

DISPERZNÍ KŘIVKY V DESCE S KUBICKOU ANIZOTROPIÍ

P. Hora, O. Červená
Ústav termomechaniky AV ČR

Příspěvek vznikl na základě podpory grantu cíleného vývoje a výzkumu AV ČR č. IBS2076356 "Ultrazvukové metody vyšetřování mechanických vlastností kompozitních materiálů používaných v letectví" (řešitel Ing. M. Landa, CSc.) a záměru ÚT AV ČR AV0Z20760514.

Úvod

- nekonečná tlustá deska
- volné okrajové podmínky
- kubická anizotropie
- orientace (001)

Úvod

- nekonečná tlustá deska
 - volné okrajové podmínky
 - kubická anizotropie
 - orientace (001)
-
- metoda parciálních vln
 - získání disperzních vztahů
 - vyčíslení disperzních vztahů pro měď
 - porovnání s výsledky Mindlinovy teorie oddělených módů

Metoda parciálních vln

Ke studiu šíření napěťových vln v izotropních deskách se používají dvě analytické metody:

1. metoda založená na potenciálech s následnou separací proměnných,
2. metoda parciálních vln, u které se řešení skládá z jednoduchých vln exponenciálního typu, které putují mezi okraji desky.

Metoda parciálních vln

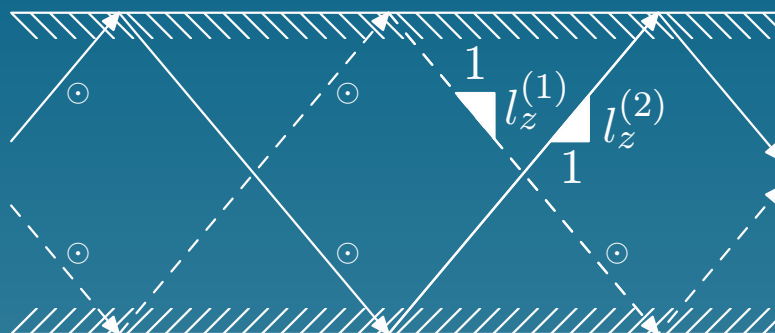
Ke studiu šíření napěťových vln v izotropních deskách se používají dvě analytické metody:

1. metoda založená na potenciálech s následnou separací proměnných,
2. metoda parciálních vln, u které se řešení skládá z jednoduchých vln exponenciálního typu, které putují mezi okraji desky.

Výhody metody parciálních vln:

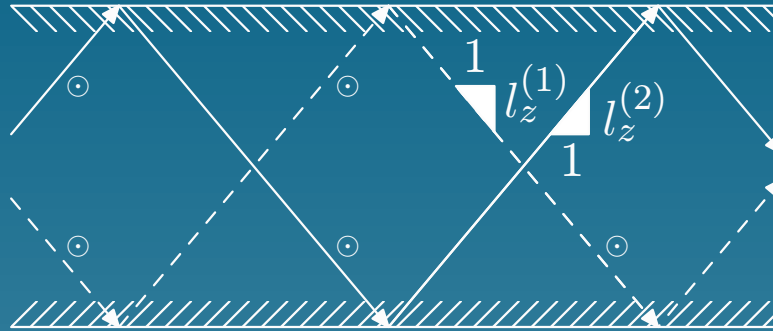
- vede k řešení rychleji
- přináší lepší náhled do fyzikální povahy vlnového šíření

SH

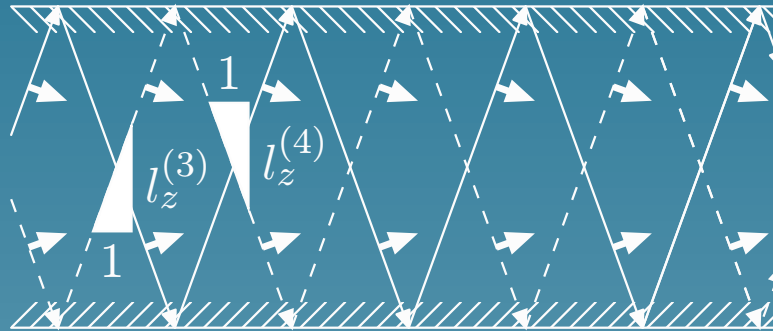


Parciální vlny v nekonečné izotropní desce

SH

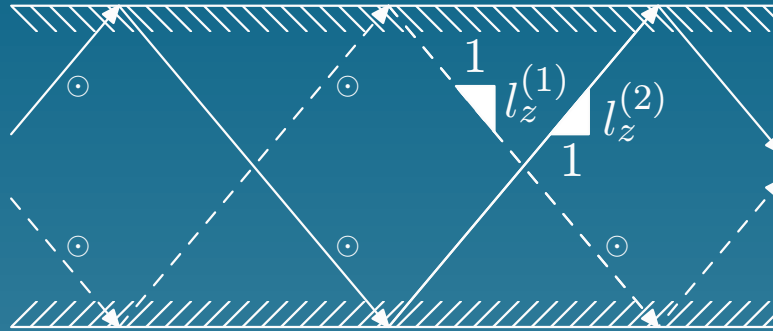


SV

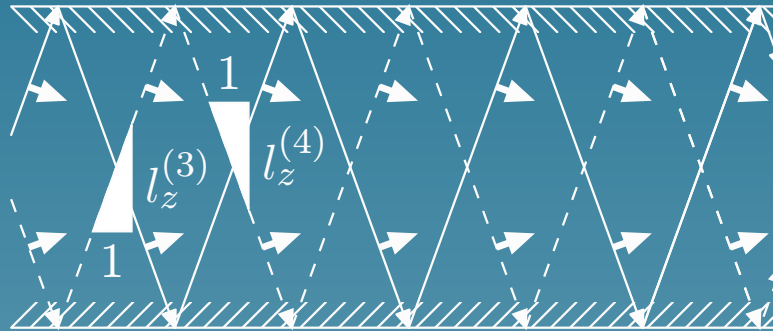


Parciální vlny v nekonečné izotropní desce

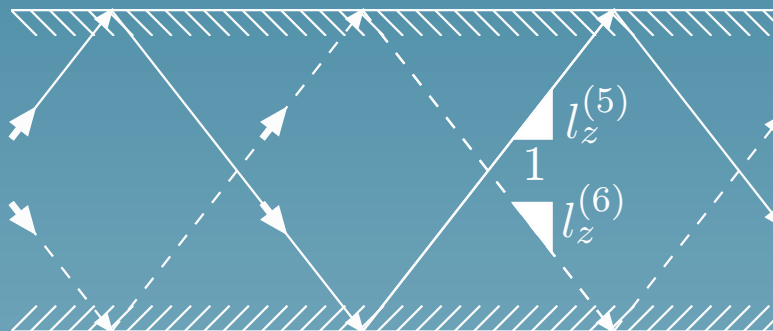
SH



SV

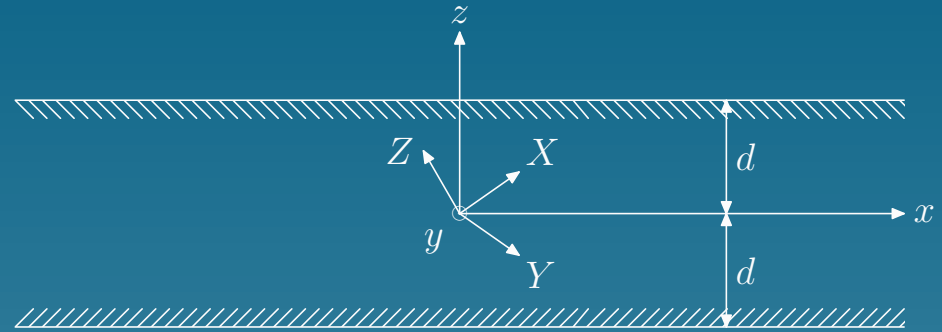


P

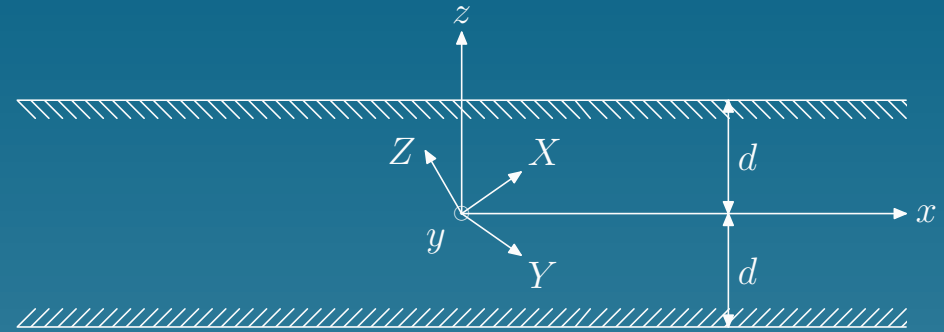


Parciální vlny v nekonečné izotropní desce

Anizotropní deska
⇓
pouze metoda parciálních vln



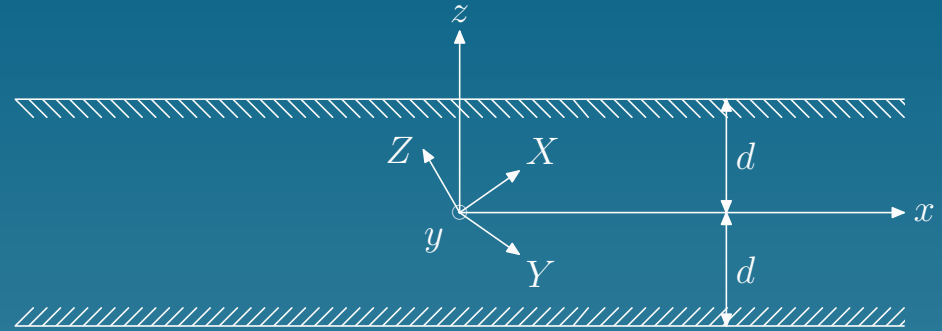
Anizotropní deska
 ↓
 pouze metoda parciálních vln



- Předpokládané řešení

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \exp [i (k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)], \text{ kde } \mathbf{u}_0 = \hat{x}\alpha_x + \hat{y}\alpha_y + \hat{z}\alpha_z$$

Anizotropní deska
 ↓
 pouze metoda parciálních vln



- Předpokládané řešení

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \exp [i (k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)], \text{ kde } \mathbf{u}_0 = \hat{x}\alpha_x + \hat{y}\alpha_y + \hat{z}\alpha_z$$

- Christoffelova rovnice

$$(k_i C_{IJ} k_J - \rho \omega^2 \delta_{ij}) u_j = 0,$$

kde

$$k_{iI} = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & k_z & k_y \\ 0 & k_y & 0 & k_z & 0 & k_x \\ 0 & 0 & k_z & k_y & k_x & 0 \end{pmatrix}$$

- Princip metody spočívá ve vazbě parciálních vln na ostatní vlny přes odrazy na okrajích desky.

Každá parciální vlna musí mít stejnou hodnotu k_x
 ($k_x = k = \omega/v$, kde v je fázová rychlost vlny v desce).

- Princip metody spočívá ve vazbě parciálních vln na ostatní vlny přes odrazy na okrajích desky.

Každá parciální vlna musí mít stejnou hodnotu k_x ($k_x = k = \omega/v$, kde v je fázová rychlost vlny v desce).

