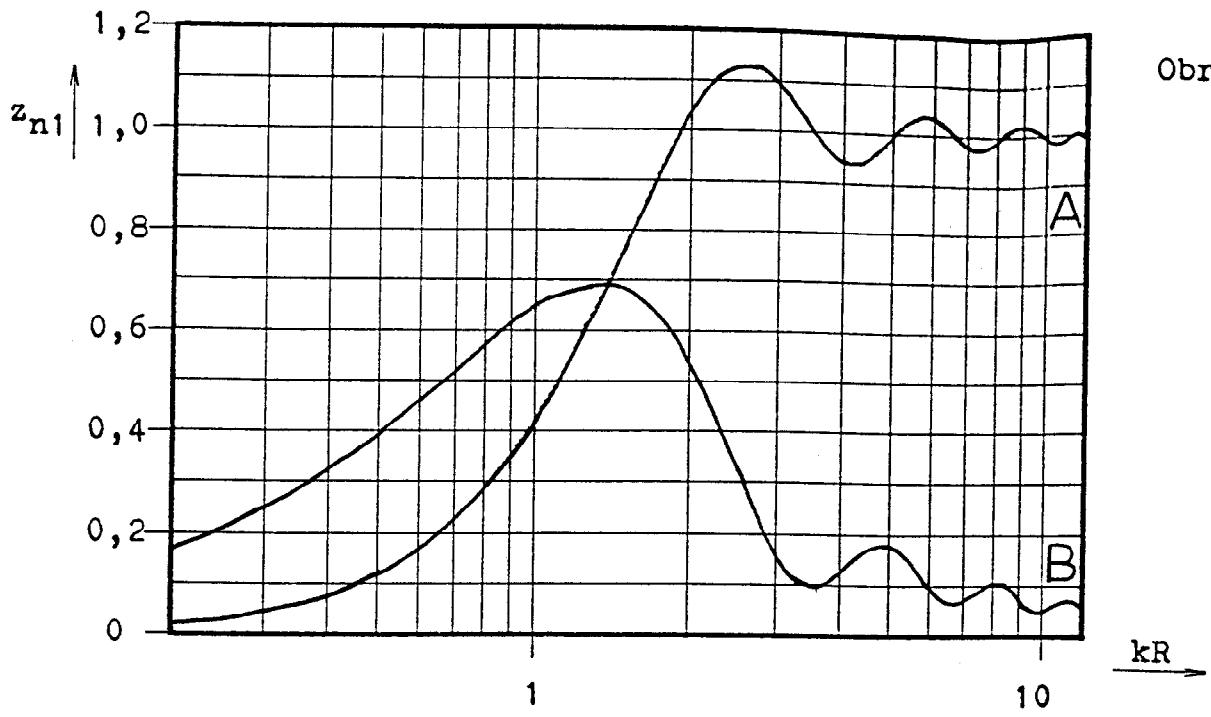
$$z_{n2} = A' + jB' \quad ,$$

$$A' = \frac{(kR_e)^2}{1 + (kR_e)^2} \quad , \quad /1-136/$$

$$B' = \frac{kR_e}{1 + (kR_e)^2} \quad , \quad /1-137/$$

$$R_e = R/2 \quad . \quad /1-138/$$

Tyto vztahy byly použity i pro všechny výpočty uvedené v této práci. Funkce A' a B' jsou v závislosti na kR vyneseny v obr.1-18.



1.8 Optimalizace délky hyperbolického vlnovodu

Z obr.1-10 je patrné značné zvlnění vstupní impedance hyperbolických vlnovodů konečné délky, které je způsobeno odrazy na nepřizpůsobeném konci vlnovodu. Pokud bychom vlnovod zakončili vstupní impedancí nekonečně dlouhého vlnovodu, nastalo by přizpůsobení, při kterém by zvlnění zmizelo. Z toho vidíme, že míra zvlnění je dána rozdílem mezi impedancí nekonečně dlouhého vlnovodu a impedancí pulsující koule, kterou nahraňujeme zatěžovací impedancí vlnovodu. Tento rozdíl, který závisí na kmitočtu a poloměru pulsující koule, nenabude nikdy nulové hodnoty, ale můžeme se pokusit o jeho minimalizaci. Minimalizovat budeme jen reálné části daných impedancí a to v intervalu od kritické frekvence hyperbolického vlnovodu do 10 kHz. Jako metodu minimalizace použijeme metodu nejmenších čtverců. Touto metodou stanovíme optimální výstupní poloměr hyperbolického vlnovodu. Optimální výstupní poloměry jsou pro daná q a f_0 uvedeny v tab.1.

Optimální výstupní poloměry [cm]					
q	Kritické kmitočty f_0 [Hz]				
	200	400	600	800	1000
1,00	35,6	17,8	11,9	8,9	7,1
0,95	38,1	19,1	12,7	9,5	7,6
0,90	41,2	20,6	13,7	10,3	8,2
0,85	45,0	22,5	15,0	11,3	9,0
0,80	49,7	24,9	16,6	12,4	9,9
0,75	56,1	28,1	18,7	14,0	11,2

Tab.1

V tab.1 je nejmenší hodnota $q=0,75$. U nekonečně dlouhých hyperbolických vlnovodů, jejichž $q < 1/\sqrt{2}$, nastává překmit reálné části vstupní impedance; z tohoto důvodu leží optimum výstupního poloměru v nekonečnu.

Z tab.1 je vidět, že kolikrát se zvětší f_0 , tolikrát se zmenší optimální výstupní poloměr. Z tohoto poznatku vyplývá, že podíl optimálního výstupního poloměru R_2 podle tab.1 ku optimálnímu výstupnímu poloměru R_0 podle vztahu /1-93/ ($k_0 R_0 = 1$) je konstantní. Hodnoty $a = R_2/R_0$ jsou v závislosti na q v tab.2.

q	a
1,00	1,3007
0,95	1,3920
0,90	1,5053
0,85	1,6441
0,80	1,8159
0,75	2,0497

Tab.2

Na základě výše uvedených poznatků můžeme nyní přistoupit k formulování pravidel pro návrh hyperbolického vlnovodu:

1. Zvolíme q a f_0

Je-li $q < 1/\sqrt{2}$, stanovíme optimální výstupní poloměr podle vztahu

$$R_2 = \frac{c_0}{2\pi f_0} \quad . \quad /1-139/$$

Je-li $q > 1/\sqrt{2}$, stanovíme optimální výstupní poloměr podle vztahu

$$R_2 = \frac{c_0}{2\pi f_0} a \quad , \quad /1-140/$$

kde a je konstanta tabelovaná v tab.2.

2. Zvolíme vstupní poloměr vlnovodu R_1

Známe-li vstupní poloměr R_1 , výstupní poloměr R_2 , q a kritickou frekvenci f_0 , dostaneme úpravou vztahu /1-39/ vztah pro délku vlnovodu

$$l = \frac{c_0}{2\pi f_0} \ln\left(\frac{R_2/R_1 + \sqrt{(R_2/R_1)^2 - 1 + q^2}}{1 + q}\right) \quad /1-141/$$

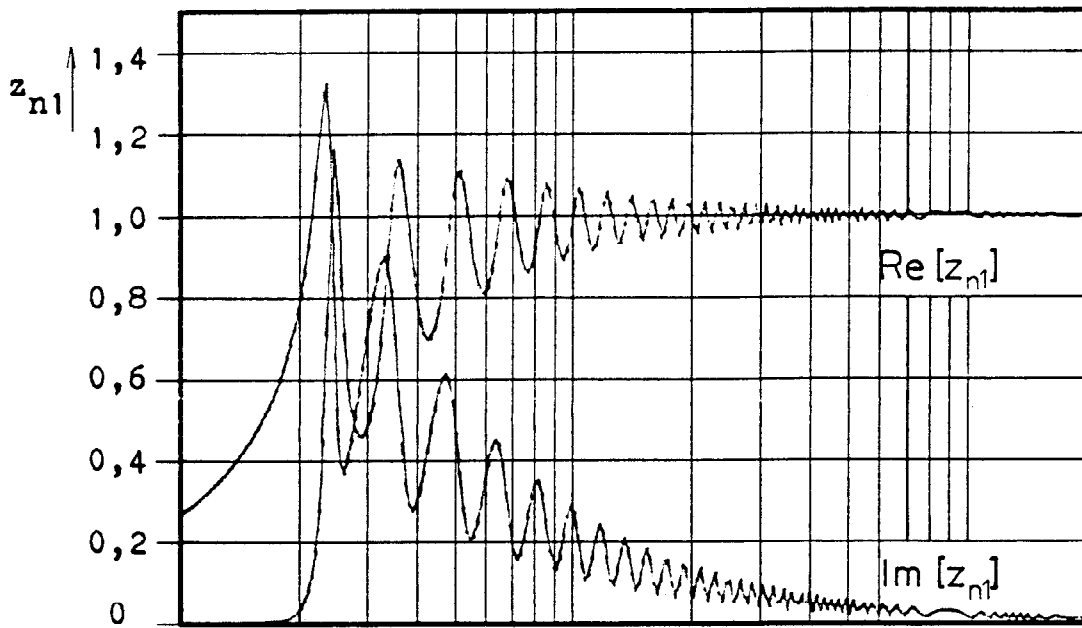
Na ukázkou nyní provedeme návrh exponenciálního vlnovodu ($q=1$) s kritickou frekvencí $f_0=200$ Hz a se vstupním poloměrem $R_1=1$ cm.

Z bodu 1 dostaneme výstupní poloměr $R_2=35,6$ cm a z bodu 2 délku $l=97,8$ cm.

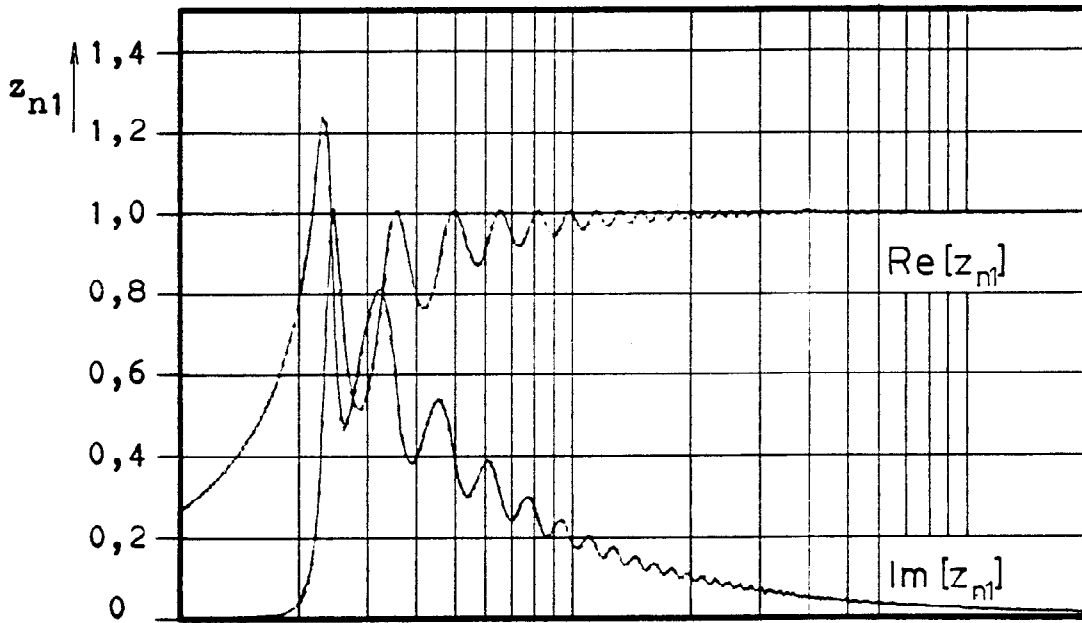
Vstupní normovaná impedance takto navrženého vlnovodu je na obr.1-19b.

Na obr.1-19a je pro srovnání vstupní normovaná impedance vlnovodu navrženého podle vztahu /1-139/, u kterého vychází $R_2=27,4$ cm a $l=90,6$ cm. Z porovnání je vidět, že průběh na obr.1-19b je méně zvlněný než na obr.1-19a.

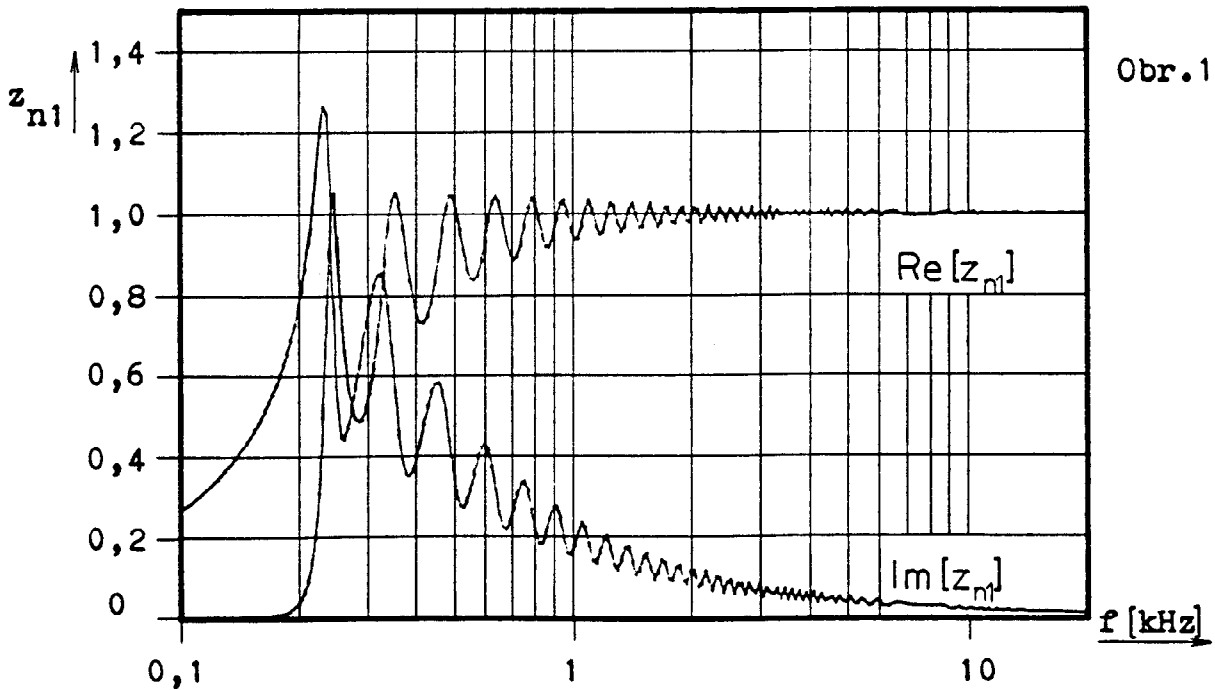
Na obr.1-19c je vlnovod, jehož délka je 1,1krát větší než délka vlnovodu na obr.1-19b. Z obr.1-19c je patrné, že zvětšujeme-li délku vlnovodu nad délku optimální, začíná se zvlnění opět zvětšovat.



Obr.1-19a



Obr.1-19b

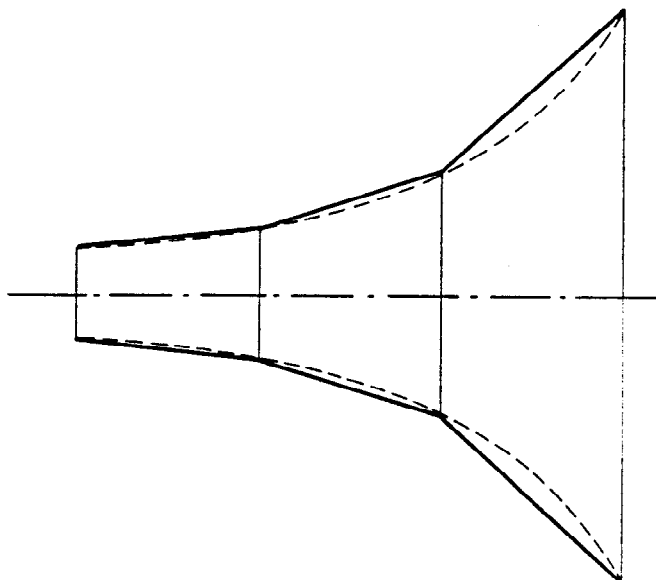


Obr.1-19c

1.9 Aproximace vlnovodů

Při řešení Websterovy rovnice vlnovodu libovolného tvaru mohou nastat potíže jak po stránce čistě matematické (při hledání řešení) , tak po stránce numerické (dlouhá doba výpočtu přesného řešení) . Tyto nesnáze můžeme obejít aproximací tvaru vlnovodu.