- Řešení přejde na tvar

$$u_j = \alpha_j \exp [ik(x + l_z z)], \quad \text{kde } j = x, y, z \quad \text{a} \quad l_z = k_z/k_x$$

- Substituce tohoto vztahu do Christoffelovy rovnice
- Soustava tří homogenních lineárních rovnic pro α_x, α_y a α_z
Koeficienty soustavy jsou funkcemi ρ, c_{IJ} a $\omega/k = v$.
- Netriviální řešení \Rightarrow determinant soustavy je roven nule
- Polynom šestého řádu pro $l_z \Rightarrow$ šest kořenů $l_z^{(n)}, n = 1, \dots, 6$
Řešení odpovídá šesti dopadajícím a odraženým vlnám.

- Vztahy pro parciální vlny

$$u_j = \sum_{n=1}^6 C_n \alpha_j^{(n)} \exp \left[ik(x + l_z^{(n)} z) \right], \quad (j = x, y, z).$$

- Okrajové podmínky

$$T_{xz} = T_{yz} = T_{zz} = 0, \quad \text{pro } z = \pm d.$$

- Substituce předpokládaného řešení do okrajových podmínek

- Soustava šesti homogenních lineárních rovnic

Koeficienty soustavy C_n jsou funkcemi ρ , c_{IJ} , $\omega/k = v$ a kd .

- Netriviální řešení \Rightarrow determinant soustavy je roven nule

- Disperzní vztah mezi ω a k

Izotropní deska

- SH-módy

$$(N\pi)^2 = (2d\omega/v_S)^2 - (2dk)^2,$$

kde $N = 0, 1, 2, \dots$ a v_S je fázová rychlost příčných vln.

- Symetrické (dilatační) módy

$$\frac{\tan(dk_{is})}{\tan(dk_{il})} = -\frac{4k^2 k_{il} k_{is}}{(k_{is}^2 - k^2)^2}$$

- Antisymetrické (ohybové) módy

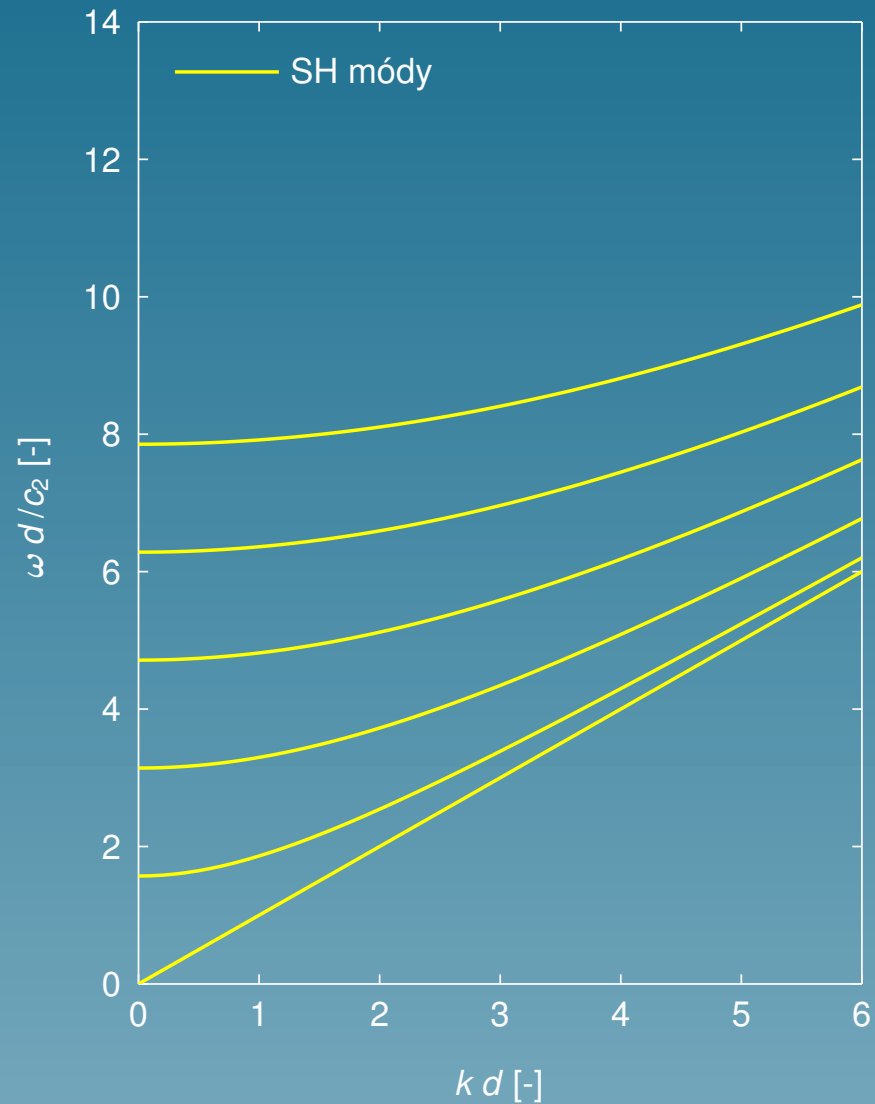
$$\frac{\tan(dk_{is})}{\tan(dk_{il})} = -\frac{(k_{is}^2 - k^2)^2}{4k^2 k_{il} k_{is}}$$

V těchto rovnicích platí

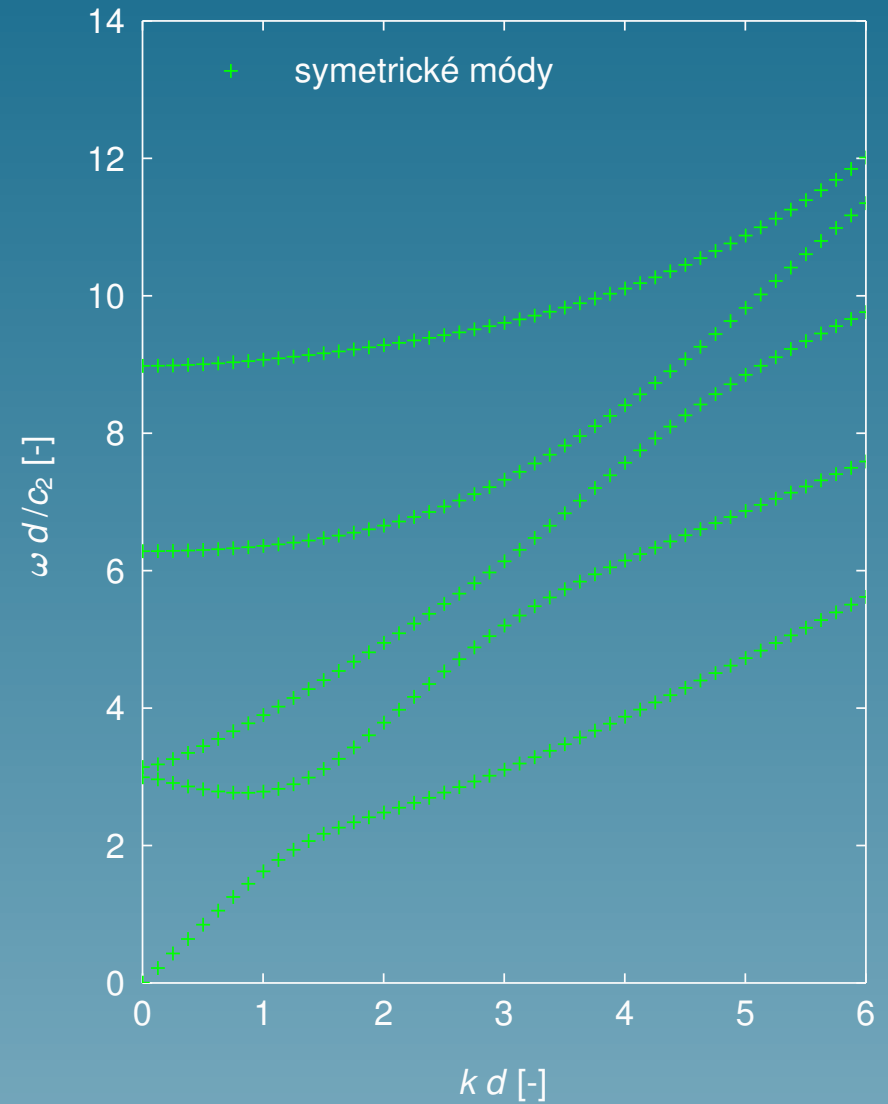
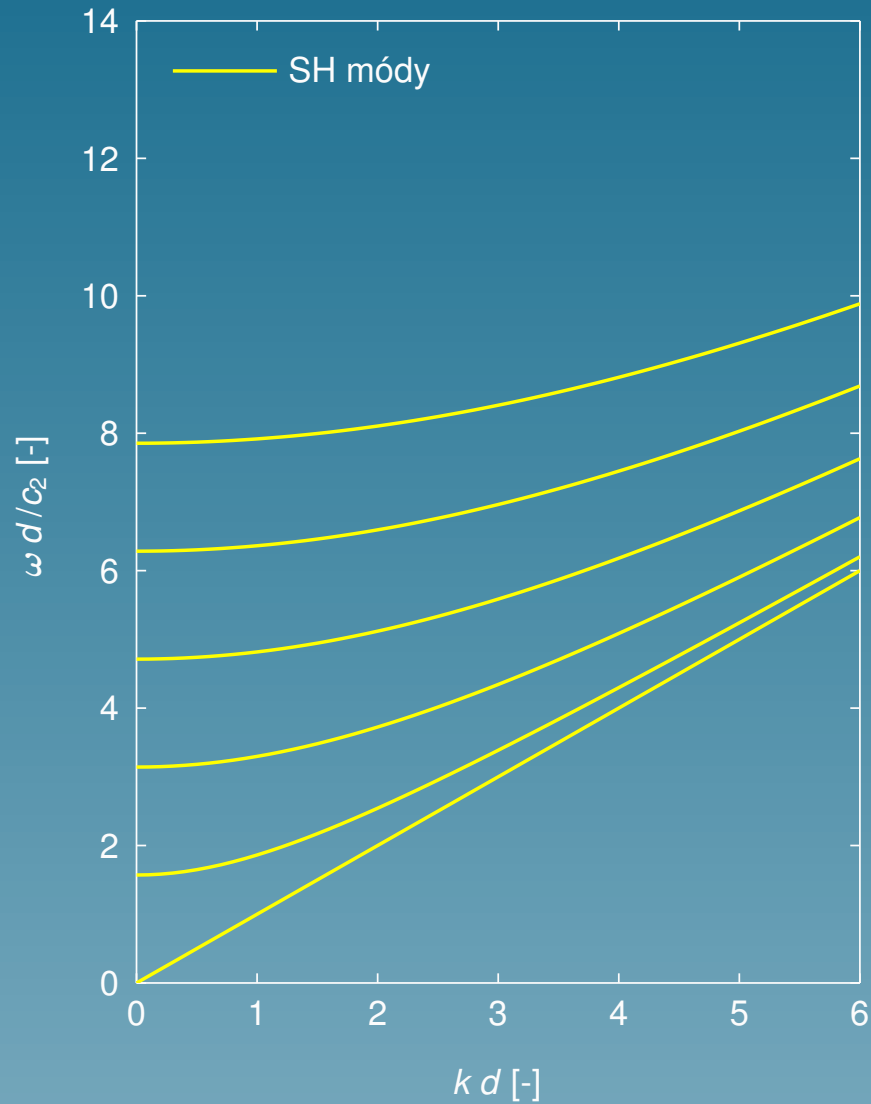
$$(2dk_{is})^2 = (2d\omega/v_S)^2 - (2dk)^2, \quad (2dk_{il})^2 = (2d\omega/v_L)^2 - (2dk)^2,$$

kde v_L je fázová objemová rychlost podélných vln.