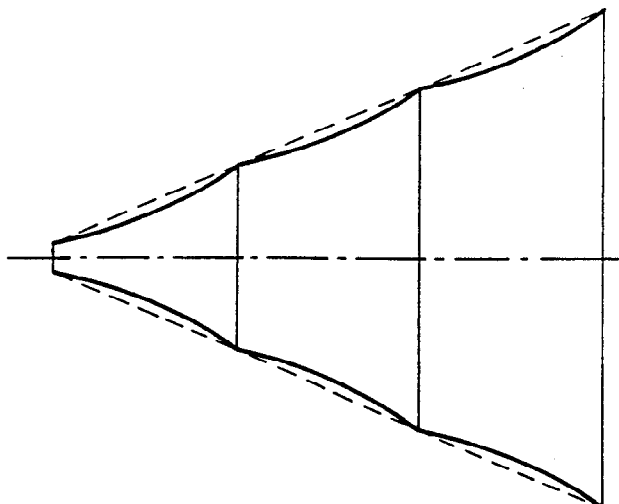
1.9.1 Aproximace kaskádou kónických vlnovodů



Obr.1-20

Na obr.1-20 je zobrazena kaskáda kónických vlnovodů, kterou aproximujeme exponenciální vlnovod. Na obr.1-22 je znázorněna kmitočtová závislost normované vstupní impedance kaskády kónických vlnovodů pro různý počet vlnovodů v kaskádě.

1.9.2 Aproximace kaskádou exponenciálních vlnovodů



Obr.1-21

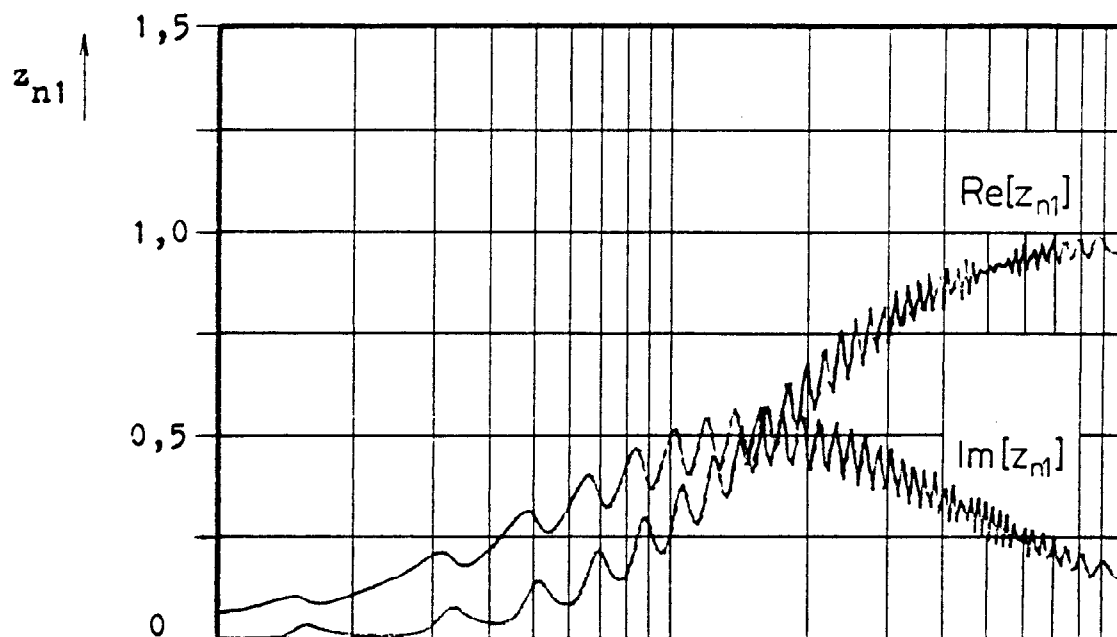
Na obr.1-21 je zobrazena kaskáda exponenciálních vlnovodů, kterou aproximujeme kónický vlnovod.

Na obr.1-23 je znázorněna kmitočtová závislost normované vstupní impedance kaskády exponenciálních vlnovodů pro různý počet vlnovodů v kaskádě.

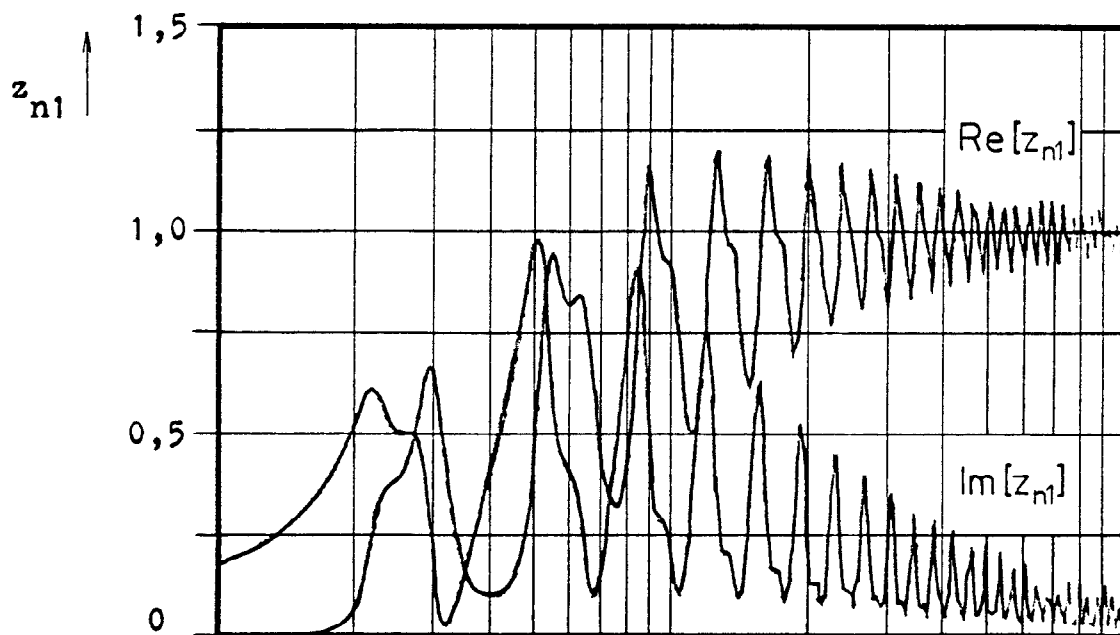
Z porovnání obr.1-22 a 1-23 vidíme, že pro dostatečně velký počet vlnovodů v kaskádě (řádově desítky) jsou rozdíly mezi přesným řešením a řešením pomocí kaskády vlnovodů zanedbatelné.

Dále se ukazuje, že pro aproximaci jsou vhodnější vlnovody kónické, u nichž se dosahuje dobré shody s originálním vlnovodem při nižším počtu vlnovodů v kaskádě, než je tomu u vlnovodů exponenciálních.

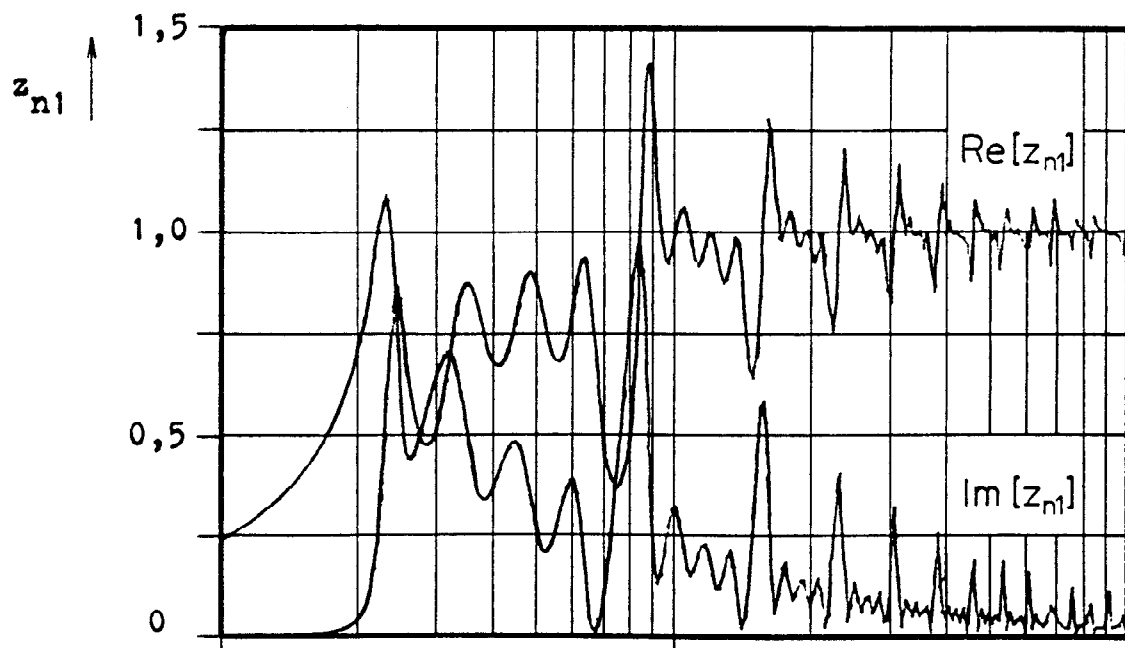
Obr.1-22



$n = 1$



$n = 2$



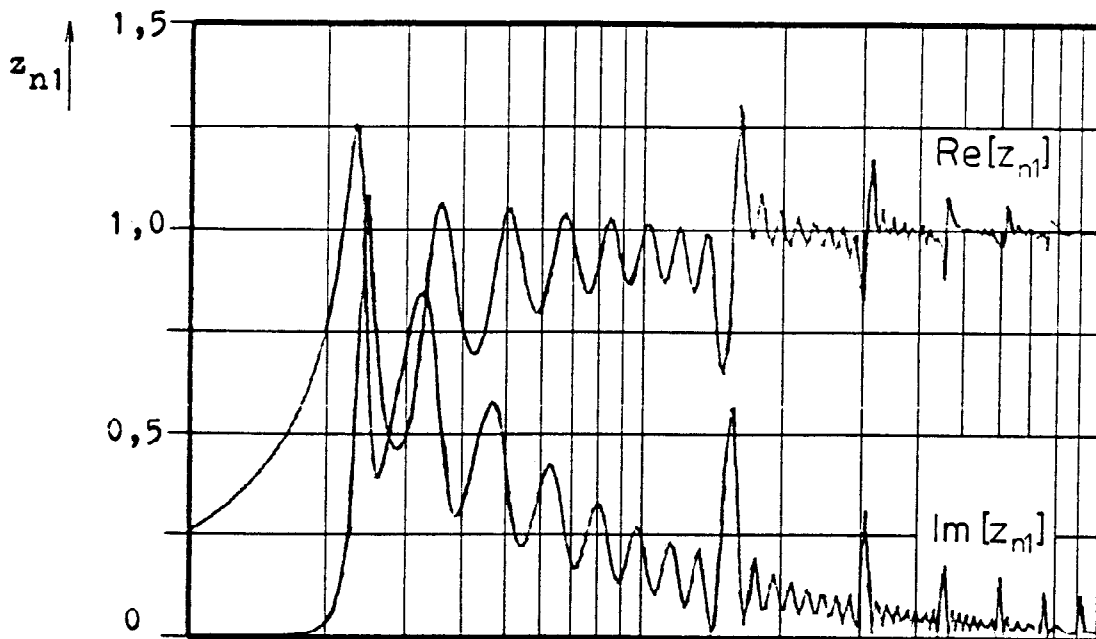
$n = 4$

0,1

1

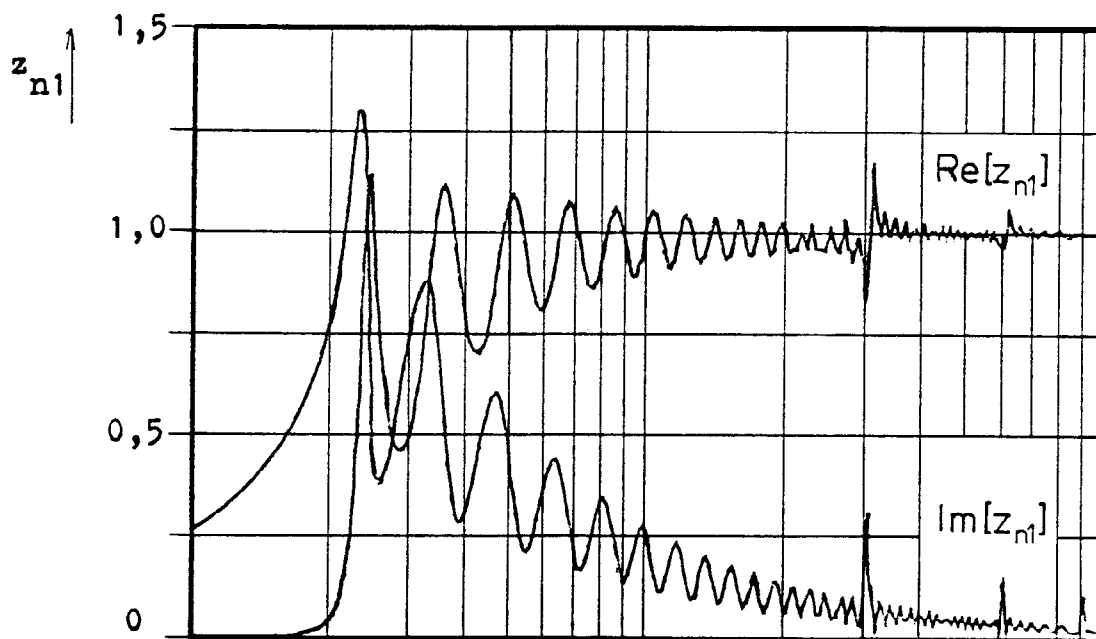
10

f [kHz]