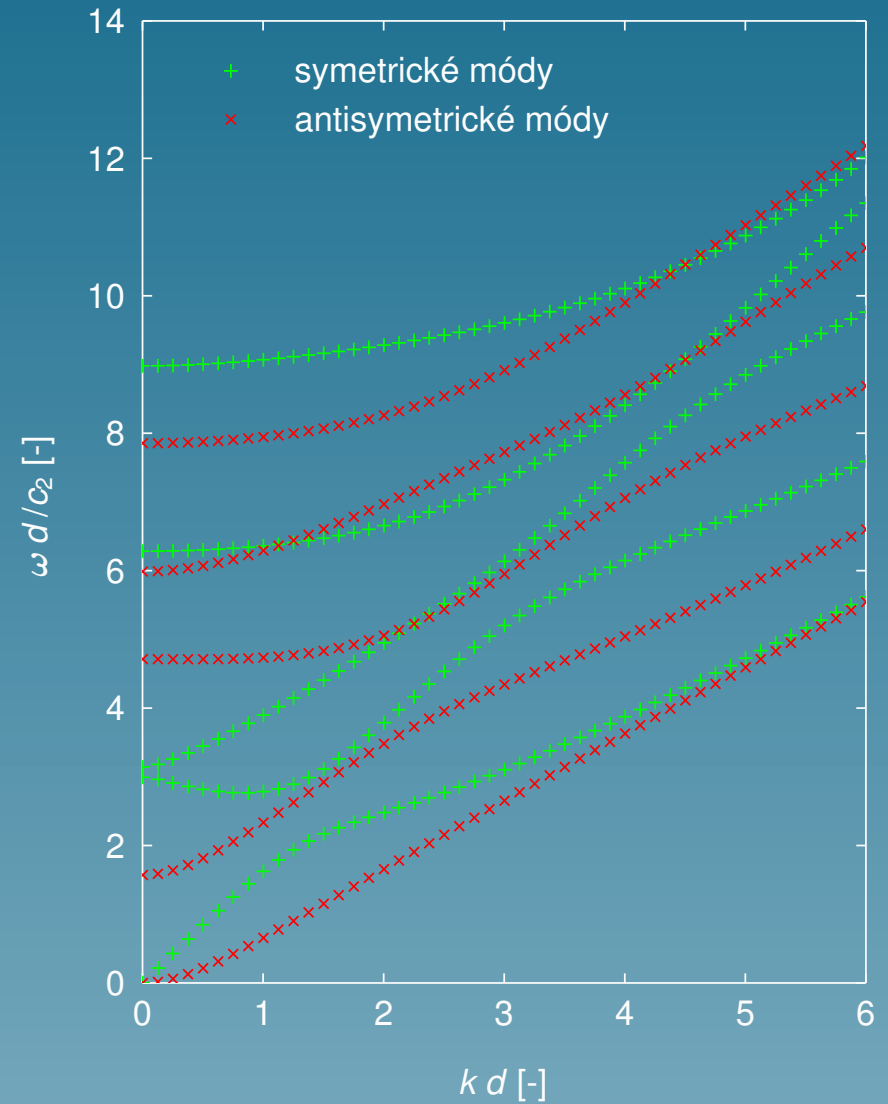
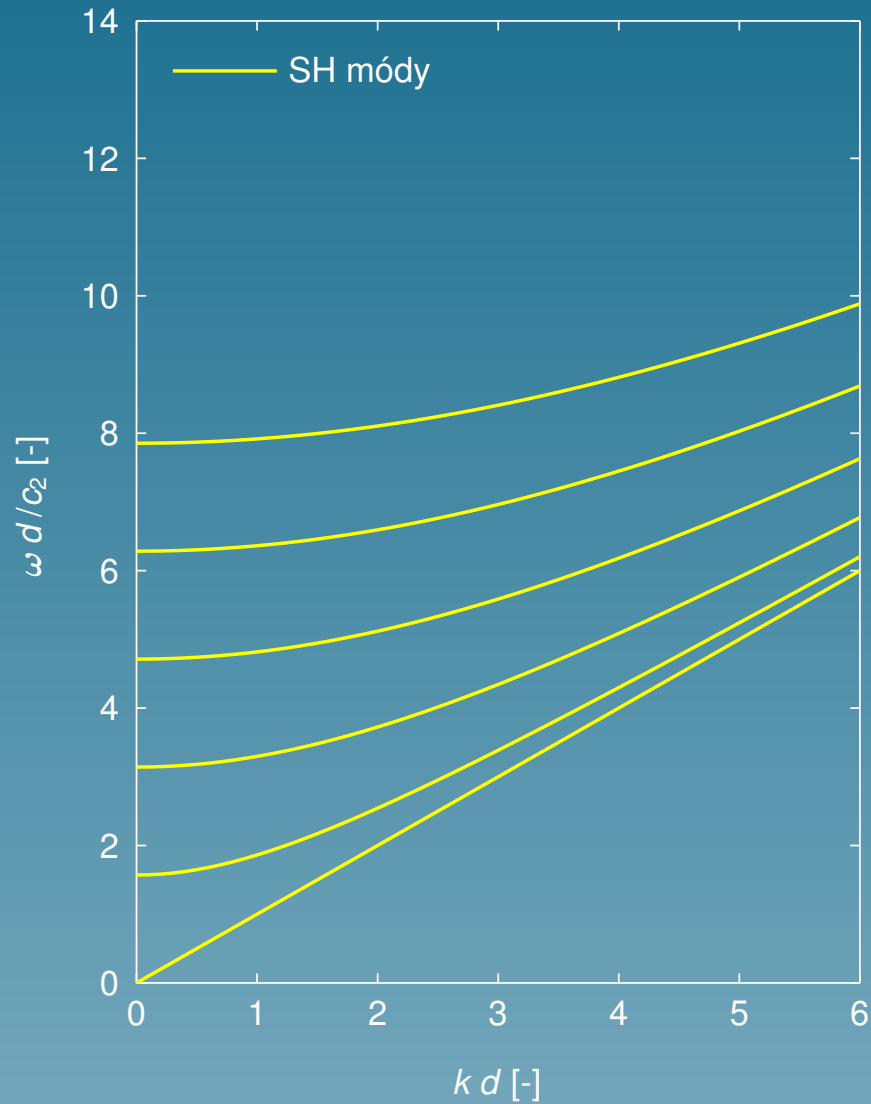
Disperzní křivky izotropní desky pro Poissonovo číslo 0,31



Disperzní křivky izotropní desky pro Poissonovo číslo 0,31



Disperzní křivky izotropní desky pro Poissonovo číslo 0,31



Mindlinova metoda oddělených módů

- zavedení speciálních okrajových podmínek:

$$T_{xz} = 0, \quad u_z = 0 \quad \text{nebo} \quad T_{zz} = 0, \quad u_x = 0.$$

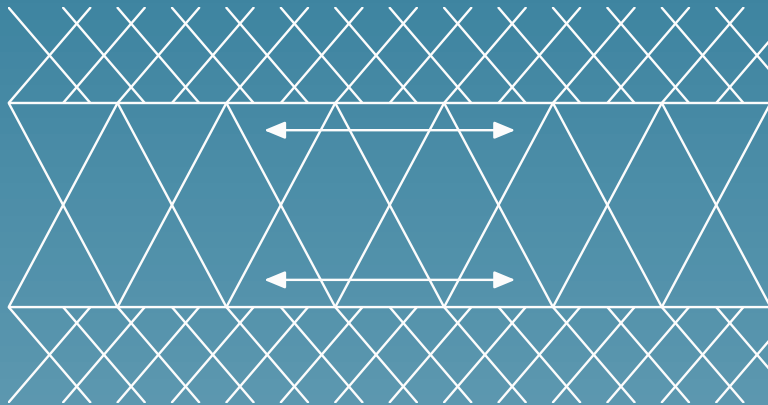
Mindlinova metoda oddělených módů

- zavedení speciálních okrajových podmínek:

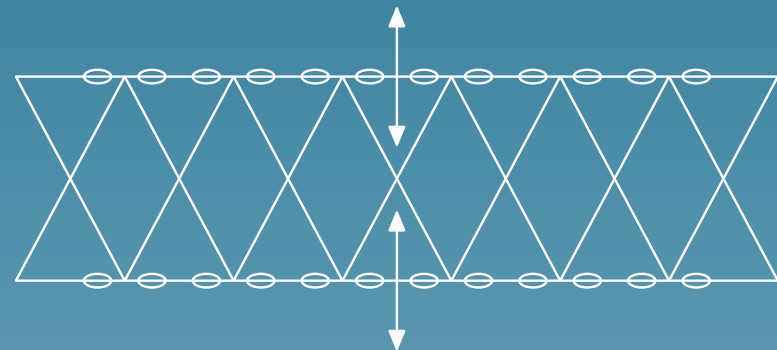
$$T_{xz} = 0, \quad u_z = 0 \quad \text{nebo} \quad T_{zz} = 0, \quad u_x = 0.$$

- Tyto okrajové podmínky nelze realizovat v praxi.

„namazané tuhé poloprostory“



„mikroskopický řetízek“



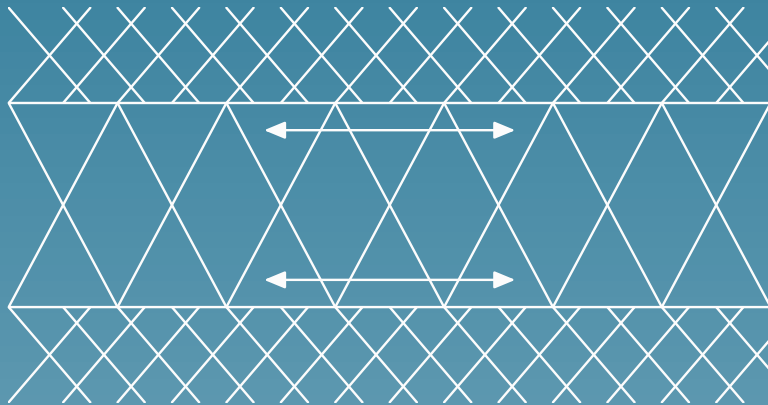
Mindlinova metoda oddělených módů

- zavedení speciálních okrajových podmínek:

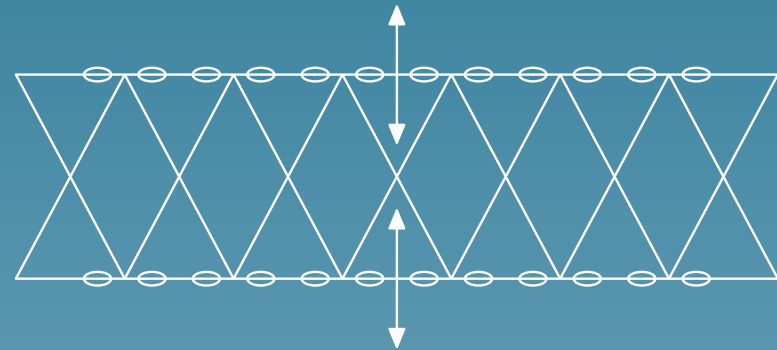
$$T_{xz} = 0, \quad u_z = 0 \quad \text{nebo} \quad T_{zz} = 0, \quad u_x = 0.$$

- Tyto okrajové podmínky nelze realizovat v praxi.