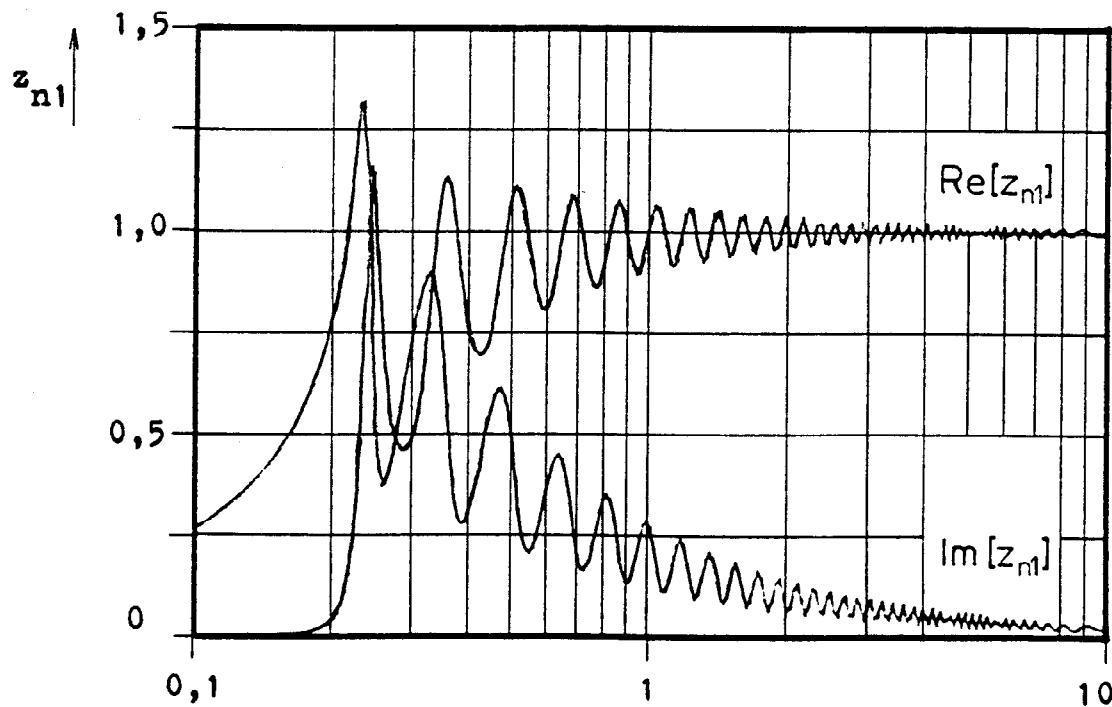


Obr.1-22

$n = 8$



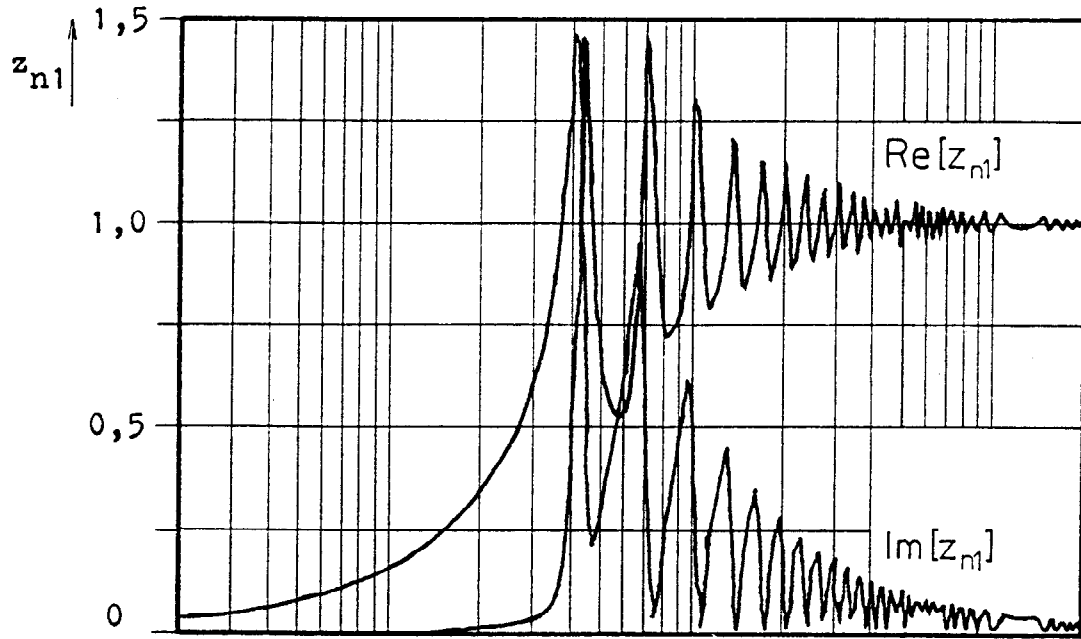
$n = 16$



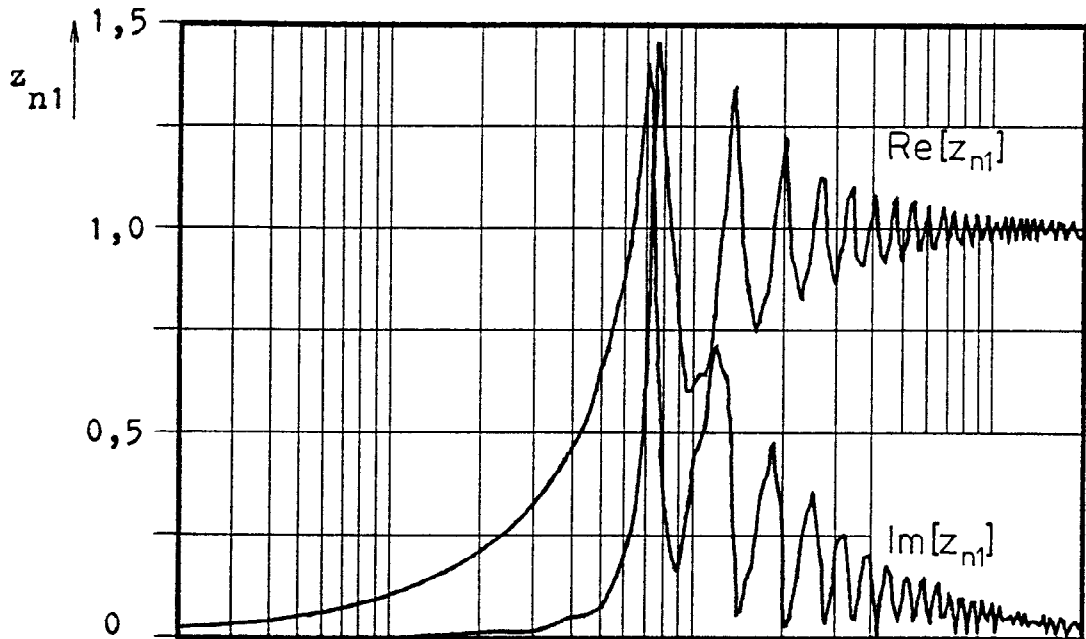
originální
exponenciál.
vlnovod

f [kHz]

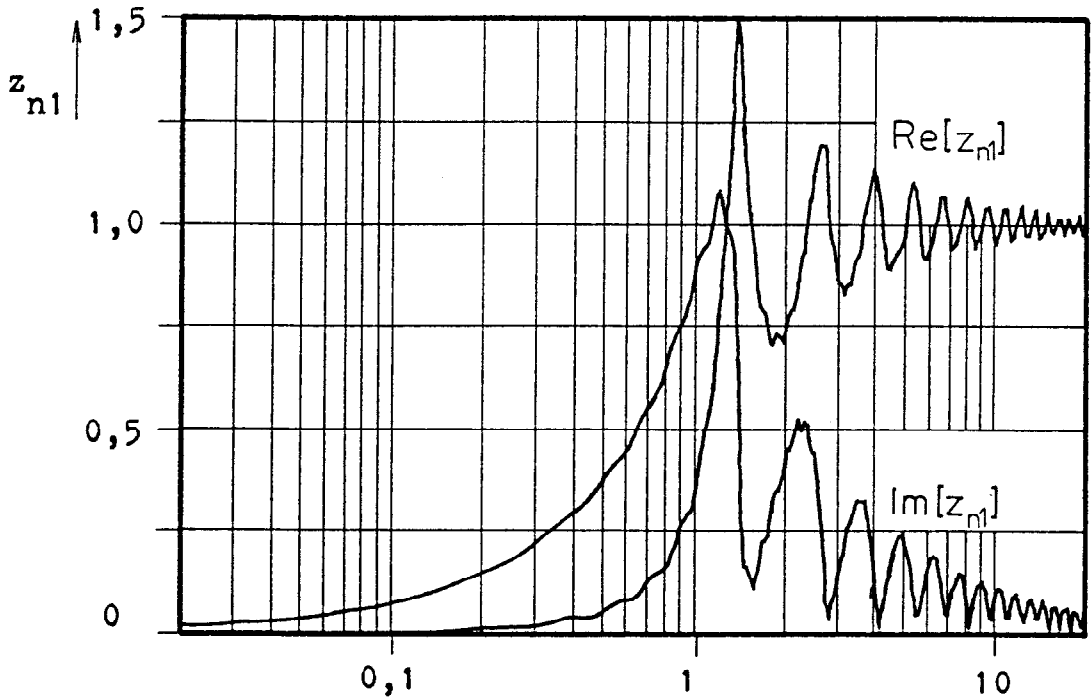
Obr. 1-23



$n = 2$

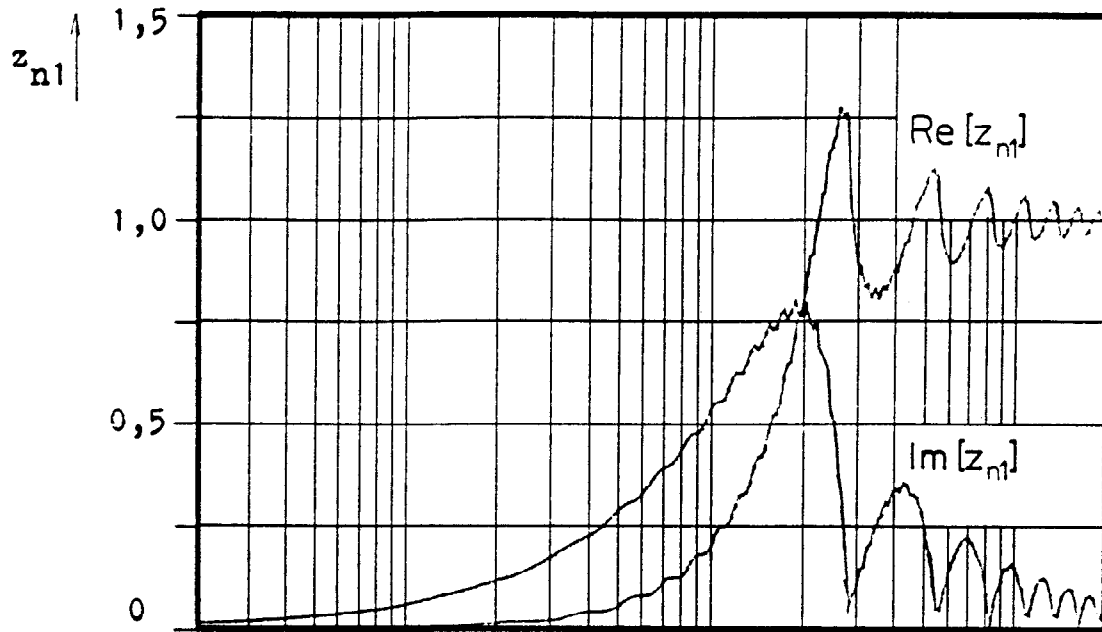


$n = 4$



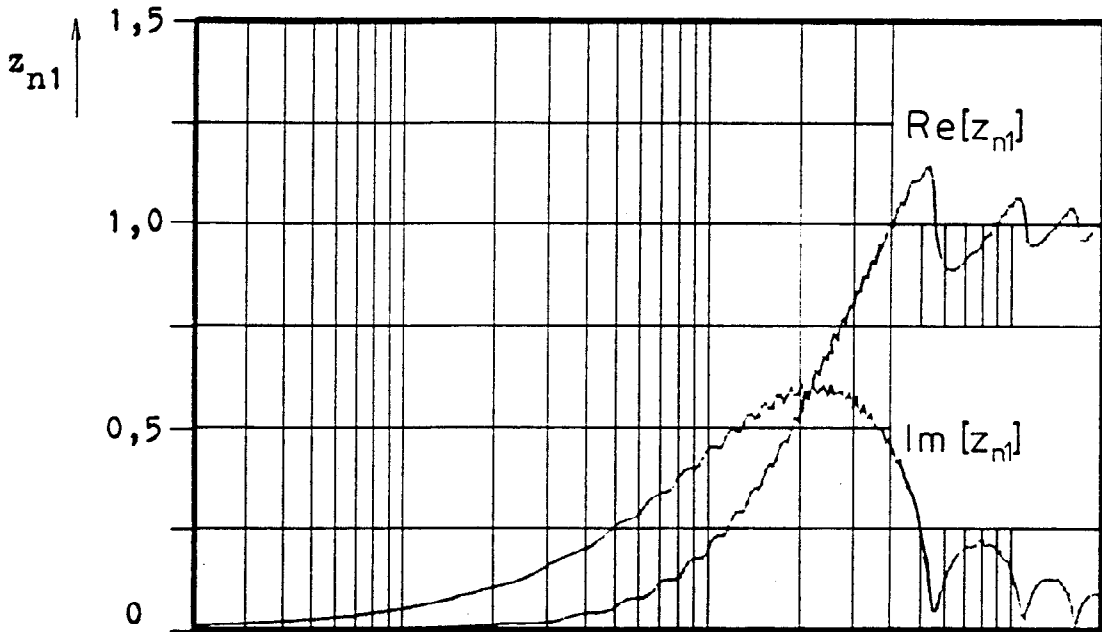
$n = 8$

f [kHz]

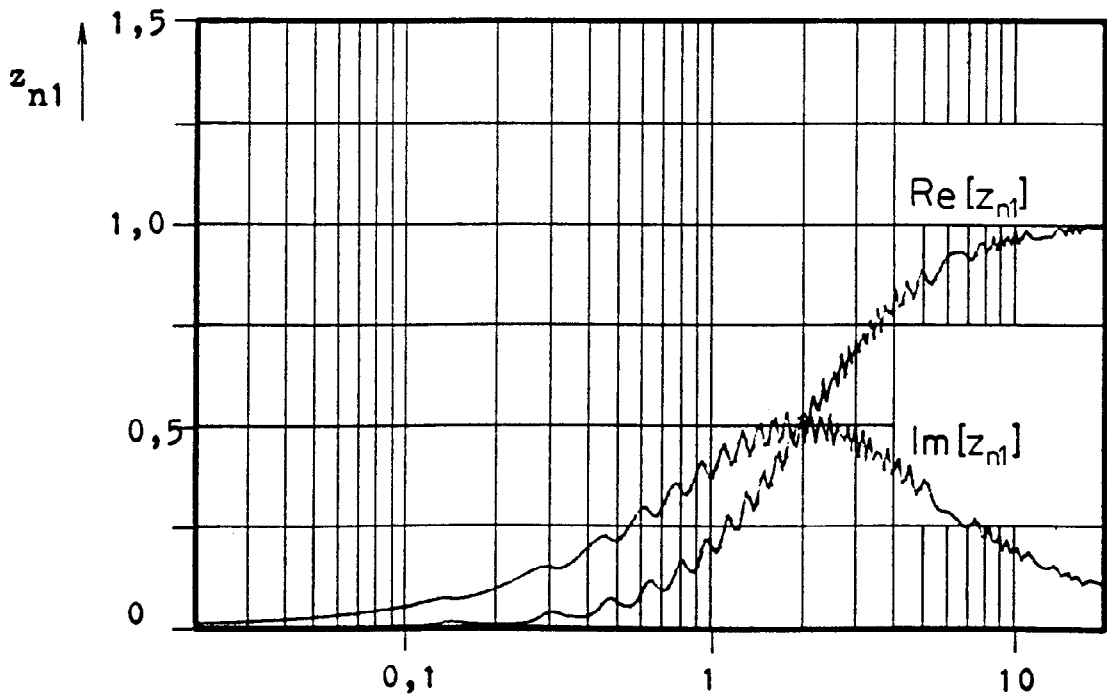


Obr.1-23

$n = 16$



$n = 32$



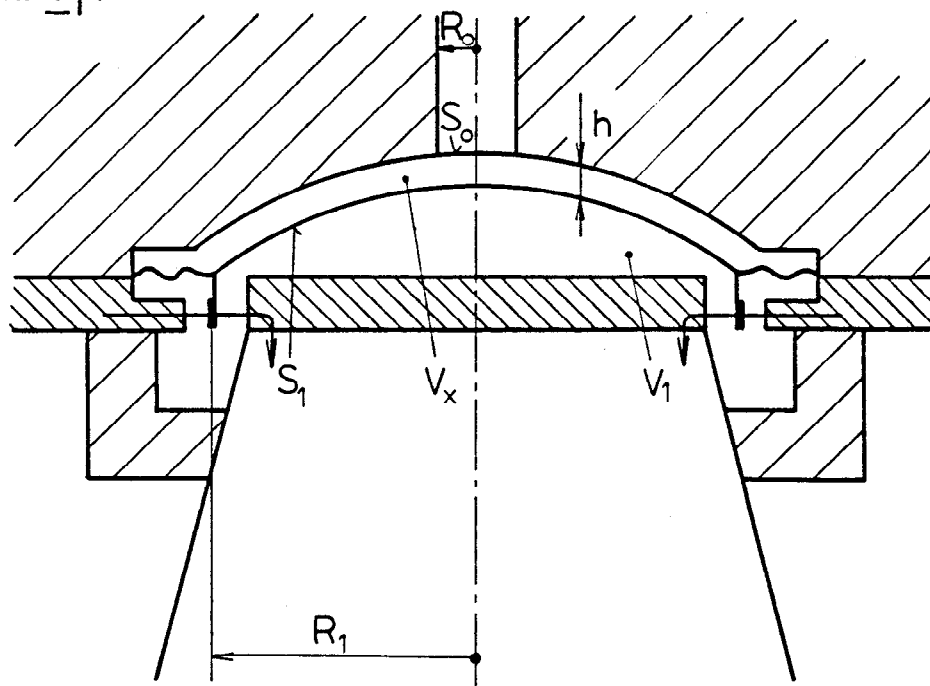
originální
kónický
vlnovod

f [kHz]

2. TLAKOVÝ REPRODUKTOR

U tlakových reproduktorů nevyzařuje membrána přímo do prostředí, ale je s ním spojena vlnovodem. Vstupní průřez vlnovodu je přitom značně menší než aktivní plocha membrány. Tím dochází k transformaci, která má příznivý vliv na velikost reálného odporu zatěžujícího membránu a na účinnost. Mezi membránou a hrdlem vlnovodu je tzv. tlaková komůrka.