„namazané tuhé poloprostory“



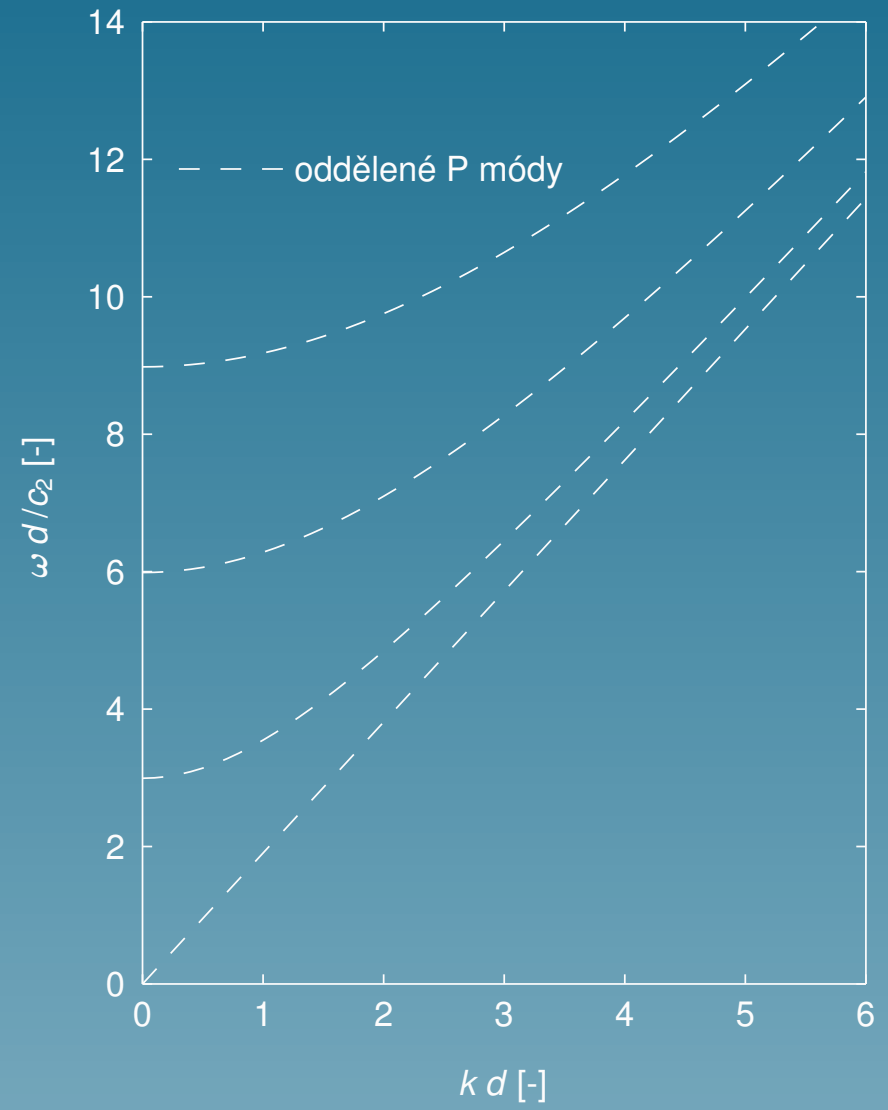
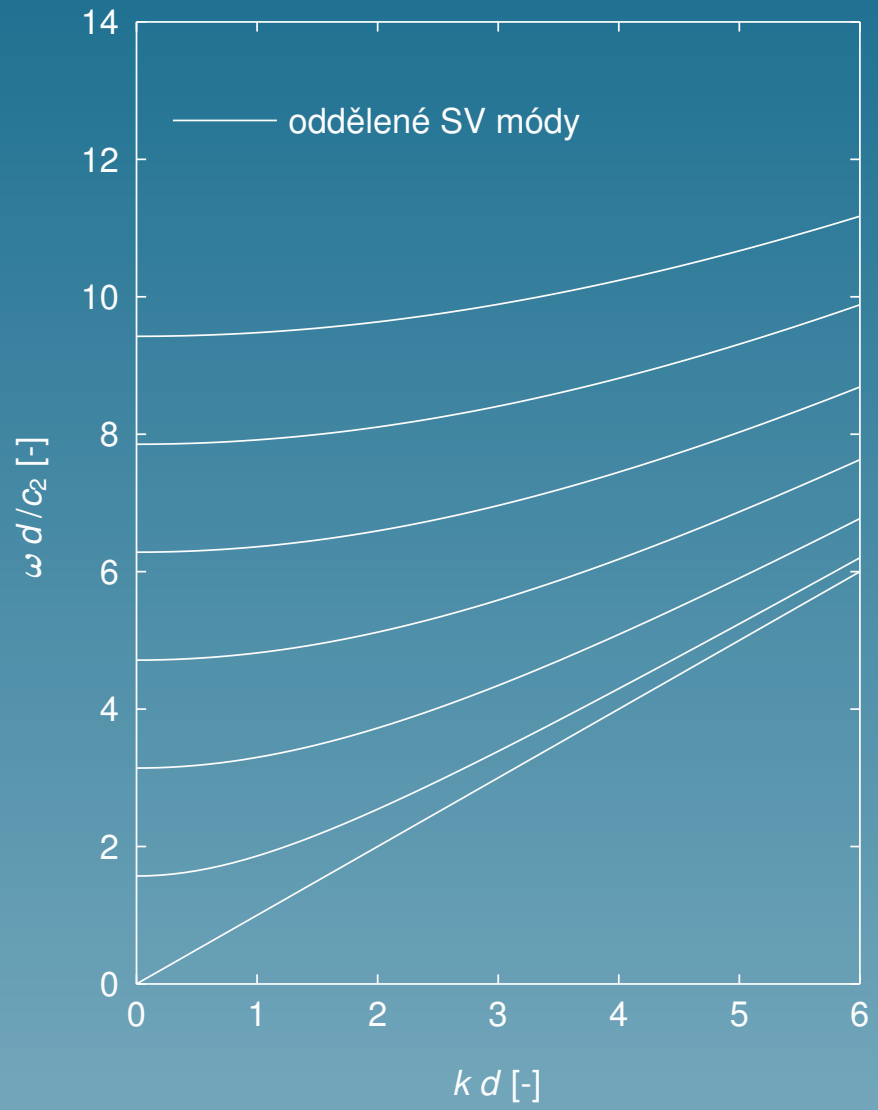
„mikroskopický řetízek“



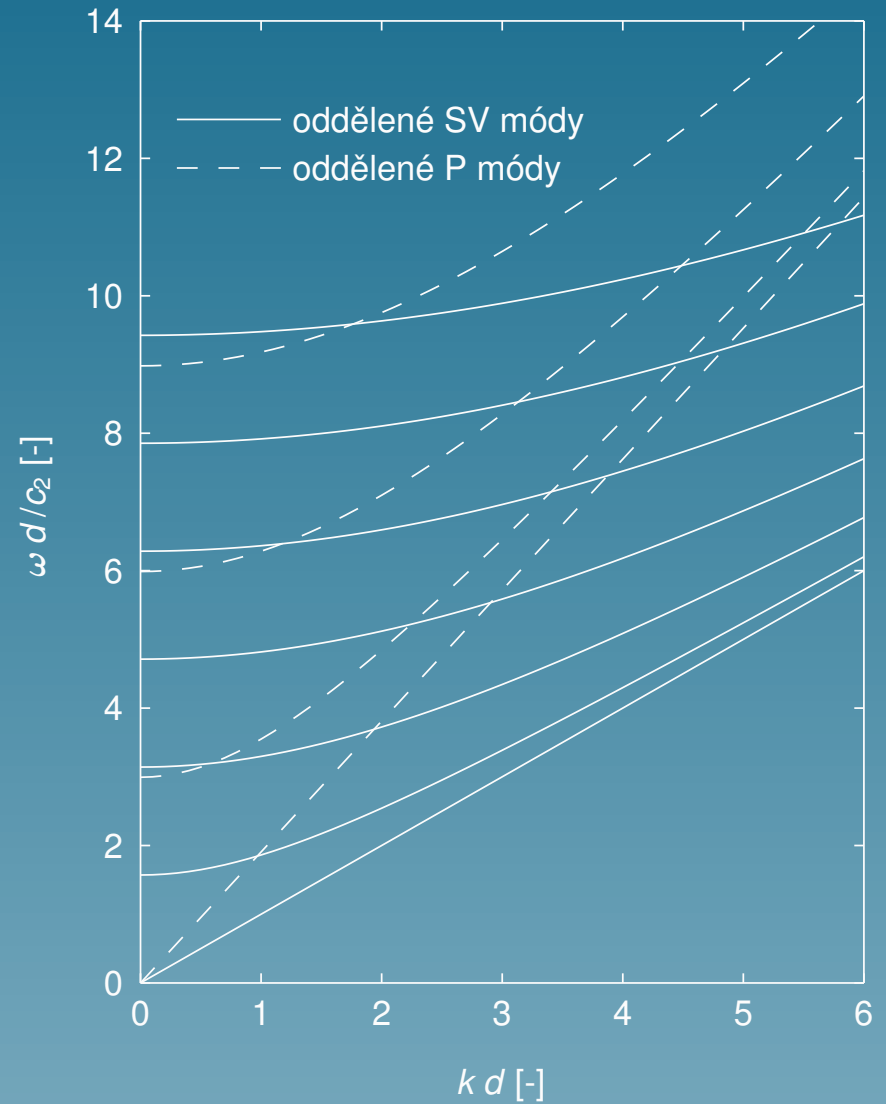
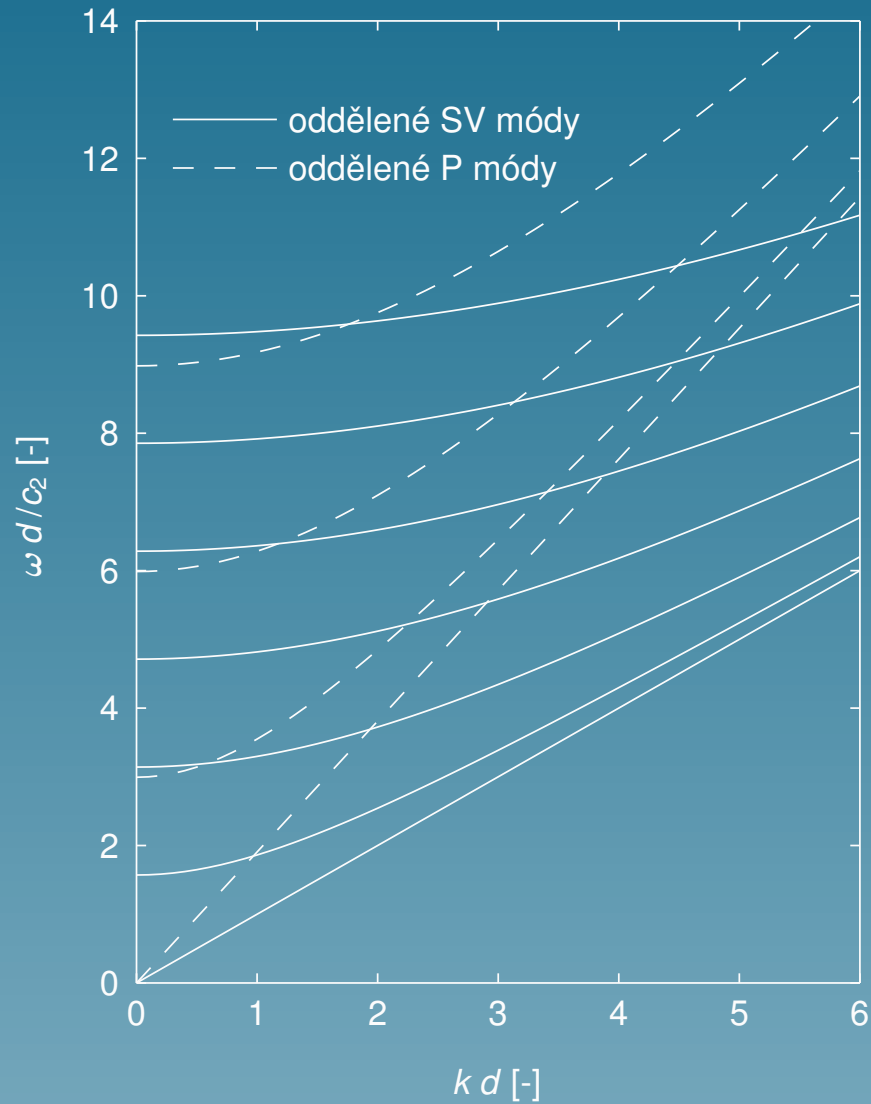
- Degenerace symetrických a antisymetrických módů do oddělených SV a P-módů

$$(N\pi)^2 = (2d\omega/v_S)^2 - (2dk)^2, \quad (M\pi)^2 = (2d\omega/v_L)^2 - (2dk)^2.$$

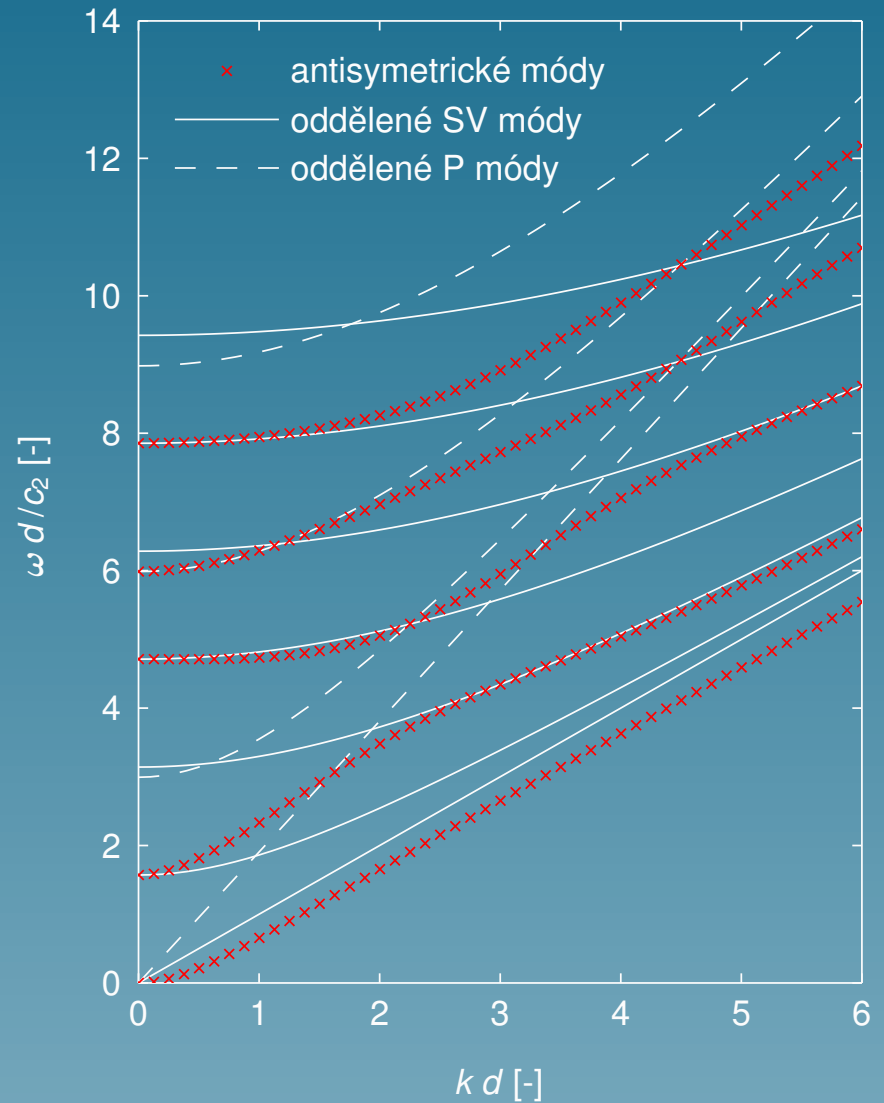
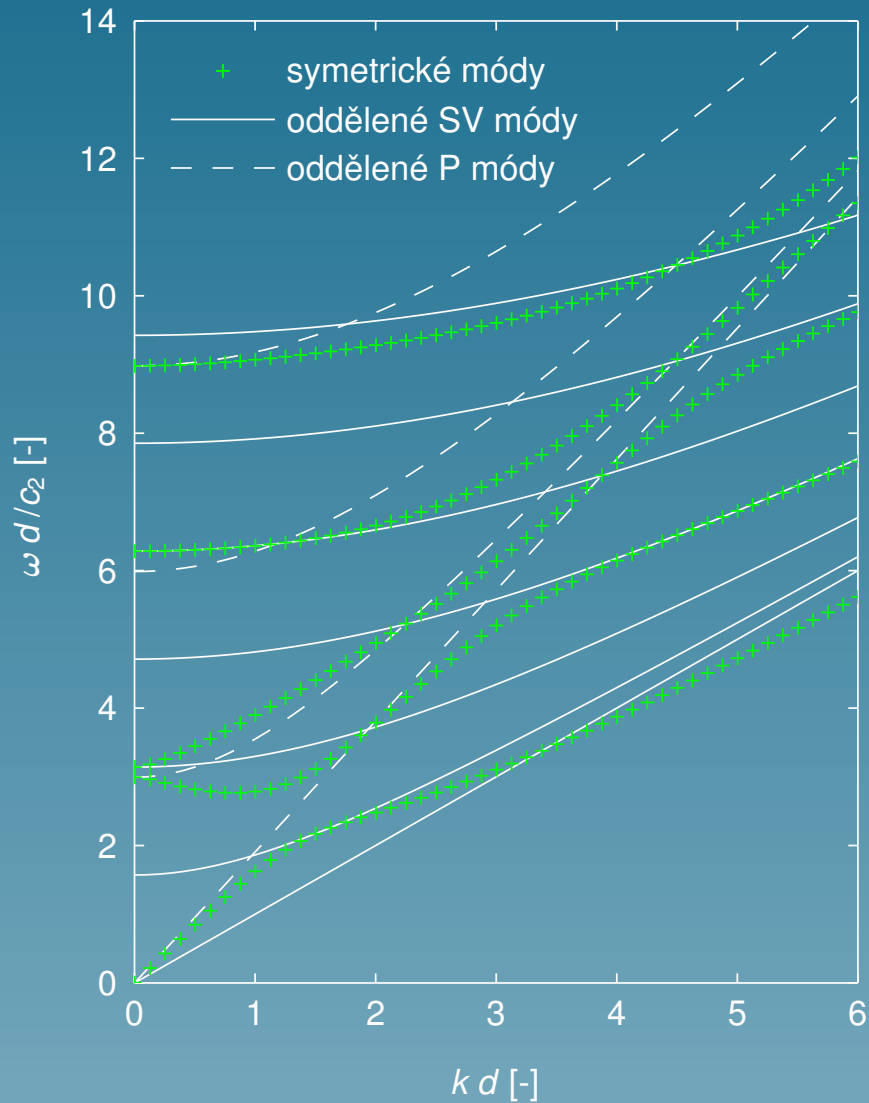
Mindlinovy a disperzní křivky izotropní desky