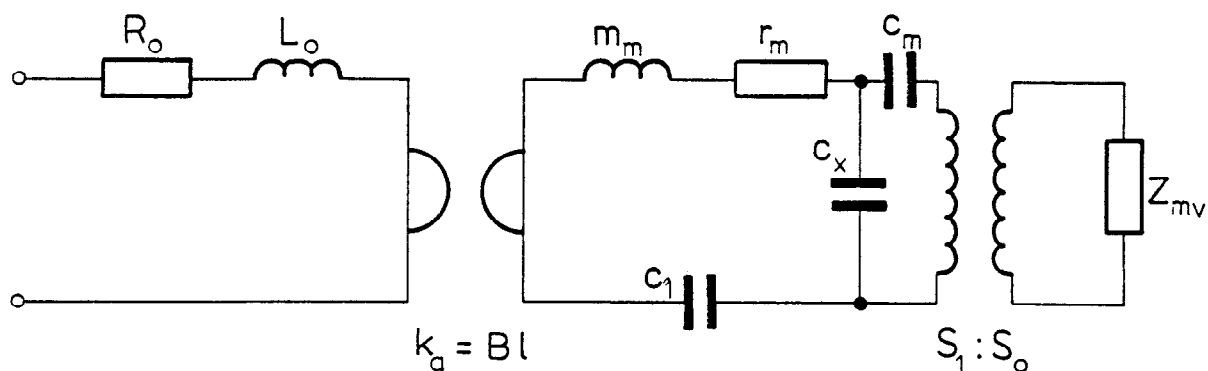
Princip reproduktoru je patrný z obr.2-1. Membrána má obvykle tvar kulového vrchlíku. Má aktivní plochu S_1 , za níž zpravidla považujeme axiální průmět kmitající části membrány. Membrána má pružný měkký okraj, který umožňuje sice axiální pohyb, ale středí současně soustavu a nedovoluje jí pohyb ve směru radiálním. Kmitací cívka má poloměr R_1 . Směr siločar magnetického pole pólových nástavců magnetu je naznačen šipkami. Vstupní průřez vlnovodu připojeného na tlakovou komůrku s objemem V_x je S_0 . Výška komůrky v axiálním směru je h . Pod membránou je uzavřený prostor objemu V_1 .



Obr.2-1

V [4] je uveden klasický analogický obvod tlakového reproduktoru. Platnost tohoto modelu je však omezena pouze na ty kmitočty, při nichž platí, že λ je velmi velká ve srovnání s rozměry tlakového systému. Klasický model tlakového reproduktoru je na obr.2-2, kde

- R_o, L_o elektrické hodnoty kmitací cívky,
- k_a činitel měniče,
- m_m hmota membrány s kmitací cívkou,
- r_m odpor tření okraje membrány,
- c_m poddajnost okraje membrány,
- c_1 poddajnost objemu V_1 ,
- c_x poddajnost objemu V_x ,
- Z_{mv} mechanická impedance vlnovodu ze strany tlakové komůrky,
- S_1 plocha membrány,
- S_o plocha vyústění vstupní plocha vlnovodu.



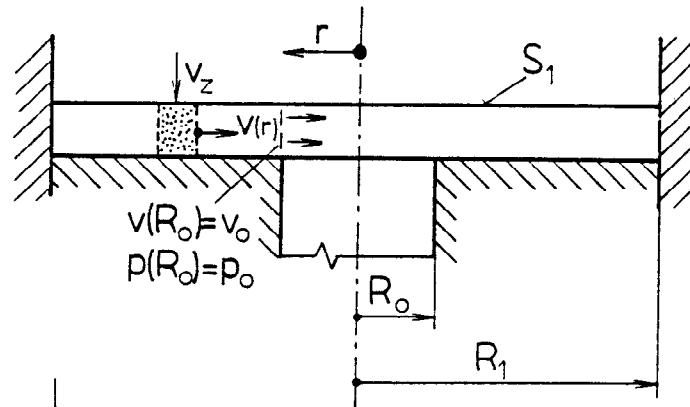
Obr.2-2

V případě, kde vlnová délka bývá srovnatelná nebo menší než rozměry tlakového systému; např. u vysokotónových tlakových reproduktorů, již nelze tento model použít a pro návrh je nezbytně nutné vyšetřit vlnové poměry v tlakovém systému reproduktoru.

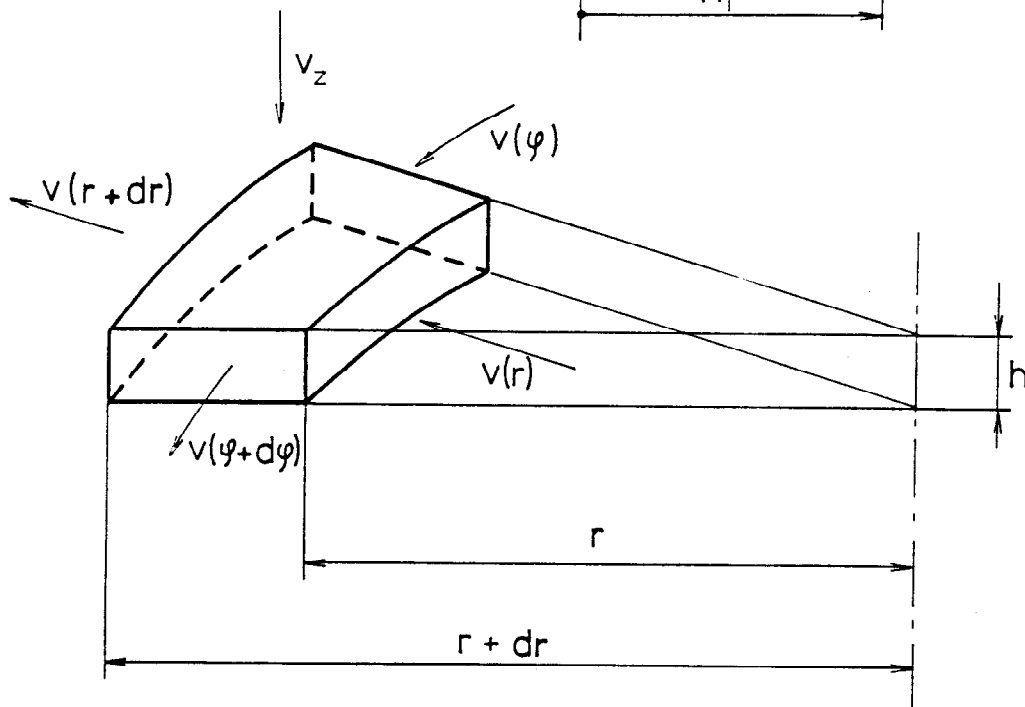
Úplné řešení tlakového reproduktoru, vycházející z vlnové rovnice, by bylo zřejmě neúnosně rozsáhlé. Většinou nám postačí vyšetření funkce tlakové komůrky a vlnovodu. Další akustické obvody lze zpravidla uvažovat pouze jako soustředěné prvky, jejichž vliv se uplatní v dolní části frekvenční charakteristiky. Funkci vlnovodu jsme vyšetřovali v předchozí kapitole, zde se soustředíme na funkci tlakové komůrky v oblasti vlnových délek srovnatelných nebo menších než rozměry komůrky.

2.1 Model tlakové komůrky

Zde rozebereme kruhovou tlakovou komůrku se středovým vyústěním o ploše S_0 ($S_0 = \pi R_0^2$) buzenou pístově kmitající plochou S_1 ($S_1 = \pi R_1^2$), tak jak je naznačeno na obr.2-3.



Obr.2-3



Obr.2-4

V následujícím odvození, které vychází z [8] a v kterém je navíc částečně zachycen vliv ztrát v tlakové komůrce, se budeme zabývat útvarem podle obr.2-4, kde je v cylindrických souřadnicích zakreslen element tlakové komůrky, který je ve směru osy z buzen rychlostí v_z . O rychlosti v_z předpokládáme, že je konstantní po celé ploše S_1 . Bude-li výška tlakové komůrky h malá oproti průměru $2R_1$, pak při rotační symetrii má rovnice kontinuity tvar (viz [8])

$$-\frac{\partial [v \cdot r(r)]}{\partial r} dr \cdot 2\pi h + v_z 2\pi r dr = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} 2\pi r dr h \quad /2-1/$$

Úpravou tohoto vztahu dostaneme

$$-\frac{\partial v(r)}{\partial r} - \frac{v(r)}{r} + \frac{v_z}{h} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad /2-2/$$

Zavedeme-li $v = \partial \phi / \partial r$, dostaneme

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{v_z}{h} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad /2-3/$$

Uvažujme, že tlaková komůrka má na element dr a na element plochy $r d\varphi h$ specifický odpor r_s . (Pro jednoduchost neuvažujme závislost r_s na souřadnicích.) K jeho překonání je zapotřebí síly

$$dF_r = r d\varphi h r_s v(r) dr \quad /2-4/$$

K urychlení objemu plynu v elementu objemu $r d\varphi h dr$ je zapotřebí síly

$$dF_m = \rho r d\varphi h \frac{\partial v(r)}{\partial t} dr \quad /2-5/$$

Celková síla, která je k pohybu elementu $r d\varphi h dr$ třeba, je dána součtem výrazů /2-4/ a /2-5/, a je tedy

$$dF = r d\varphi h \left[r_s v(r) + \rho \frac{\partial v(r)}{\partial t} \right] dr \quad /2-6/$$

Tato síla musí být rovna rozdílu sil od tlaků zleva a zprava, a lze ji proto vyjádřit jako

$$dF = - r d\varphi h \frac{\partial p}{\partial r} dr \quad /2-7/$$

Srovnáním rovnice /2-6/ a /2-7/ dostaneme

$$r_s v(r) + \rho \frac{\partial v(r)}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial r} \quad /2-8/$$

Když do vztahu /2-8/ zavedeme $v = \partial \phi / \partial r$, dostaneme vztah

$$-\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial t} + r_s \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad /2-9/$$

Integrací rovnice /2-9/ podle r dostaneme

$$-p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + r_s \phi \quad /2-10/$$

Derivujeme-li /2-10/ podle t , obdržíme

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + r_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad /2-11/$$

Z rovnic /2-3/, /2-11/ a z rovnice /1-9/, která musí platit i zde, dostaneme

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{v_z}{h} = -\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{r_s}{\rho c_0^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad /2-12/$$

Při harmonickém buzení můžeme zavést

$$\phi(r, t) = \psi(r) e^{j\omega t} \quad ; \quad v_z = v_m e^{j\omega t}$$

Pak platí

$$-\frac{d^2 \psi}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} + \frac{v_m}{h} = k^2 \psi - jk \frac{r_s}{c_0 \rho} \psi \quad /2-13/$$

Zlomek $r_s/c_0 \rho$ má význam normovaného akustického odporu (normován k vlnovému odporu $c_0 \rho$). Označme jej $r_n = r_s/c_0 \rho$.

Pak rovnici /2-13/ můžeme psát

$$\frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} + \gamma^2 \left(\psi - \frac{v_m}{\gamma^2 h} \right) = 0 \quad , \quad /2-14/$$

kde

$$\gamma^2 = k^2 - jkr_n \quad /2-15/$$

Rovnice /2-14/ má řešení (viz [1,6])

$$\psi = \frac{v_m}{\gamma^2 h} + \psi_1 J_0(\gamma r) + \psi_2 N_0(\gamma r) \quad /2-16/$$

Pro akustickou rychlost platí

$$v = \frac{d\psi}{dr} = -\psi_1 \gamma J_1(\gamma r) - \psi_2 \gamma N_1(\gamma r) \quad /2-17/$$

V místě $r = R_1$ je rychlost v rovna nule, a proto je splněna následující podmínka

$$\left. \frac{d\psi}{dr} \right|_{r=R_1} = 0 \quad /2-18/$$

Dosadíme-li do vztahu /2-18/ za ψ výraz /2-16/, dostaneme

$$\psi_1 \gamma J_{1,1} + \psi_2 \gamma N_{1,1} = 0 \quad , \quad /2-19/$$

kde $J_{1,1} = J_1(\gamma R_1)$ a $N_{1,1} = N_1(\gamma R_1)$.

Ve vztahu /2-19/ značí prvé číslo indexu u funkcí J a N řád Besselovy resp. Neumannovy funkce a druhé je shodné s indexem poloměru.

Pro $r = R_0$ platí

$$\left. \frac{d\psi}{dr} \right|_{r=R_0} = v_0 = -\psi_1 \gamma J_{1,0} - \psi_2 \gamma N_{1,0} \quad , \quad /2-20/$$

kde v_0 je akustická rychlost pro $r = R_0$.

Tlak v místě $r = R_0$ je roven

$$p(R_0) = -j\omega\rho \left[\frac{v_m}{\gamma^2 h} + \psi_1 J_{0,0} + \psi_2 N_{0,0} \right] \quad /2-21/$$

a síla v témže místě

$$F(R_0) = F_0 = -j\omega\rho 2\pi R_0 h \left[\frac{v_m}{\gamma^2 h} + \psi_1 J_{0,0} + \psi_2 N_{0,0} \right] \quad /2-22/$$

Integrační konstanty ψ_1 a ψ_2 stanovíme z rovnic /2-19/ a /2-20/

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 J_{1,1} + \psi_2 N_{1,1} &= 0 \\ \psi_1 J_{1,0} + \psi_2 N_{1,0} &= -\frac{v_0}{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad /2-23/$$

Po úpravě dostaneme

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \frac{v_0}{\gamma} N_{1,1} / [J_{1,1} N_{1,0} - J_{1,0} N_{1,1}], \\ \psi_2 &= - \frac{v_0}{\gamma} J_{1,1} / [J_{1,1} N_{1,0} - J_{1,0} N_{1,1}]. \end{aligned} \right\} /2-24/$$

Po dosazení konstant ψ_1 a ψ_2 do rovnice /2-22/ dostaneme

$$F_0 = - j\omega\rho 2\pi R_0 \frac{v_m}{\gamma^2} + j\omega\rho 2\pi R_0 h \frac{v_0}{\gamma} \mathcal{N} \quad . \quad /2-25/$$

kde

$$\mathcal{N} = \frac{J_{1,1} N_{0,0} - J_{0,0} N_{1,1}}{J_{1,1} N_{1,0} - J_{1,0} N_{1,1}} \quad .$$

Sílu na budící ploše S_{01} (na membráně) stanovíme integrací tlaku $p(r) = j\omega\rho\psi$ po ploše

$$F_m = \int_{R_0}^{R_1} \int_0^{2\pi} p(r)r \, d\varphi \, dr = -j\omega\rho \frac{2\pi}{\gamma^2} \left\{ \frac{1}{2} (R_1^2 - R_0^2) \frac{v_m}{h} + \right.$$

$$\left. + \psi_1 \gamma R_1 J_{1,1} - \psi_1 \gamma R_0 J_{1,0} + \psi_2 \gamma R_1 N_{1,1} - \psi_2 \gamma R_0 N_{1,0} \right\} . /2-26/$$

Na základě vztahu /2-18/ je součet 2. a 4. členu v závorce /2-26/ roven nule a podle vztahu /2-19/ je součet 3. a 5. členu roven $v_0 R_0$. Pak platí

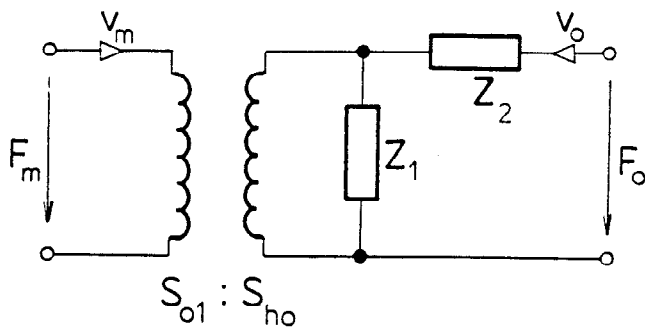
$$F_m = - j\omega\rho\pi (R_1^2 - R_0^2) \frac{v_m}{\gamma^2 h} - j\omega\rho 2\pi R_0 \frac{v_0}{\gamma^2} \quad . \quad /2-27/$$

Dvojice rovnic /2-27/ a /2-25/ tvoří rovnice dvojbranu

$$F_m = - j\omega\rho \frac{\pi(R_1^2 - R_0^2)}{\gamma^2 h} v_m - j\omega\rho \frac{2\pi R_0}{\gamma^2} v_0 \quad , \quad /2-28/$$

$$F_0 = - j\omega\rho \frac{2\pi R_0}{\gamma^2} v_m + j\omega\rho \frac{2\pi R_0 h}{\gamma} \mathcal{N} v_0 \quad .$$

Dvojbran je realizován transformátorem, příčnou impedancí \underline{Z}_1 a podélnou impedancí \underline{Z}_2 (viz obr.2-5).



Obr.2-5

Transformační poměr $S_{01} : S_{h0}$ je určen plochami S_{01} a S_{h0} , pro něž platí

$$S_{01} = \pi (R_1^2 - R_0^2) \quad , \quad /2-29/$$

$$S_{h0} = 2\pi R_0 h \quad . \quad /2-30/$$

Impedance Z_1 a Z_2 vystupující ve schematu jsou impedencemi mechanickými. Podle obr.2-5 platí

$$\begin{bmatrix} F_m \\ F_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{S_{01}}{S_{h0}}\right)^2 Z_1 & ; & \frac{S_{01}}{S_{h0}} Z_1 \\ \frac{S_{01}}{S_{h0}} Z_1 & ; & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_m \\ v_o \end{bmatrix} \quad /2-31/$$

Porovnáním vztahů /2-31/ a /2-28/ obdržíme soustavu rovnic

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{01}}{S_{h0}} Z_1 &= -j\omega\rho \frac{2\pi R_0}{\gamma^2} \\ Z_1 + Z_2 &= j\omega\rho \frac{2\pi R_0 h}{\gamma} \mathcal{N} \end{aligned} \right\} /2-32/$$

Vyřešením této soustavy rovnic dostaneme

$$Z_1 = -jkc_o\rho \frac{h}{\gamma^2} \frac{(2\pi R_0)^2}{\pi(R_1^2 - R_0^2)} \quad , \quad /2-33/$$

$$Z_2 = jkc_o\rho \frac{2\pi R_0 h}{\gamma} \left[\mathcal{N} + \frac{2\pi R_0}{\gamma \pi(R_1^2 - R_0^2)} \right] \quad , \quad /2-34/$$

kde

$$k = \omega / c_0 \quad ,$$

$$\gamma^2 = k^2 - jkr_n \quad .$$

Výsledný model tlakové komůrky se středovým vyústěním dostaneme, doplníme-li model na obr.2-5 transformátorem s převodem $S_{h0} : S_0$, který převádí sílu F_0 a rychlost v_0 na vstupní plochu vlnovodu, a transformátorem s převodem $S_0 : S_0$, který transformuje příspěvek od té plochy membrány, která se nachází pod hrdlem vlnovodu (obvykle můžeme zanedbat) .

Výsledný model je na obr.2-6, kde

$$S_{01} = \pi (R_1^2 - R_0^2) \quad ,$$

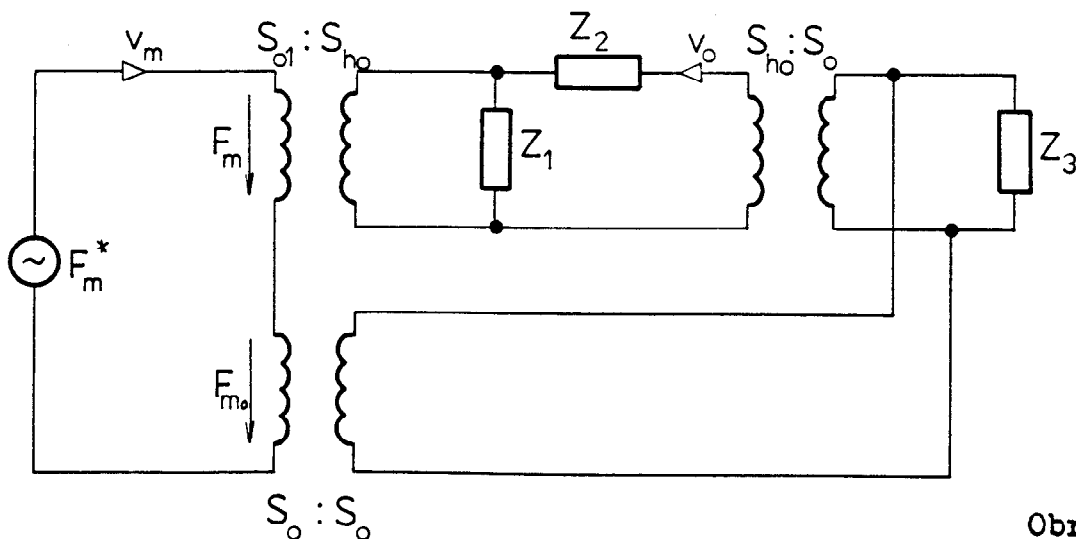
$$S_{h0} = 2\pi R_0 h \quad ,$$

$$S_0 = \pi R_0^2 \quad ,$$

$$Z_1 = -j k c_0 \rho \frac{h}{\gamma^2} \frac{(2\pi R_0)^2}{\pi (R_1^2 - R_0^2)} \quad ,$$

$$Z_2 = j k c_0 \rho \frac{2\pi R_0 h}{\gamma} \left[\mathcal{N} + \frac{2\pi R_0}{\pi (R_1^2 - R_0^2)} \right] \quad ,$$

Z_3 ... zatěžovací impedance tlakové komůrky .



Obr.2-6

2.1.1 Model tlakové komůrky beze ztrát

Při jednodušších výpočtech obvykle vystačíme s modelem, který nebude respektovat ztráty v tlakové komůrce. Tento model

(je uveden v [8]) získáme z výsledků minulé kapitoly, dosadíme-li do vztahu /2-15/ za \underline{r}_n nulu. Potom dostaneme

$$\gamma = k \quad . \quad /2-35/$$

Dosadíme-li vztah /2-35/ do vztahů pro \underline{Z}_1 a \underline{Z}_2 (/2-33/ , /2-34/), dostaneme

$$\underline{Z}_1 = \frac{c_0^2 \rho (2\pi R_0)^2 h}{j\omega \pi(R_1^2 - R_0^2)} \quad , \quad /2-36/$$

$$\underline{Z}_2 = jc_0 \rho 2\pi R_0 h \left[\mathcal{N} + \frac{2kR_0}{(kR_1)^2 - (kR_0)^2} \right] \quad , \quad /2-37/$$

kde

$$\mathcal{N} = \frac{J_1(kR_1)N_0(kR_0) - J_0(kR_0)N_1(kR_1)}{J_1(kR_1)N_1(kR_0) - J_1(kR_0)N_1(kR_1)} \quad . \quad /2-38/$$

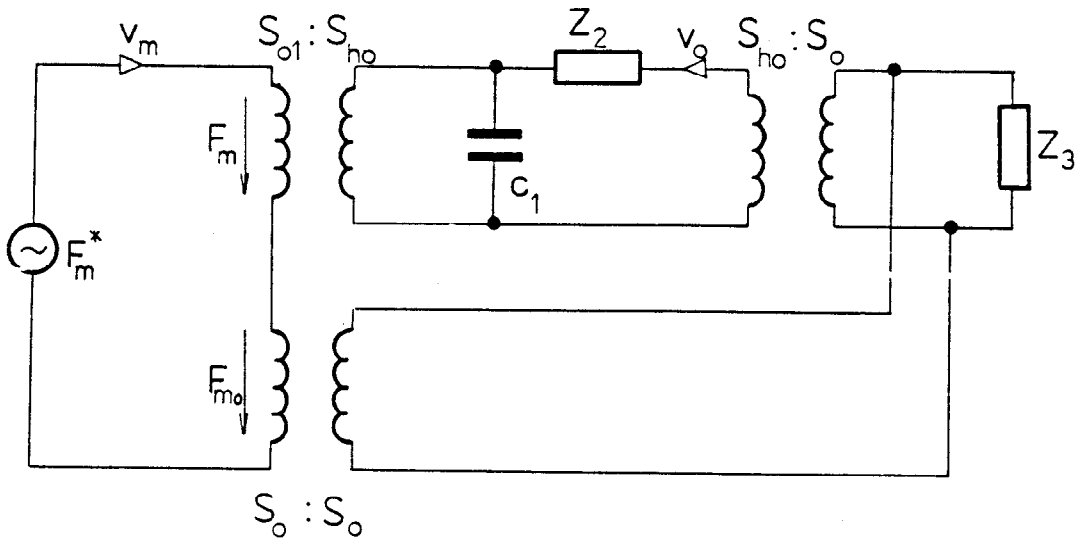
Impedance \underline{Z}_1 představuje mechanickou reaktanci dutiny o objemu $\pi(R_1^2 - R_0^2)h$, uzavřenou nehmotným pístem o ploše $2\pi R_0 h$, již přísluší mechanická poddajnost

$$c_1 = \frac{\pi(R_1^2 - R_0^2)h}{c_0^2 \rho (2\pi R_0 h)^2} \quad . \quad /2-39/$$

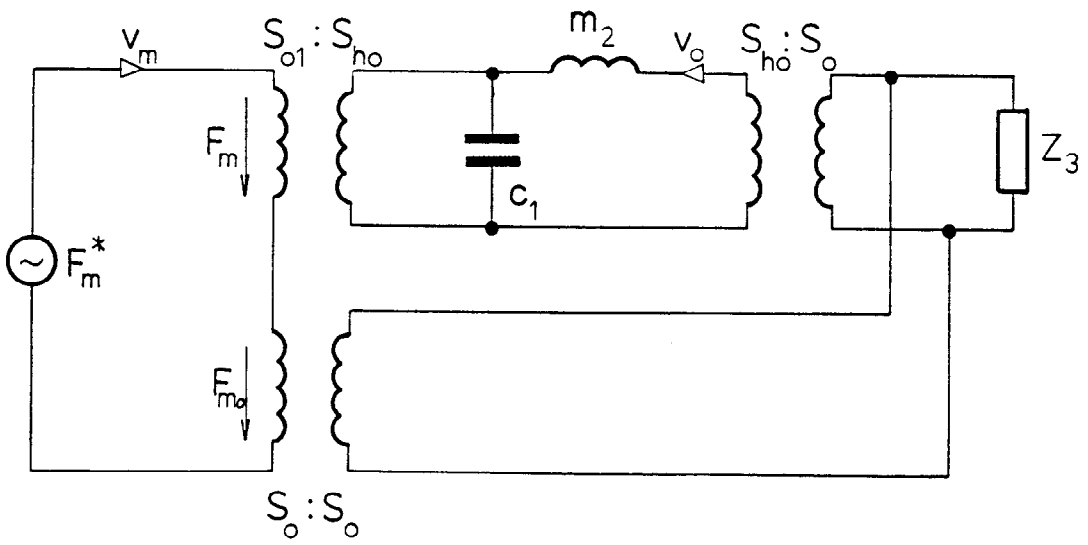
Dále se nám zjednodušil výraz /2-25/, který přešel ve výraz /2-37/, jenž neobsahuje Besselovy funkce komplexního argumentu, čímž se podstatně zrychlí výpočet tohoto modelu.

Model tlakové komůrky beze ztrát je na obr.2-7, kde

\underline{c}_1 resp. \underline{Z}_2 je dáno vztahem /2-39/ resp. /2-37/.



Obr. 2-7



Obr. 2-9

2.1.2 Model tlakové komůrky beze ztrát při nízkých kmitočtech

Zde uvedeme odvození modelu bezeztrátové tlakové komůrky pro nízké kmitočty, které vychází z [8].

Při hledání tohoto modelu se vyjde ze vztahu /2-37/, ve kterém výraz v závorce označíme

$$\mathcal{M} = \frac{J_1(\mathcal{L}z)N_0(z) - J_0(z)N_1(\mathcal{L}z)}{J_1(\mathcal{L}z)N_1(z) - J_1(z)N_1(\mathcal{L}z)} + \frac{2}{z(\mathcal{L}^2 - 1)}, \quad /2-40/$$

kde $z = kR_0$ a $\mathcal{L} = R_1/R_0$.

Pro impedanci Z_2 dostaneme vztah

$$Z_2 = j \rho c_0 2 \pi R_0 h \mathcal{M} \quad /2-41/$$

Ve vztahu /2-41/ zavedeme $\mathcal{M}_0 = \mathcal{M}/z$ a po úpravě získáme následující vyjádření

$$Z_2 = j \omega \rho 2 \pi R_0^2 h \mathcal{M}_0 \quad /2-42/$$

Na obr.2-8 je znázorněna závislost \mathcal{M}_0 na kR_1 pro několik hodnot parametru \mathcal{L} . Z těchto obrázků je vidět, že \mathcal{M}_0 je pro dané \mathcal{L} při $kR_1 < 1$ takřka konstantní, tudíž impedanci Z_2 lze při nízkých kmitočtech považovat za reaktanci hmotnosti. Impedanci Z_2 pak můžeme psát ve tvaru

$$Z_2 = j \omega \rho 2 \pi R_0^2 h \mu_0, \quad \text{kde } \mu_0 = \lim_{z \rightarrow 0} \mathcal{M}_0 \quad /2-43/$$

V tabulce 3 jsou uvedeny hodnoty μ_0 pro několik hodnot \mathcal{L} .

\mathcal{L}	μ_0	\mathcal{L}	μ_0	\mathcal{L}	μ_0
3	0,5779	9	1,4962	15	1,9801
4	0,7940	10	1,5943	16	2,0424
5	0,9755	11	1,6839	17	2,1012
6	1,1313	12	1,7663	18	2,1567
7	1,2674	13	1,8426	19	2,2094
8	1,3880	14	1,9136	20	2,2595