Mindlinovy a disperzní křivky izotropní desky



Mindlinovy a disperzní křivky izotropní desky

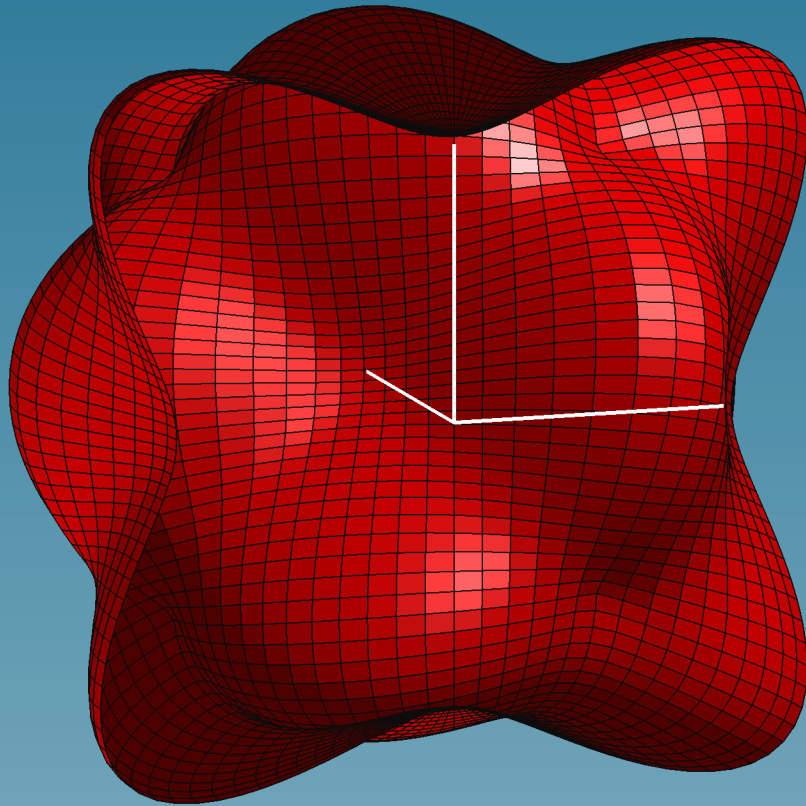


Deska s kubickou anizotropií

- Pomalostní plochy a křivky

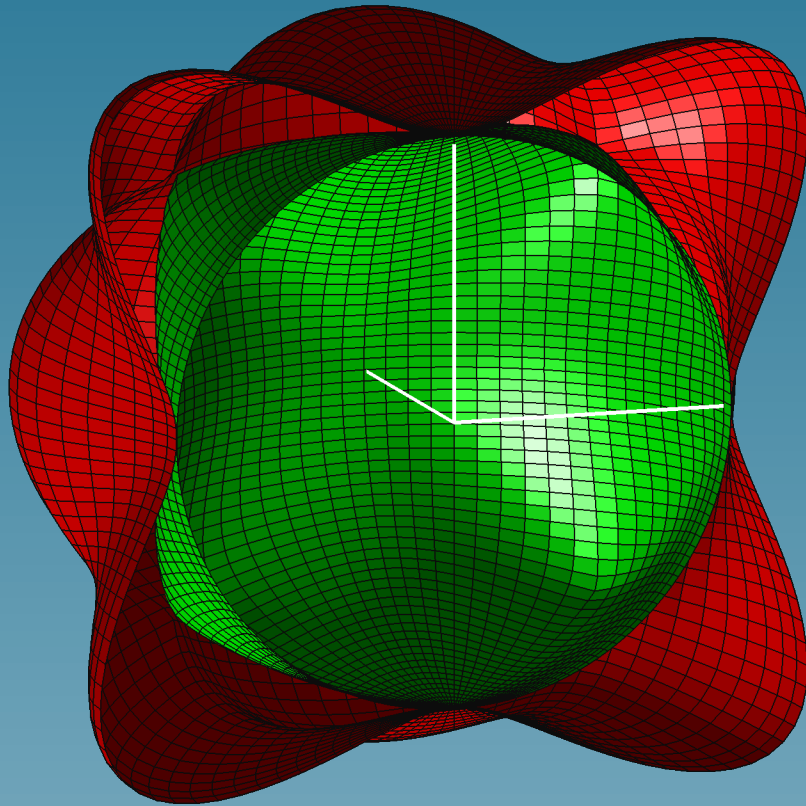
Deska s kubickou anizotropií

- Pomalostní plochy a křivky



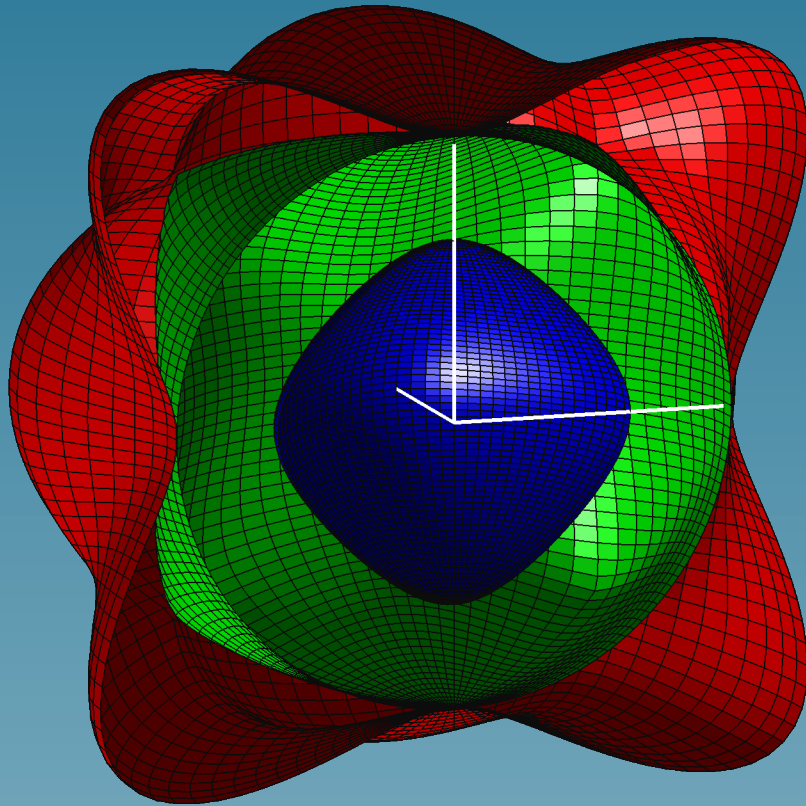
Deska s kubickou anizotropií

- Pomalostní plochy a křivky



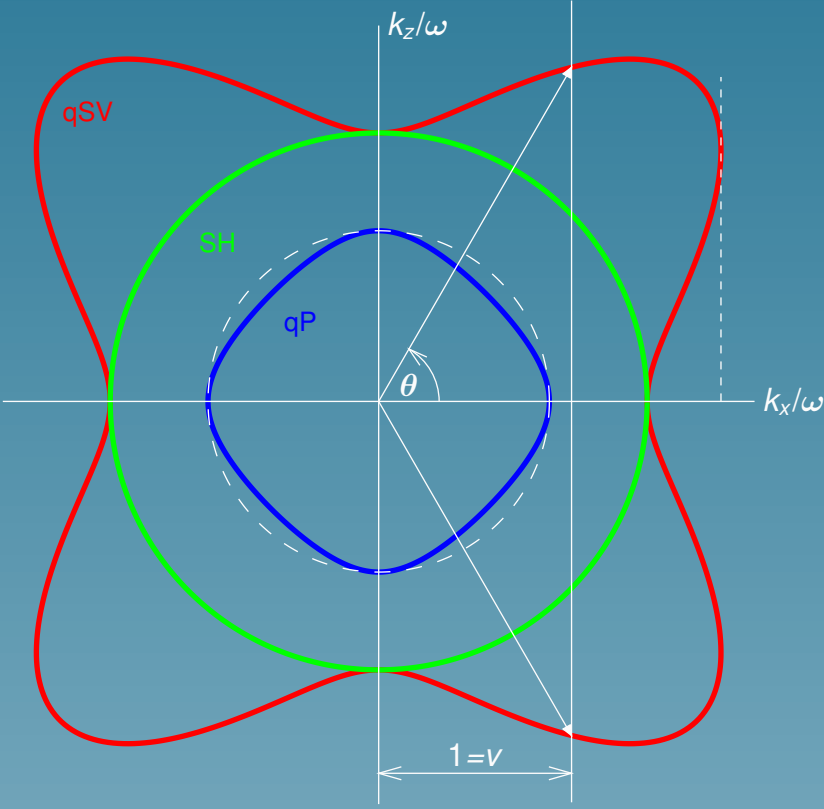
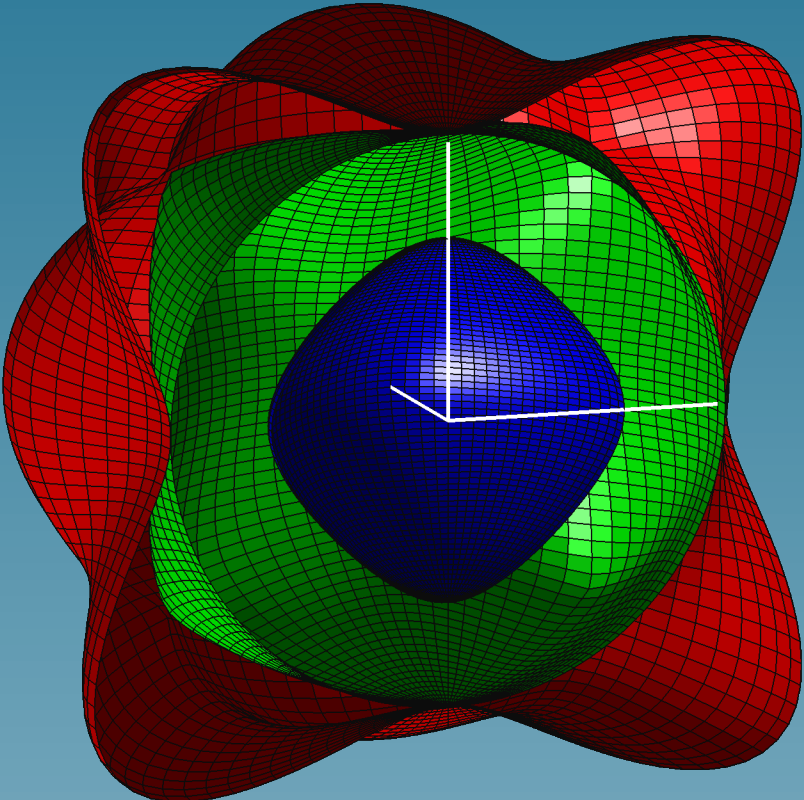
Deska s kubickou anizotropií

- Pomalostní plochy a křivky



Deska s kubickou anizotropií

- Pomalostní plochy a křivky



- Orientace (001) a směr šíření (100) \Rightarrow analytické vyjádření

- Orientace (001) a směr šíření (100) \Rightarrow analytické vyjádření
- Christoffelova rovnice

$$\begin{pmatrix} c_{11} + c_{44} l_z^{(n)2} - \rho v^2 & 0 & (c_{12} + c_{44}) l_z^{(n)} \\ 0 & c_{44} (1 + l_z^{(n)2}) - \rho v^2 & 0 \\ (c_{12} + c_{44}) l_z^{(n)} & 0 & c_{44} + c_{11} l_z^{(n)2} - \rho v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_x^{(n)} \\ \alpha_y^{(n)} \\ \alpha_z^{(n)} \end{pmatrix} = 0,$$

kde $\alpha_x^{(n)}$, $\alpha_y^{(n)}$ a $\alpha_z^{(n)}$ jsou složky polarizace n -té parciální vlny.

- Orientace (001) a směr šíření (100) \Rightarrow analytické vyjádření
- Christoffelova rovnice

$$\begin{pmatrix}
 c_{11} + c_{44} l_z^{(n)2} - \rho v^2 & 0 & (c_{12} + c_{44}) l_z^{(n)} \\
 0 & c_{44} (1 + l_z^{(n)2}) - \rho v^2 & 0 \\
 (c_{12} + c_{44}) l_z^{(n)} & 0 & c_{44} + c_{11} l_z^{(n)2} - \rho v^2
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 \alpha_x^{(n)} \\
 \alpha_y^{(n)} \\
 \alpha_z^{(n)}
 \end{pmatrix}
 = 0,$$

kde $\alpha_x^{(n)}$, $\alpha_y^{(n)}$ a $\alpha_z^{(n)}$ jsou složky polarizace n -té parciální vlny.

- Determinant soustavy se rozdělí na

$$c_{44} (1 + l_z^{(n)2}) - \rho v^2 = 0$$

a

$$(c_{11} + c_{44} l_z^{(n)2} - \rho v^2)(c_{44} + c_{11} l_z^{(n)2} - \rho v^2) - (c_{12} + c_{44})^2 l_z^{(n)2} = 0.$$

★ SH-módy

- * Dva kořeny $l_z^{(n)}$ ($n = 5, 6$)

$$l_z^{(n)2} = (\rho v^2 / c_{44}) - 1$$

- * Parciální vlny

$$SH \begin{cases} l_z^{(5)} = [(\rho v^2 / c_{44}) - 1]^{\frac{1}{2}} & \alpha^{(5)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ l_z^{(6)} = -l_z^{(5)} & \alpha^{(6)} = \alpha^{(5)} \end{cases}$$

kde $v = \omega/k$, jsou horizontálně polarizované.

- * Okrajové podmínky $\Rightarrow l_z^{(5)} = N\pi/2kd$ pro $N = 0, 1, 2, \dots$
- * Jedná se o čistě SH-módy stejně jako v izotropním případě.

★ Symetrické a antisymetrické módy

- * Čtyři kořeny $l_z^{(n)}$ ($n = 1, 2, 3, 4$)

$$l_z^{(n)2} = \frac{-B \pm [B^2 - A]^{\frac{1}{2}}}{2c_{11}c_{44}},$$

kde

$$A = 4c_{11}c_{44}(c_{11} - \rho v^2)(c_{44} - \rho v^2),$$

$$B = (c_{11} - \rho v^2)c_{11} + (c_{44} - \rho v^2)c_{44} - (c_{12} + c_{44})^2$$

- * Parciální vlny typu P a SV.