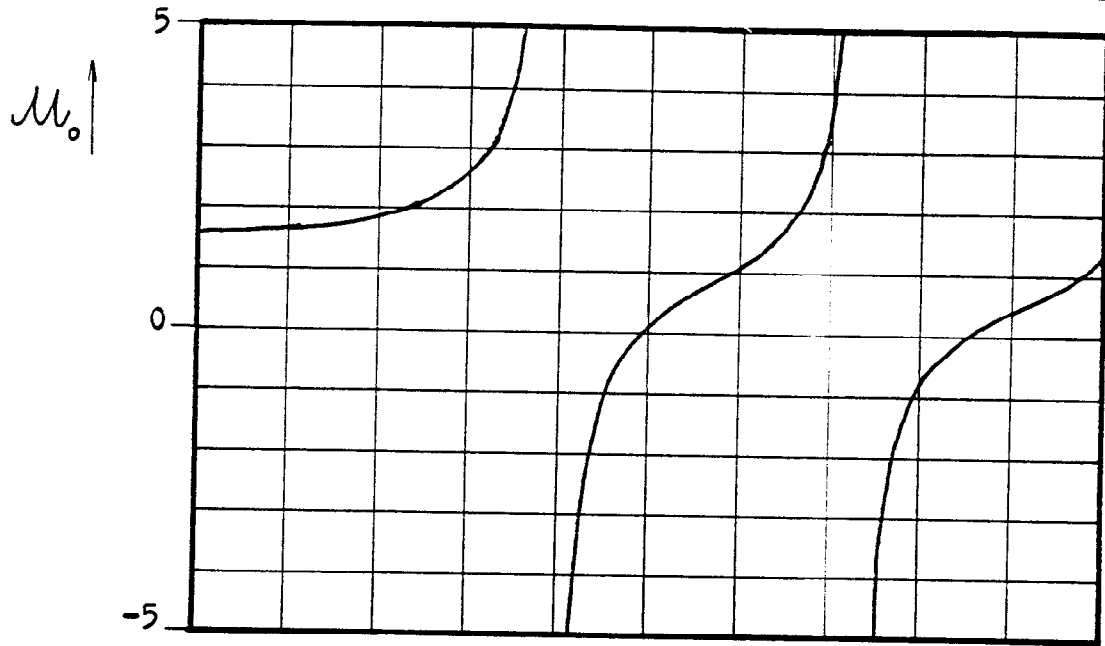
Tab.3

Výsledný model je na obr.2-9, kde $m_2 = \rho 2 \pi R_0^2 h \mu_0$. /2-44/

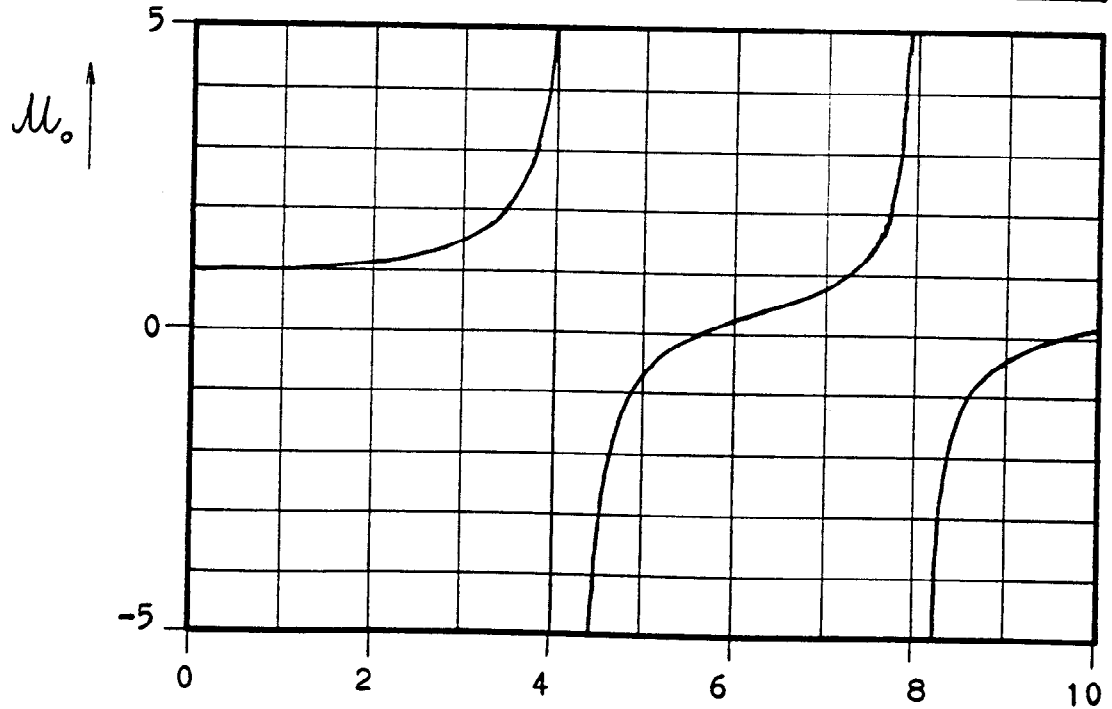


Обр. 2-8

$\mathcal{L} = 20$



$\mathcal{L} = 10$



$\mathcal{L} = 5$

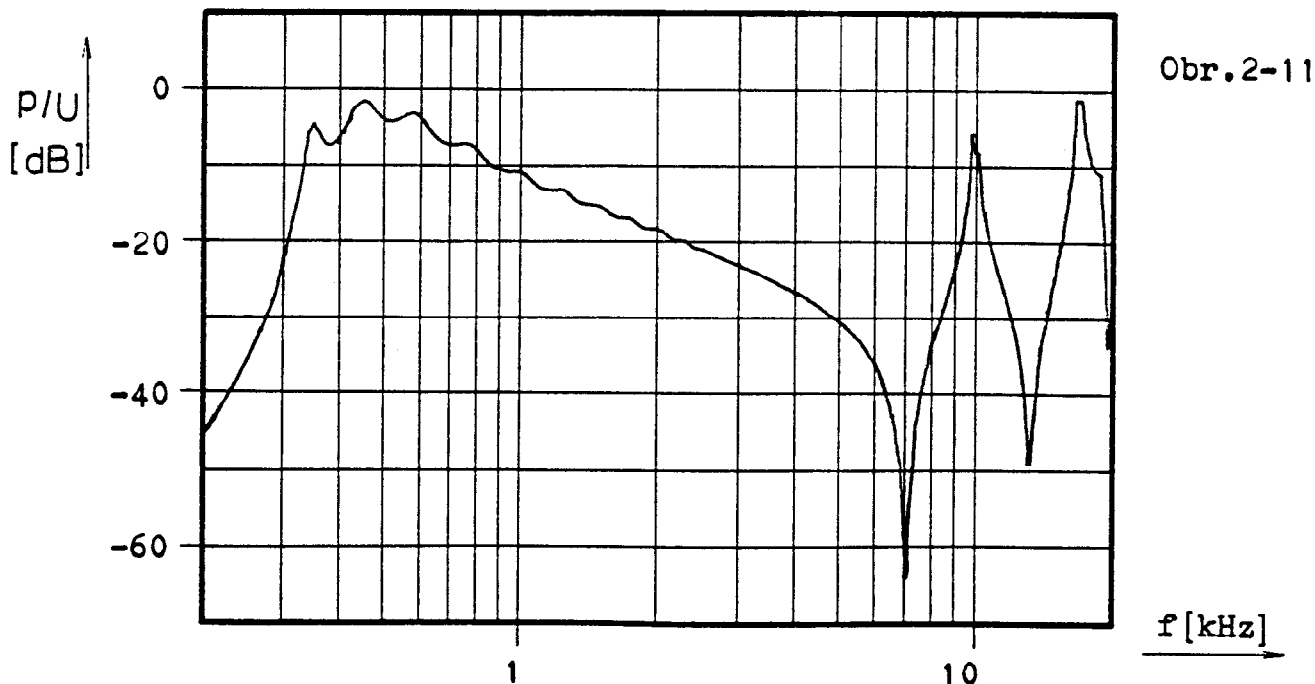
kR_1

2.2 Model tlakového reproduktoru

Spojíme-li výsledky kapitol 1.6 a 2.1, můžeme vytvořit takový model tlakového reproduktoru, který oproti klasickému modelu na obr. 2-2 zachycuje rovněž vlnové vlastnosti tlakové komůrky a přenos vlnovodem. Tento model je na obr.2-10, v němž U je budicí napětí, Z_e vnitřní impedance zdroje napětí, I budicí proud, k_e činitel měniče, Z_m mechanická impedance budicího systému a Z_4 vyzařovací impedance vlnovodu. Ostatní symboly se shodují s předešlým odvozením.

Na ukázkou uvedeme výpočet tlakového reproduktoru s exponenciálním vlnovodem bez tlumení. Kritická frekvence exponenciálního vlnovodu bude 300 Hz, délka 64 cm, výstupní poloměr 18,2 cm a vstupní poloměr 5,5 mm. Hmotnost membrány s cívkou byla zvolena 300 mg a poloměr membrány 30 mm. Výška tlakové komůrky je 0,1 mm. Odpor cívky byl zvolen 4Ω (indukčnost jsme neuvažovali), činitel měniče 2,5 Tm. Mechanická poddajnost a odpor membrány byly zvoleny podle vztahů v [3].

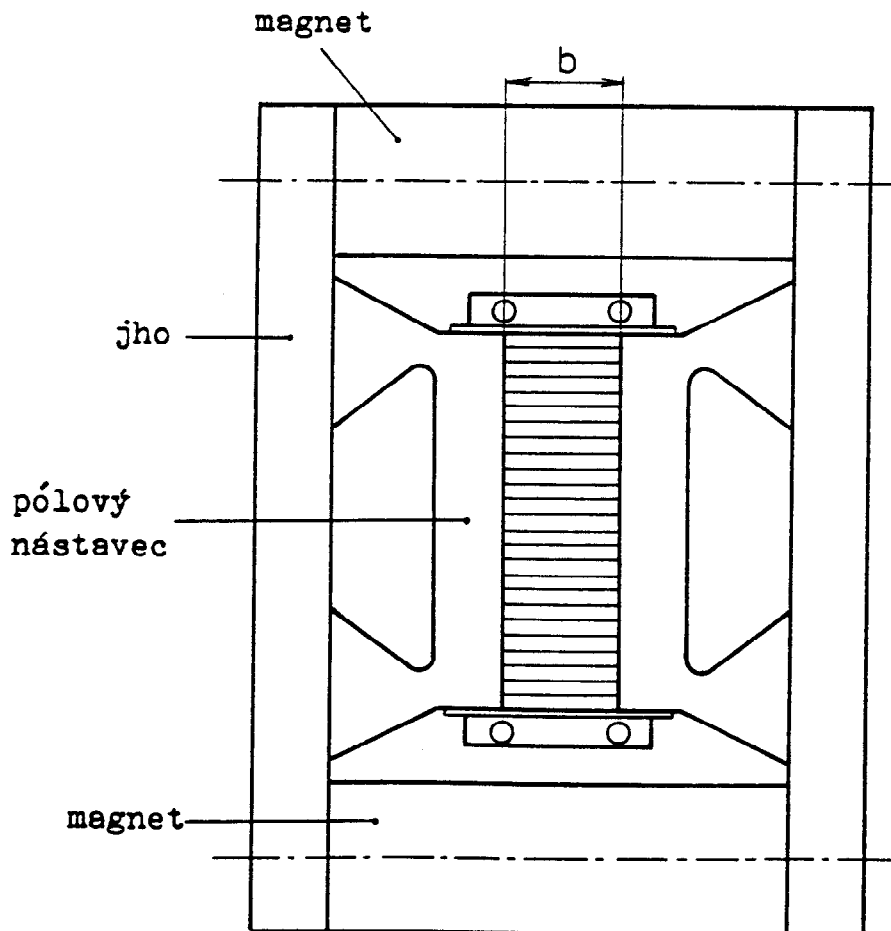
Frekvenční charakteristika (tlak na výstupu vlnovodu ku budicímu napětí) je na obr.2-11.



Obr.2-11

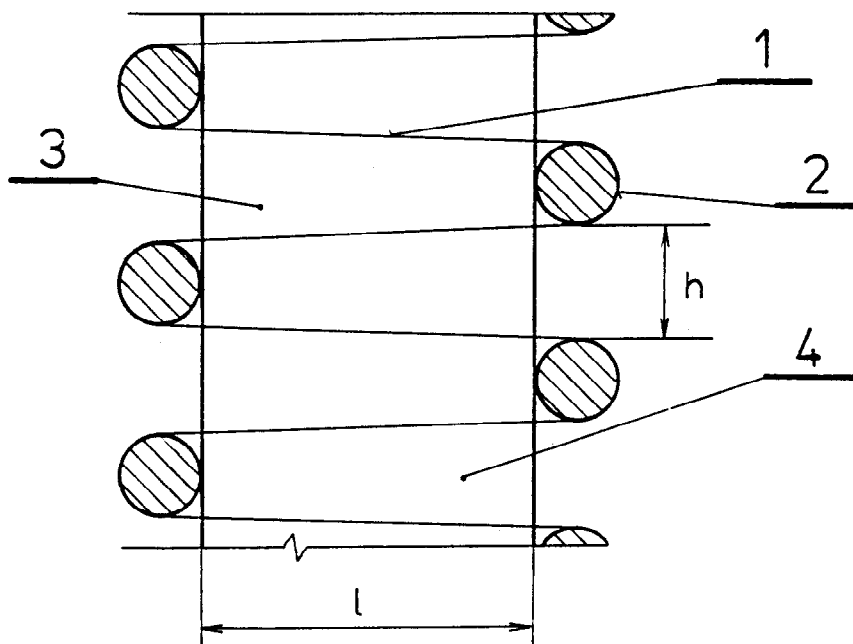
3. TLAKOVÝ PÁSKOVÝ REPRODUKTOR

Páskový tlakový reproduktor patří mezi méně používané elektroakustické vysílače. Jeho základem je elektrodynamický páskový měnič v nekonvenčním uspořádání. Na obr.3-1 je zjednodušeně znázorněn tlakový páskový reproduktor a na obr.3-2 je uveden způsob uspořádání pásku mezi pólovými nástavci. Pásek 1 je napjat přes izolované tyčinky 2. Mezi takto složeným páskem vznikají mezery 3 a 4, které střídavě ústí na jedné a druhé straně vzniklého útvaru. Šířka mezery b je vymezena pólovými nástavci; hloubka 1 je dána vzdáleností tyčinek, mezi kterými je napjat pásek, a výška h je určena průměrem použitých tyčinek.



Obr.3-1

Obr.3-2



Páskový tlakový reproduktor může vyzařovat buď přímo nebo prostřednictvím vlnovodu. Zde se budeme zabývat páskovým reproduktorem s vlnovodem.

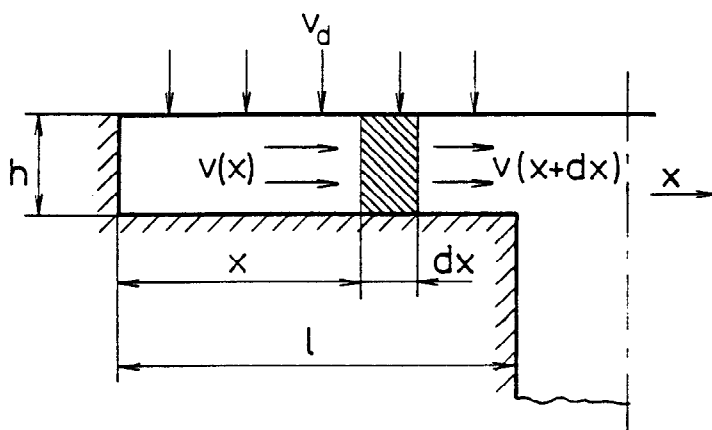
Při modelování tohoto reproduktoru z hlediska obvodů s rozprostřenými parametry nastávají problémy s impedancí pásku 1 , s impedancí vzduchové mezery 3,4 a s vlnovodem. Modelování impedance pásku je řešeno v [3] a proto se jím zde zabývat nebudeme. Modely prakticky použitelných vlnovodů byly uvedeny v kapitole 1.6.

V této kapitole se tedy především zaměříme na modelování impedance vzduchové mezery mezi páskem.

3.1 Model vzduchové mezery

Model vzduchové mezery je pro bezeztrátový případ odvozen v [5]. Zde uvedeme odvození modelu vzduchové mezery se ztrátami, které vychází z [5], avšak je doplněno o částečné uvažování ztrát.

Zabývejme se útvarem na obr.3-3, kde je znázorněna vzduchová mezera pod obdélníkovou membránou (mezi páskem). Tato mezera má výšku h a objem $V_d = S_d h$, kde S_d je plocha membrány.



Obr.3-3

V našem případě je membrána obdélníková o šířce b a délce l . Uvažujme případ, kdy je výška h podstatně menší než délka vlny a kdy celá membrána kmitá jako píst. Dále uvažujme, že se vlnění šíří vzduchovou mezerou ve směru osy x . Každý element membrány je buzen rychlostí v_d kolmo na osu x . Neuvažujeme-li změnu hustoty vzduchu ρ v závislosti na souřadnici x , můžeme psát rovnici kontinuity ve tvaru

$$\rho v(x) b h - \rho v(x+dx) b h + \rho v_d b dx = \frac{\partial \rho}{\partial t} b h dx \quad ,/3-1/$$

kde $v(x)$ resp. $v(x+dx)$ je rychlost, kterou vzduch do elementu dx vtéká resp. z elementu dx vytéká.