Znaménko plus \Rightarrow kvazipříčné vlny ($n = 1, 2$)

Znaménko mínus \Rightarrow kvazipodélné vlny ($n = 3, 4$)

$$SV \left\{ \begin{array}{l} l_z^{(1)} = \left[\frac{-B + (B^2 - A)^{\frac{1}{2}}}{2c_{11}c_{44}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha^{(1)} = \begin{pmatrix} \alpha_x^{(1)} \\ \alpha_y^{(1)} \\ \alpha_z^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(c_{12} + c_{44})l_z^{(1)} \\ 0 \\ c_{11} + c_{44}l_z^{(1)2} - \rho v^2 \end{pmatrix} \\ l_z^{(2)} = -l_z^{(1)}, \quad \alpha^{(2)} = \begin{pmatrix} -\alpha_x^{(1)} \\ 0 \\ \alpha_z^{(1)} \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

$$P \left\{ \begin{array}{l} l_z^{(3)} = \left[\frac{-B - (B^2 - A)^{\frac{1}{2}}}{2c_{11}c_{44}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha^{(3)} = \begin{pmatrix} \alpha_x^{(3)} \\ \alpha_y^{(3)} \\ \alpha_z^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(c_{12} + c_{44})l_z^{(3)} \\ 0 \\ c_{11} + c_{44}l_z^{(3)2} - \rho v^2 \end{pmatrix} \\ l_z^{(4)} = -l_z^{(3)}, \quad \alpha^{(4)} = \begin{pmatrix} -\alpha_x^{(3)} \\ 0 \\ \alpha_z^{(3)} \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

- * Z okrajových podmínek plyne

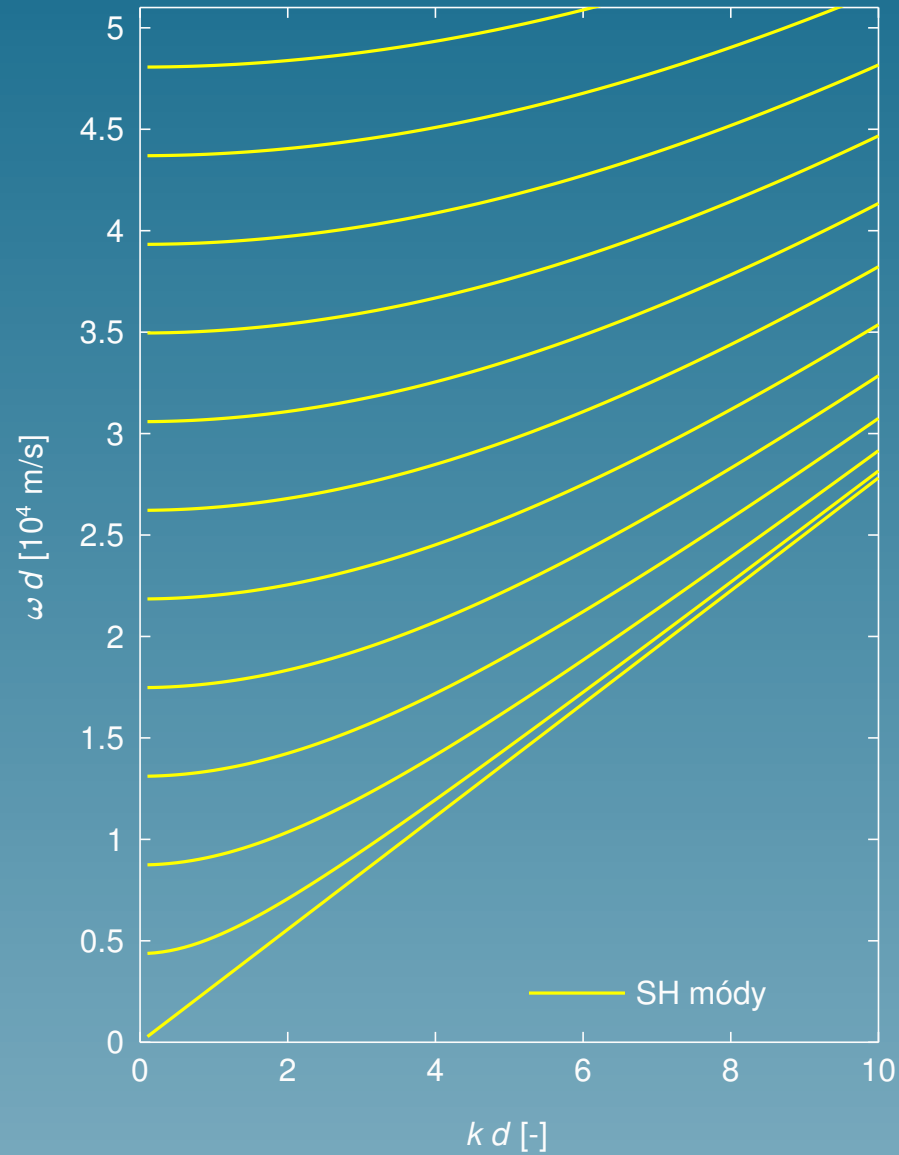
$$\frac{\tan \left(l_z^{(1)} kd \right)}{\tan \left(l_z^{(3)} kd \right)} = \frac{\left(c_{12} \alpha_x^{(1)} + c_{11} \alpha_z^{(1)} l_z^{(1)} \right) \left(\alpha_x^{(3)} l_z^{(3)} + \alpha_z^{(3)} \right)}{\left(c_{12} \alpha_x^{(3)} + c_{11} \alpha_z^{(3)} l_z^{(3)} \right) \left(\alpha_x^{(1)} l_z^{(1)} + \alpha_z^{(1)} \right)}$$

nebo

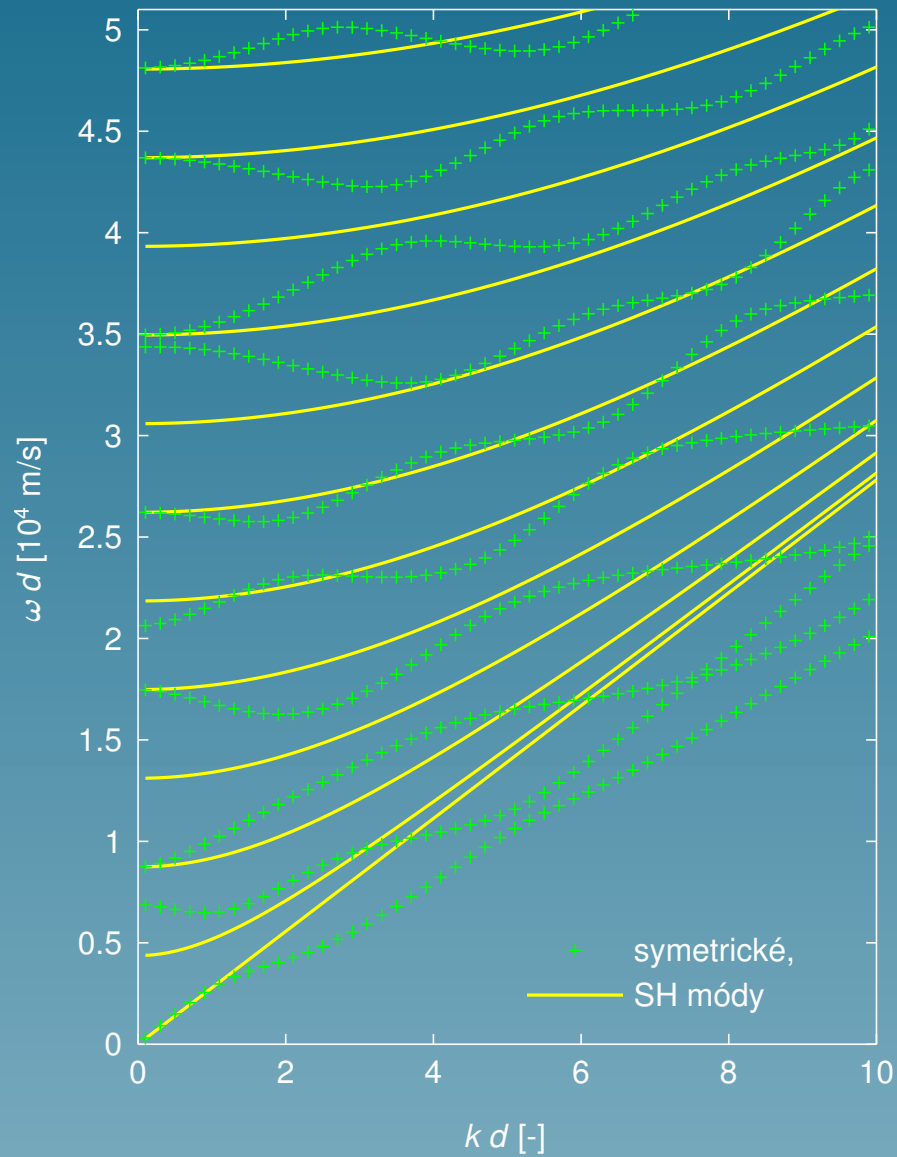
$$\frac{\tan \left(l_z^{(1)} kd \right)}{\tan \left(l_z^{(3)} kd \right)} = \frac{\left(c_{12} \alpha_x^{(3)} + c_{11} \alpha_z^{(3)} l_z^{(3)} \right) \left(\alpha_x^{(1)} l_z^{(1)} + \alpha_z^{(1)} \right)}{\left(c_{12} \alpha_x^{(1)} + c_{11} \alpha_z^{(1)} l_z^{(1)} \right) \left(\alpha_x^{(3)} l_z^{(3)} + \alpha_z^{(3)} \right)}$$

- * Tyto rovnice představují disperzní závislosti pro symetrické resp. antisymetrické módy.