Limita výrazu $v(x) - v(x+dx)$ pro $\Delta x \rightarrow 0$ je rovna

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} [v(x) - v(x+\Delta x)] = - \frac{\partial v(x)}{\partial x} \Delta x \quad /3-2/$$

Dosadíme-li vztah /3-2/ do vztahu /3-1/, dostaneme

$$\frac{\partial v(x)}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{v_a}{h} \quad /3-3/$$

Zavedeme-li $v = \partial \phi / \partial x$, dostaneme

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{v_a}{h} \quad /3-4/$$

Dále uvažujme, že dutina pod membránou má na jednotku plochy průřezu a na jednotku délky specifický odpor r_s (pro jednoduchost neuvažujeme závislost r_s na souřadnicích). K jeho překonání v průřezu $S = b h$ v elementární délce dx je zapotřebí síly

$$dF_r = S r_s v dx \quad /3-5/$$

K urychlení objemu plynu v elementu délky dx je zapotřebí síly

$$dF_m = \rho S \frac{\partial v}{\partial t} dx \quad /3-6/$$

Celková síla, která je k pohybu elementu $S dx$ třeba, je dána součtem výrazů /3-5/ a /3-6/, a je tedy

$$dF = S \left(r_s v + \rho \frac{\partial v}{\partial t} \right) dx \quad /3-7/$$

Tato síla musí být rovna rozdílu sil od tlaků zleva a zprava, a lze ji proto vyjádřit takto

$$dF = - S \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad /3-8/$$

Srovnáním rovnice /3-7/ a /3-8/ dostaneme

$$r_s v + \rho \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad /3-9/$$

Když do vztahu /3-9/ zavedeme opět $v = \partial \phi / \partial x$, obdržíme

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} + r_s \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad /3-10/$$

Integrací rovnice /3-10/ podle x dostaneme

$$-p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + r_s \phi \quad /3-11/$$

Derivujeme-li /3-11/ podle t , obdržíme

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + r_s \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad /3-12/$$

Z rovnic /3-4/, /3-12/ a z rovnice /1-9/ dostaneme vlnovou rovnici ve tvaru

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{v_d}{h} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{1}{\rho c_0^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad /3-13/$$

Při harmonickém buzení můžeme zavést

$$\phi = \psi e^{j\omega t} \quad ; \quad v_d = v_m e^{j\omega t}$$

Pak platí

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -k^2 \psi + jk \frac{r_s}{c_0 \rho} \psi + \frac{v_m}{h} \quad /3-14/$$

Zlomek $r_s/c_0\rho$ má význam normovaného akustického odporu

(normován k vlnovému odporu $c_0\rho$). Označme jej $r_n = r_s/c_0\rho$.

Pak rovnici /3-14/ můžeme psát

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \gamma^2 \left(\psi - \frac{v_m}{\gamma^2 h} \right) = 0 \quad , \quad /3-15/$$

kde

$$\gamma^2 = k^2 - jkr_n \quad /3-16/$$

Rovnice /3-15/ má řešení

$$\psi = A e^{j\gamma x} + B e^{-j\gamma x} + \frac{v_m}{\gamma^2 h} \quad /3-17/$$

Konstanty A a B stanovíme z okrajových podmínek

$$\frac{d\psi}{dx} = 0 \quad \text{pro } x = 0 \quad , \quad /3-18/$$

$$\frac{d\psi}{dx} = v_1 \quad \text{pro } x = 1 \quad /3-19/$$

Ze vztahů /3-18/ a /3-19/ dostaneme soustavu rovnic

$$A - B = 0 \quad /3-20/$$

$$j\gamma (A e^{j\gamma l} - B e^{-j\gamma l}) = 0 \quad /3-21/$$

Po vyřešení této soustavy rovnic dosadíme za konstanty A a B do vztahu /3-17/. Výsledný bezčasový rychlostní potenciál pak můžeme psát ve tvaru

$$\psi = - \frac{v_1}{\gamma \sin(\gamma l)} \cos(\gamma x) + \frac{v_m}{\gamma^2 h} \quad /3-22/$$

Výslednou sílu F_d působící shora na membránu získáme integrací elementární síly $p(x) b dx$

$$F_d = b \int_0^1 p(x) dx \quad /3-23/$$

Do vztahu /3-23/ dosadíme za $p(x)$ vztah

$$p(x) = - j\omega \rho \psi \quad , \quad /3-24/$$

čímž dostaneme vztah /3-23/ ve tvaru

$$F_d = - \frac{j\omega \rho b l}{\gamma^2 h} v_d + \frac{j\omega \rho b}{\gamma^2} v_1 \quad /3-25/$$

Celková síla F_1 působící na výstupní příčný průřez ($x = 1$) je

$$F_1 = b h p(1) = - j\omega \rho b h \psi(1) \quad /3-26/$$

Po dosažení za ψ ze vztahu /3-22/ dostaneme

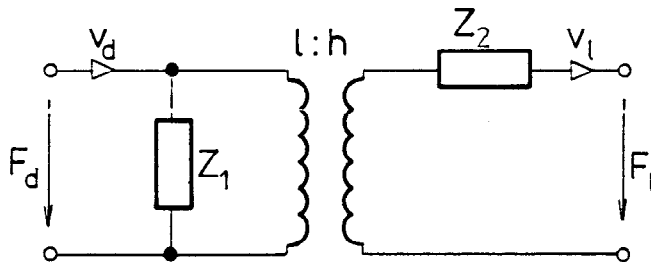
$$F_1 = - \frac{j\omega \rho b}{\gamma^2} v_d + \frac{j\omega \rho b h}{\gamma} \cot(\gamma l) v_1 \quad /3-27/$$

Dvojice rovnic /3-25/ a /3-27/ tvoří rovnice dvojbranu

$$F_d = - \frac{j\omega \rho b l}{\gamma^2 h} v_d + \frac{j\omega \rho b}{\gamma^2} v_1$$

$$F_1 = - \frac{j\omega\rho b}{\gamma^2} v_d + \frac{j\omega\rho b h}{\gamma} \cotg(\gamma l) v_1 \quad /3-28/$$

který je realizován příčnou impedancí \underline{Z}_1 , transformátorem a podélnou impedancí \underline{Z}_2 (viz obr.3-4)



Obr.3-4

Impedance \underline{Z}_1 a \underline{Z}_2 vystupující ve schématu jsou impedancemi mechanickými. Podle obr.3-4 platí

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & ; & - Z_1 \frac{h}{l} \\ Z_1 \frac{h}{l} & ; & - Z_1 \left(\frac{h}{l}\right)^2 - Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_1 \end{bmatrix} \quad /3-29/$$

Porovnáním vztahů /3-29/ a /3-28/ obdržíme soustavu rovnic

$$Z_1 = - \frac{j\omega\rho b l}{\gamma^2 h} \quad , \quad /3-30/$$

$$- Z_1 \left(\frac{h}{l}\right)^2 - Z_2 = \frac{j\omega\rho b h}{\gamma} \cotg(\gamma l)$$

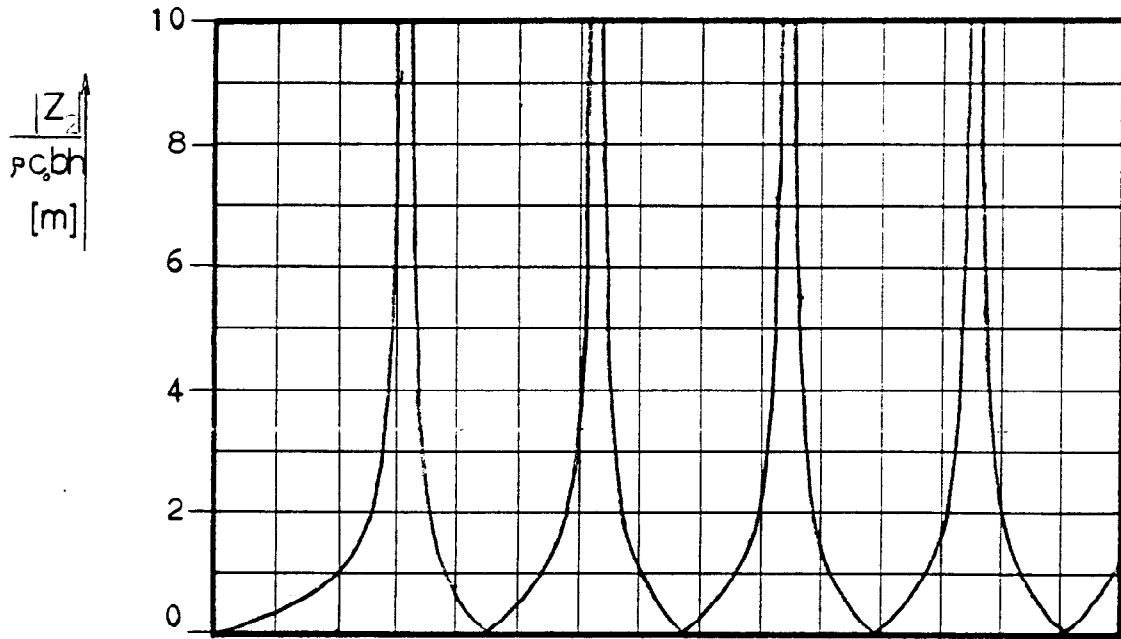
Vyřešením této soustavy rovnic dostaneme vztahy pro \underline{Z}_1 a \underline{Z}_2 v obr.3-4

$$Z_1 = - \frac{j\omega\rho b l}{\gamma^2 h} \quad , \quad /3-31/$$

$$Z_2 = \frac{j\omega\rho b h}{\gamma} \left[\frac{1}{\gamma l} - \cotg(\gamma l) \right] \quad , \quad /3-32/$$

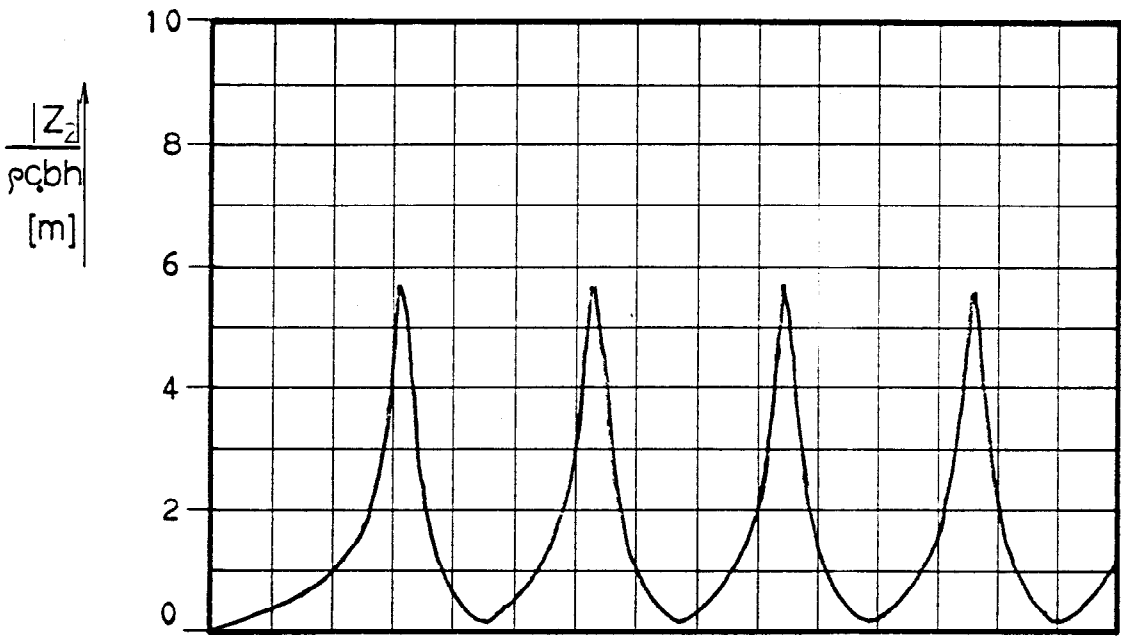
kde $k = \omega/c_0$ a $\gamma^2 = k^2 - jkr_n$.

Na obr.3-5 je kmitočtová závislost $|Z_2|/\rho c_0 b h$ pro několik hodnot r_n .

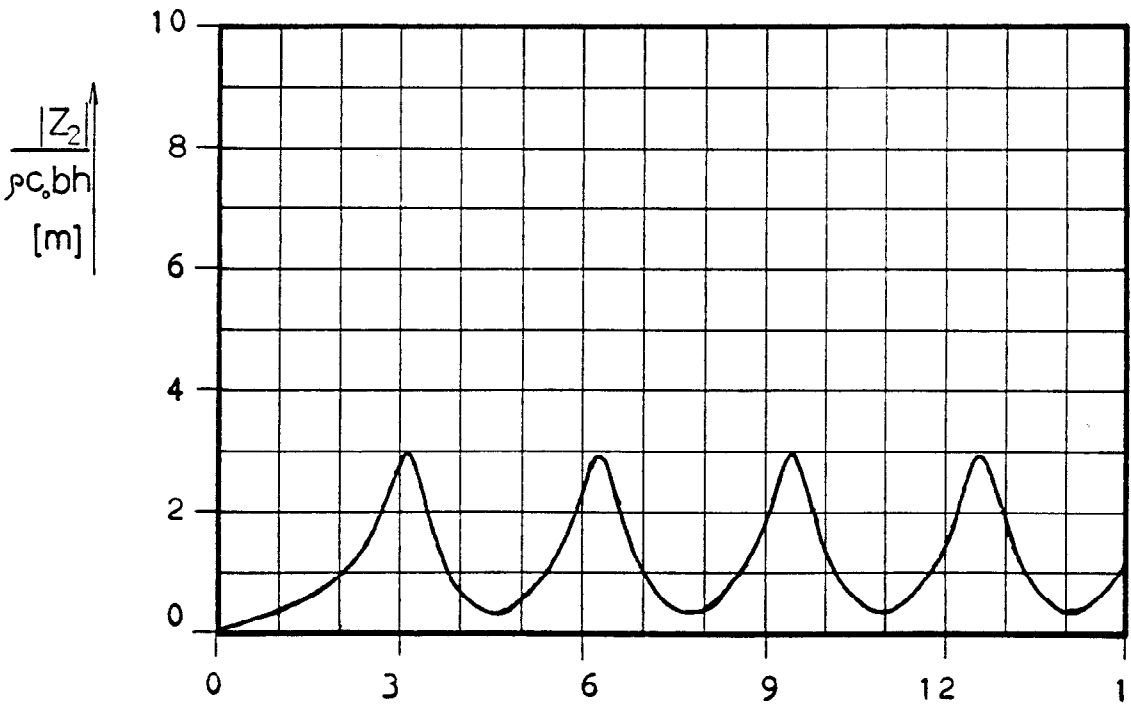


Obr.3-5

$r_n = 0$



$r_n = 50$



$r_n = 100$

kl →

3.1.1 Model vzduchové mezery beze ztrát

Při jednodušších výpočtech obvykle vystačíme s modelem, který nebude respektovat ztráty ve vzduchové mezeře. Tento model, který je přejat z [5], získáme z výsledků minulé kapitoly, dosadíme-li do vztahu /3-16/ za \underline{r}_n nulu. Potom dostaneme

$$\gamma = k \quad /3-33/$$

Dosadíme-li vztah /3-33/ do vztahů pro \underline{Z}_1 a \underline{Z}_2 (/3-31/, /3-32/), dostaneme

$$\underline{Z}_1 = \frac{c_o^2 \rho b l}{j \omega h} \quad , \quad /3-34/$$

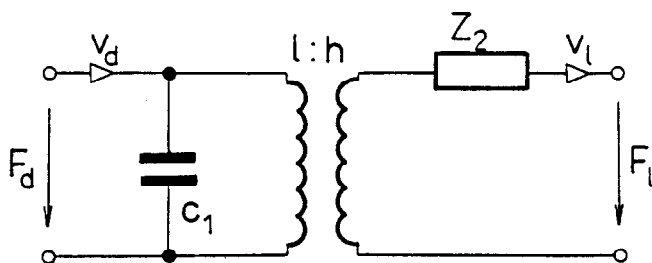
$$\underline{Z}_2 = j c_o \rho b h \left[\frac{1}{k l} - \cotg(k l) \right] \quad . \quad /3-35/$$

Impedance \underline{Z}_1 představuje mechanickou reaktanci dutiny o objemu $V_d = b l h$, uzavřenou nehmotným pístem o ploše $S = b l$, již přísluší mechanická poddajnost

$$c_1 = \frac{h}{c_o^2 \rho b l} \quad /3-36/$$

Dále se nám zjednodušil výraz /3-32/, který přešel ve výraz /3-35/, jenž neobsahuje kotangentu komplexního argumentu, čímž se podstatně zrychlí výpočet tohoto modelu.

Model vzduchové mezery beze ztrát je na obr.3-6, kde \underline{c}_1 resp. \underline{Z}_2 je dáno vztahem /3-36/ resp. /3-35/



Obr.3-6

3.1.2 Model vzduchové mezery beze ztrát při nízkých kmitočtech

Zde uvedeme odvození modelu bezeztrátové vzduchové mezery pro nízké kmitočty, které je přejato z [5].

Pro oblast nízkých kmitočtů můžeme impedanci Z_2 považovat za reaktanci hmotnosti. Rozvedeme-li $\cotg(kl)$ v řadu, dostaneme

$$\cotg(kl) = \frac{1}{kl} - \frac{kl}{3} - \frac{(kl)^3}{45} - \frac{(kl)^5}{945} - \dots \quad /3-37/$$

Dosadíme-li vztah /3-37/ do vztahu /3-35/, dostaneme

$$Z_2 = j c_0 \rho b h \left[\frac{kl}{3} + \frac{(kl)^3}{45} + \frac{(kl)^5}{945} + \dots \right] \quad /3-38/$$

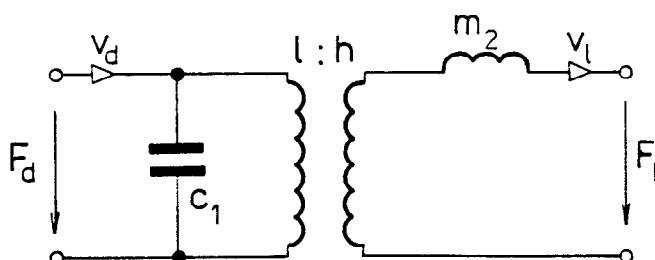
Vypočítáme-li

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} Z_2 / j\omega \quad ,$$

dostaneme hodnotu hmotnosti (m_2), kterou nahradíme impedanci Z_2 pro oblast nízkých kmitočtů

$$m_2 = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{Z_2}{j\omega} = \frac{1}{3} \rho b h l \quad . \quad /3-39/$$

Model vzduchové mezery beze ztrát pro oblast nízkých kmitočtů je na obr.3-7.



Obr.3-7

3.2 Model tlakového páskového reproduktoru

Spojíme-li výsledky kapitol 1.6 a 3.1, můžeme vytvořit model tlakového páskového reproduktoru, který respektuje vlnové vlastnosti vzduchové mezery a přenos vlnovodem. Tento model je na obr.3-8, v němž \underline{U} je budicí napětí, \underline{Z}_e vnitřní impedance zdroje napětí, \underline{I} budicí proud, \underline{k}_g činitel měniče, \underline{Z}_m mechanická impedance pásku, \underline{Z}_4 vyzařovací impedance vlnovodu (zatěžuje jednu stranu reproduktoru) a \underline{Z}_3 vyzařovací impedance pulsující koule (zatěžuje druhou stranu reproduktoru) .

V náhradním modelu jsou všechny prvky, kromě vlnovodu a vyzařovacích impedancí, počítány pro jednu vzduchovou mezeru. Impedanční přizpůsobení je provedeno transformátorem s převodem 1:N, kde \underline{N} je počet všech vzduchových mezer.

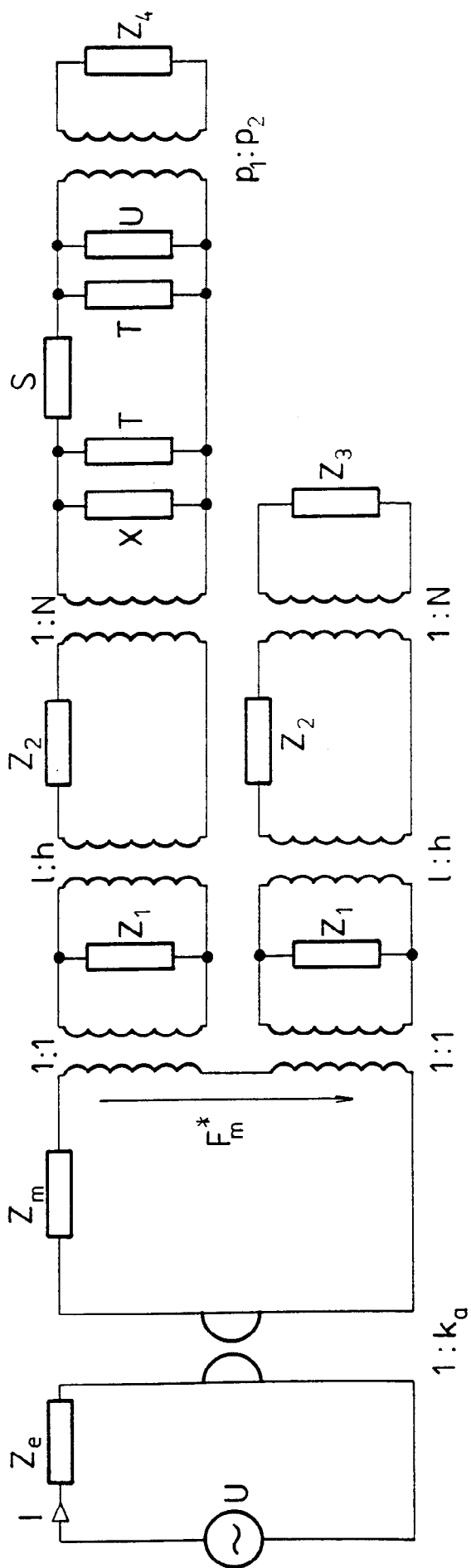
Na ukázkou nyní provedeme výpočet tlakového páskového reproduktoru podle [2], kde byla použita hliníková fólie šířky $\underline{b} = 10$ mm o tloušťce $\underline{w} = 15$ μ m. Hloubka vzduchové mezery je $\underline{l} = 7$ mm a výška mezery $\underline{h} = 1$ mm. Na každé straně reproduktoru ústí 30 elementů ($\Rightarrow N = 60$). Sílu napínající pásek neznáme, ale předpokládejme ji dosti malou, aby bylo možno zanedbat poddajnost pásku. Gyrační konstanta je $1,75 \cdot 10^{-3}$ Tm. Vlnovod uvažujme exponenciální s kritickou frekvencí 600 Hz, délkou 16,9 cm a vstupním průřezem 6 cm².

Z těchto hodnot spočítáme frekvenční charakteristiku (tlak vyzářený vlnovodem ku budicímu napětí) reproduktoru pro různé hodnoty tlumícího odporu \underline{r}_n . Stanovení hodnot \underline{r}_n je značně obtížné, proto hodnoty $\underline{r}_n = 50$ a 100, které byly použity pro výpočet frekvenční charakteristiky tlakového páskového reproduktoru, jsou

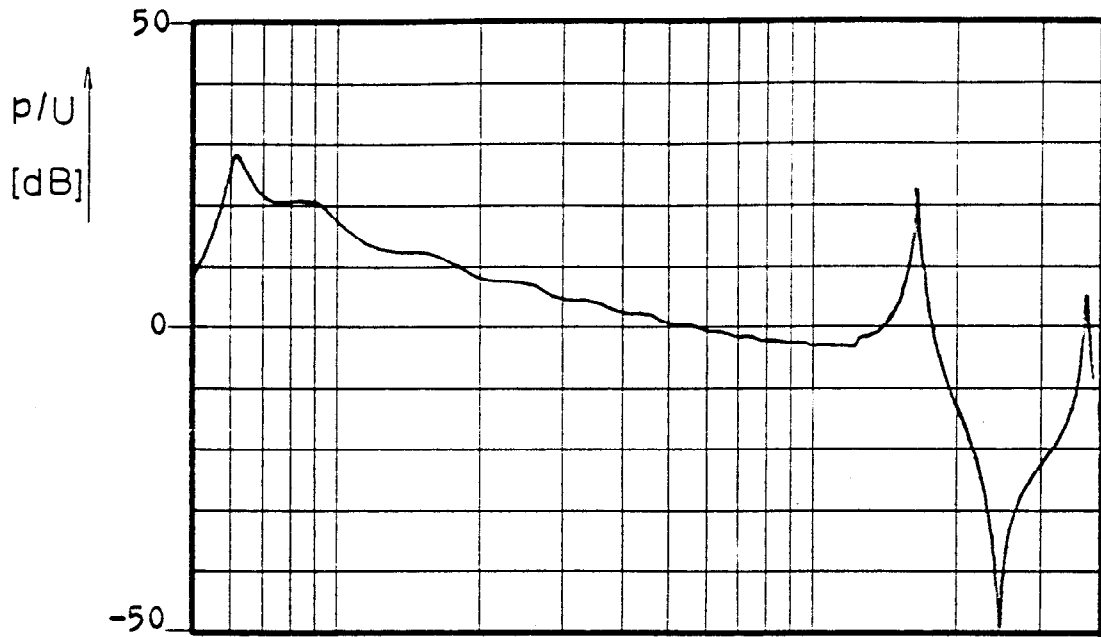
pouze orientační a mají za úkol ukázat, že k tlumení dochází.

Způsob, jakým bylo tlumení zavedeno v této kapitole, se zdá výhodnější oproti způsobu, kdy je bezeztrátový reaktanční model doplněn ztrátovým odporem a kdy vlivem nul a pólů reaktančního modelu dochází ke značnému zvlnění frekvenční charakteristiky, které neodpovídá skutečnosti.

Frekvenční charakteristiky jsou na obr.3-9.

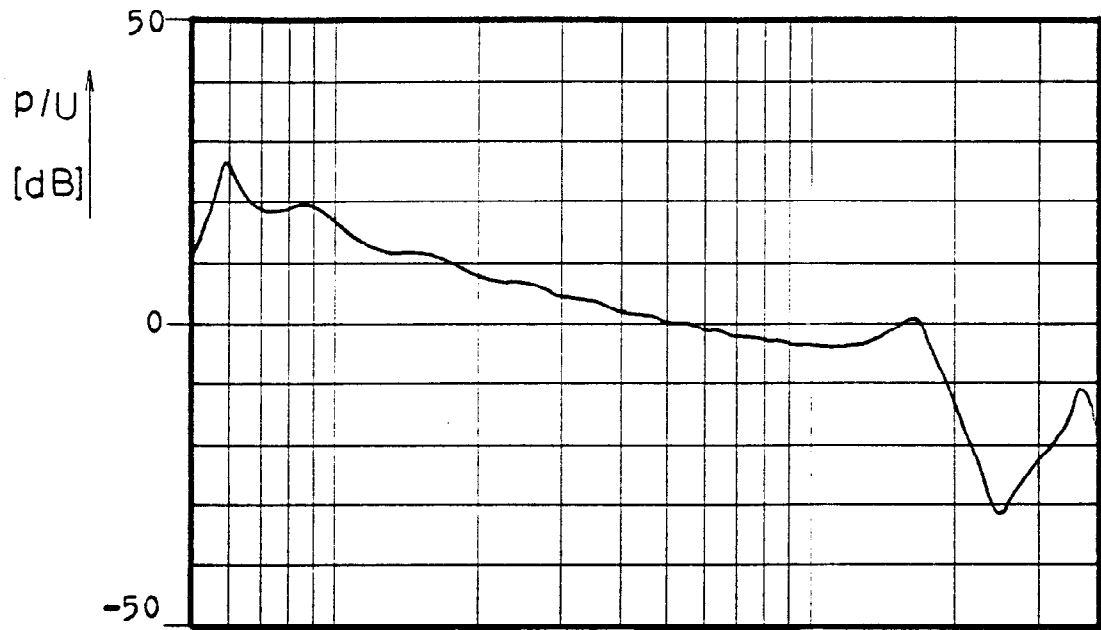


Obr. 3-8

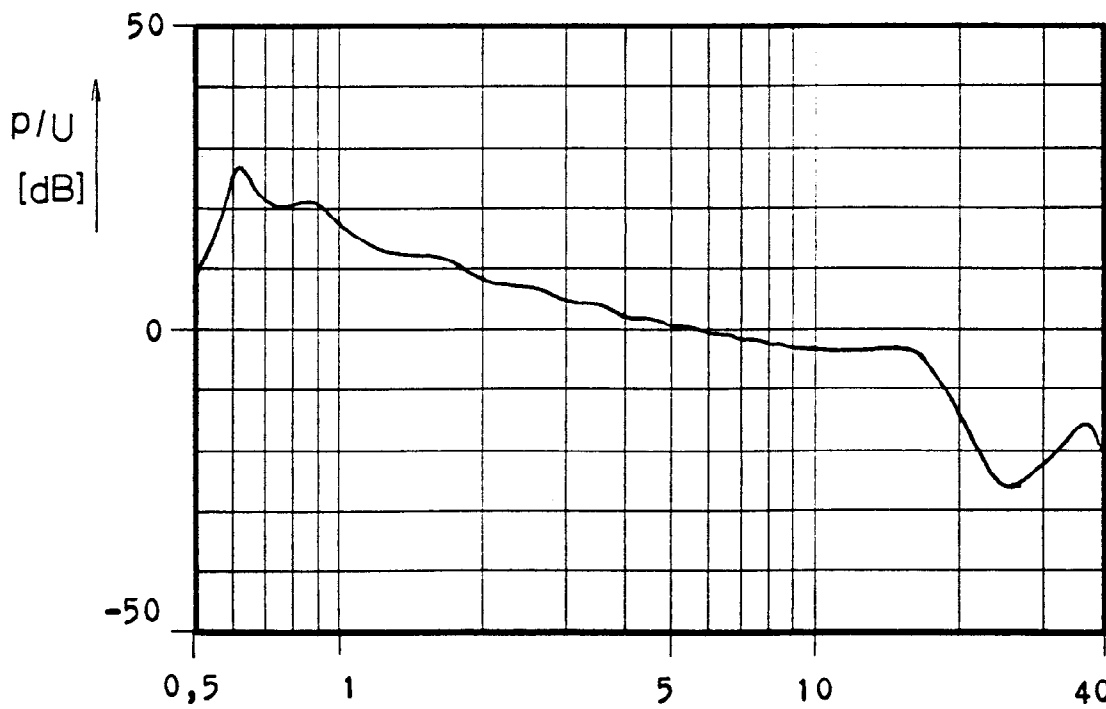


Obz.3-9

$r_n = 0$



$r_n = 50$



$r_n = 100$

f [kHz]

Z Á V Ě R

Práce shrnuje a doplňuje dosavadní metody řešení a popisy několika soustav s rozprostřenými prvky, s kterými se setkáváme u elektromechanických a elektroakustických měničů.

U vlnovodů je uveden mimo jiné způsob jejich aproximace, která je vhodná při řešení vlnovodů libovolného tvaru, u kterých by bylo hledání přesného řešení obtížné nebo náročné na numerické zpracování.

U modelů tlakové komůrky resp. vzduchové mezery bylo zavedeno částečné respektování ztrát, čímž se vztahy pro prvky modelů zkomplikovaly (objevily se Besselovy funkce komplexního argumentu resp. kotangenta komplexního argumentu). Tyto komplikace se projevily především v časové náročnosti programů (výpočty byly prováděny na počítači H P 9830 A). Z tohoto důvodu nebylo možno provést více výpočtů frekvenčních charakteristik tlakového a tlakového páskového reproduktoru. Přes tyto nesnáze je z uvedených výsledků zřejmé, že zavedením ztrát, tak jak bylo provedeno v 2. a 3. kapitole, získáme model, který umožňuje dokonalejší popis těchto reproduktorů.

Seznam použité literatury

- [1] KORENĚV, B.G.: Úvod do teorie Besselových funkcí. 1.vydání. Praha, SNTL 1977, 280 s.
- [2] KRÁL, J.: Elektrodynamický páskový reproduktor. /Diplomová práce/ Praha, ČVUT FEL 1985
- [3] MERHAUT, J.: Teoretické základy elektroakustiky. 3.vydání. Praha, Academia 1976, 328 s.
- [4] MERHAUT, J.: Zvuková technika. /Skriptum/ 1.vydání. Praha, ČVUT 1983, 147 s.
- [5] MERHAUT, J.-ŠKVOR, Z.: Analog Network of a Cavity below the Diaphragm in Electroac. Transducers. Monitor-Proc. IREE, 37, 1976, č.3, s.63-66
- [6] REKTORYS, K.: Přehled užité matematiky. 4.vydání. Praha, SNTL 1981, 1140 s.
- [7] ŠKVOR, Z.: Elektroakustika-Měření II. /Skriptum/ 1.vydání. Praha, ČVUT 1983, 153 s.
- [8] ŠKVOR, Z.: Obvodové modely kmitajících soustav v pevné a plynné fázi. /Doktorská práce/ Praha, ČVUT FEL 1983
- [9] AO 179536 Elektrodynamický páskový měnič