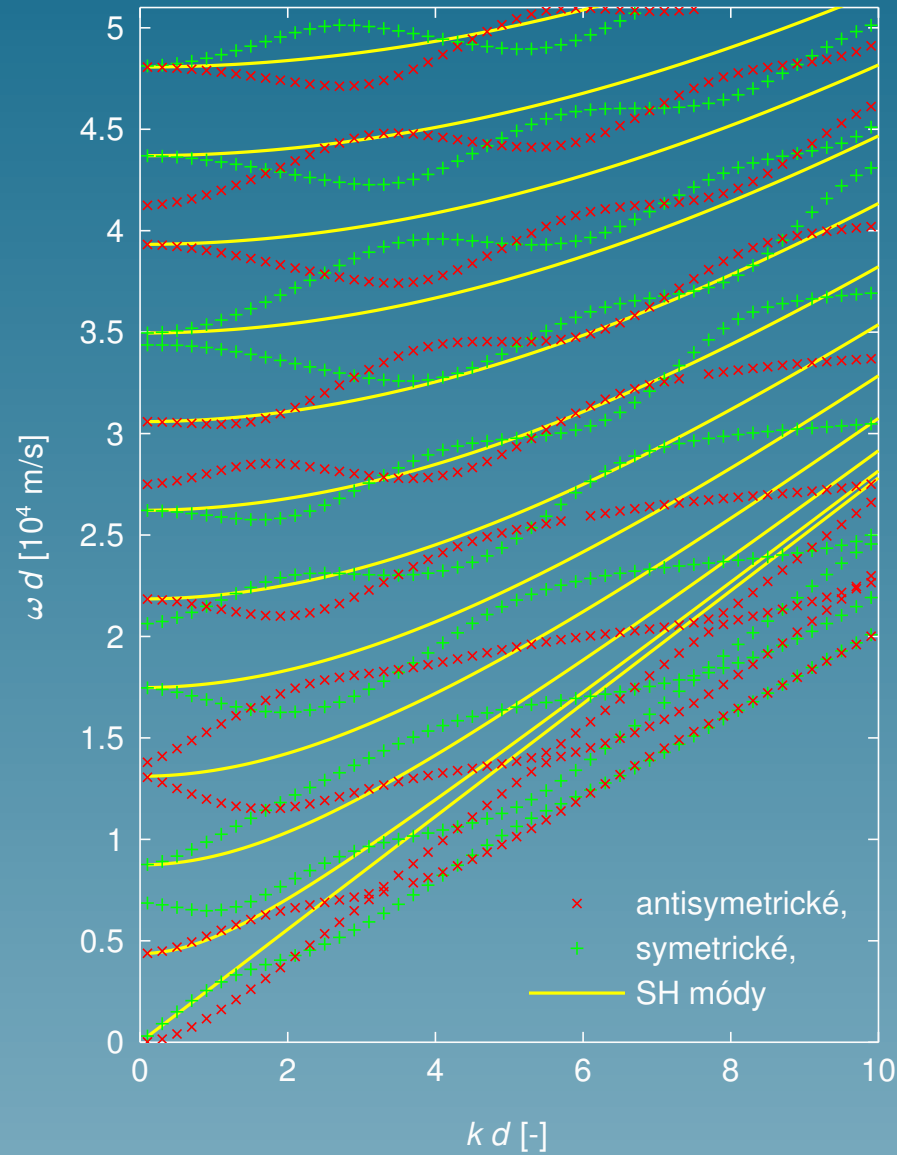
Disperzní křivky pro kubickou desku



Disperzní křivky pro kubickou desku



Disperzní křivky pro kubickou desku



Mindlinovy křivky pro kubickou desku

- Z Mindlinových okrajových podmínek

$$T_{xz} = 0, \quad u_z = 0 \quad \text{resp.} \quad T_{zz} = 0, \quad u_x = 0$$

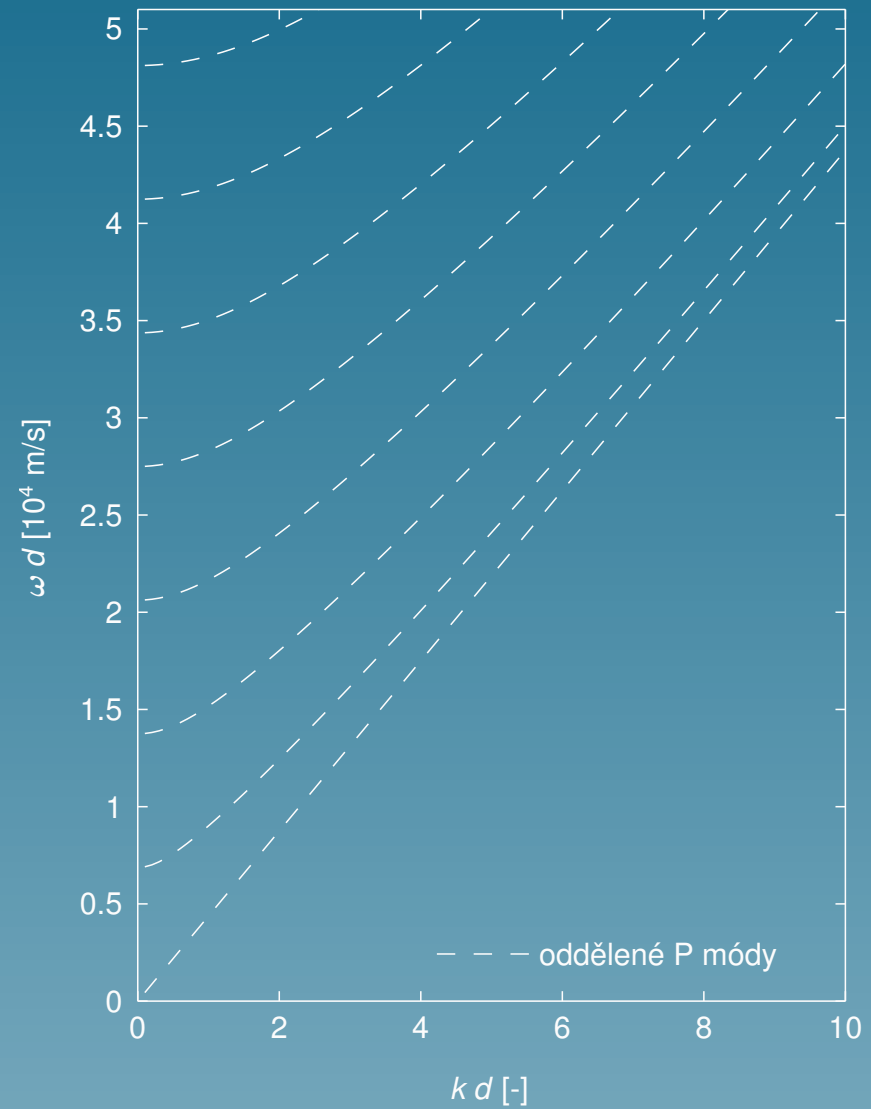
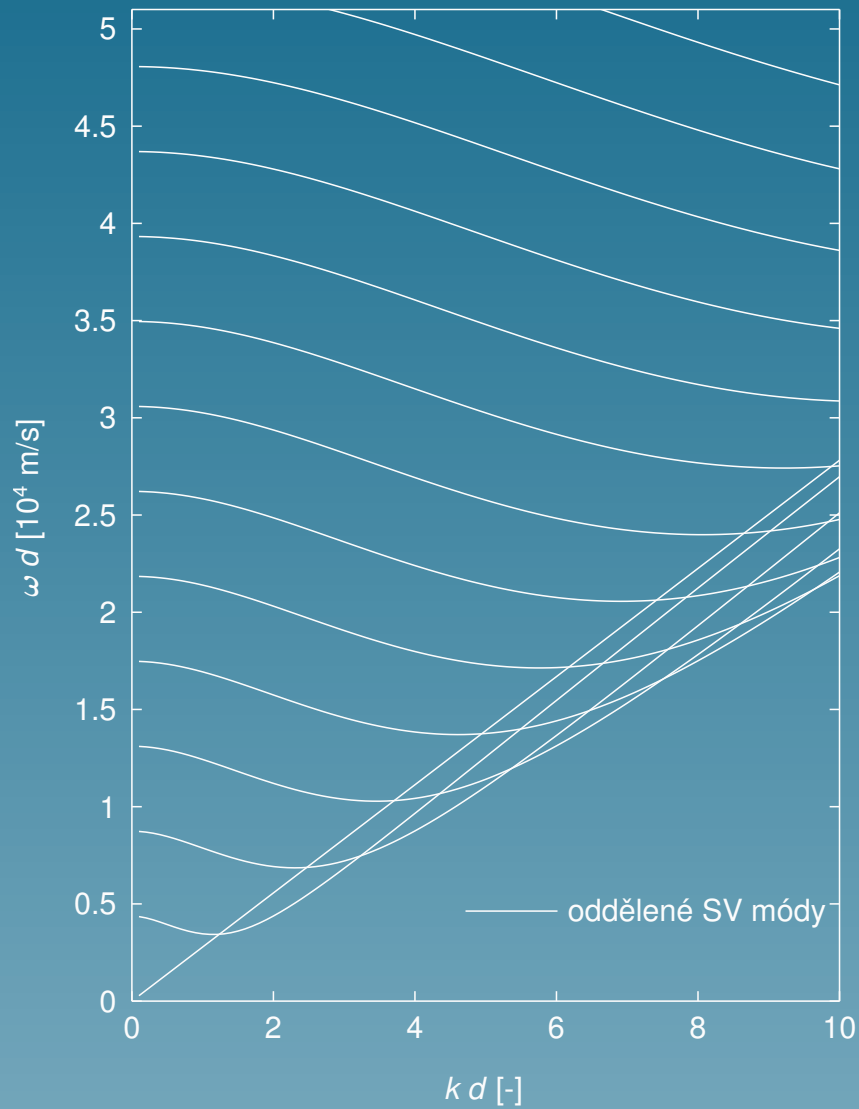
plyne

$$\sin \left(l_z^{(1)} kd \right) \cos \left(l_z^{(1)} kd \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin \left(2l_z^{(1)} kd \right) = 0$$

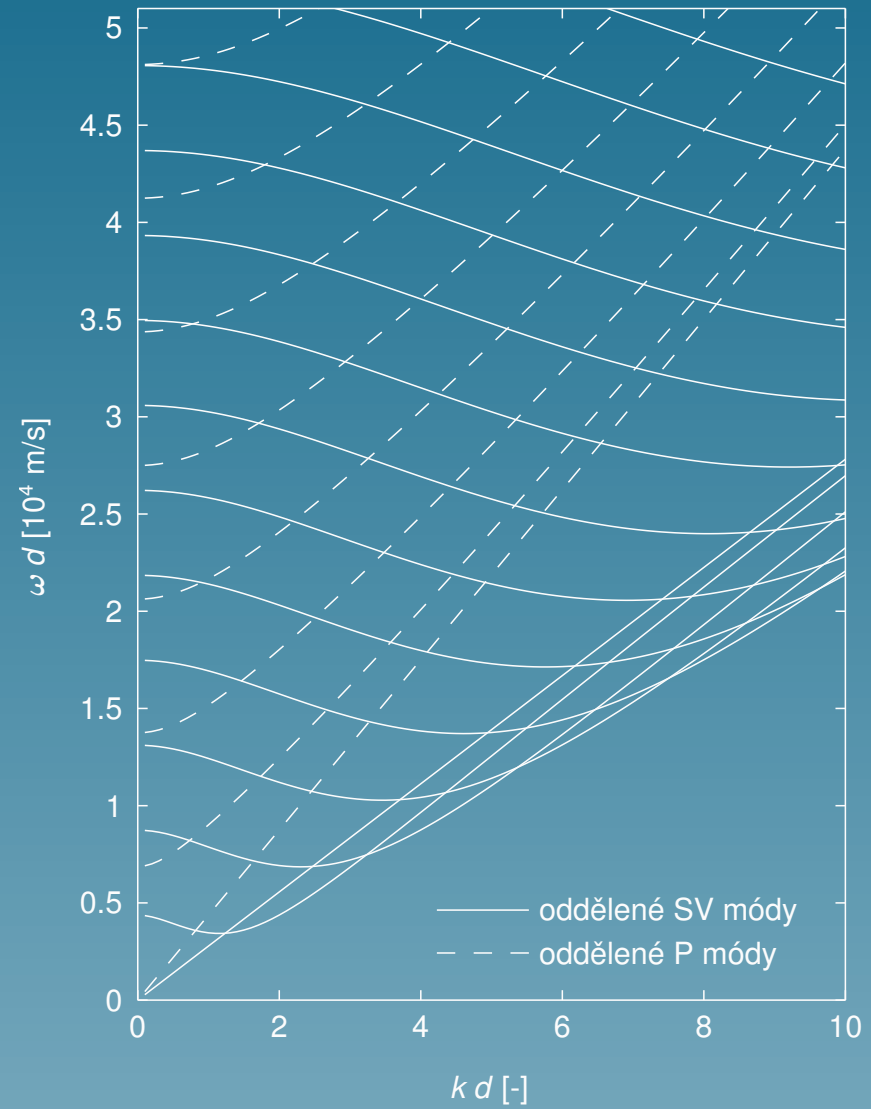
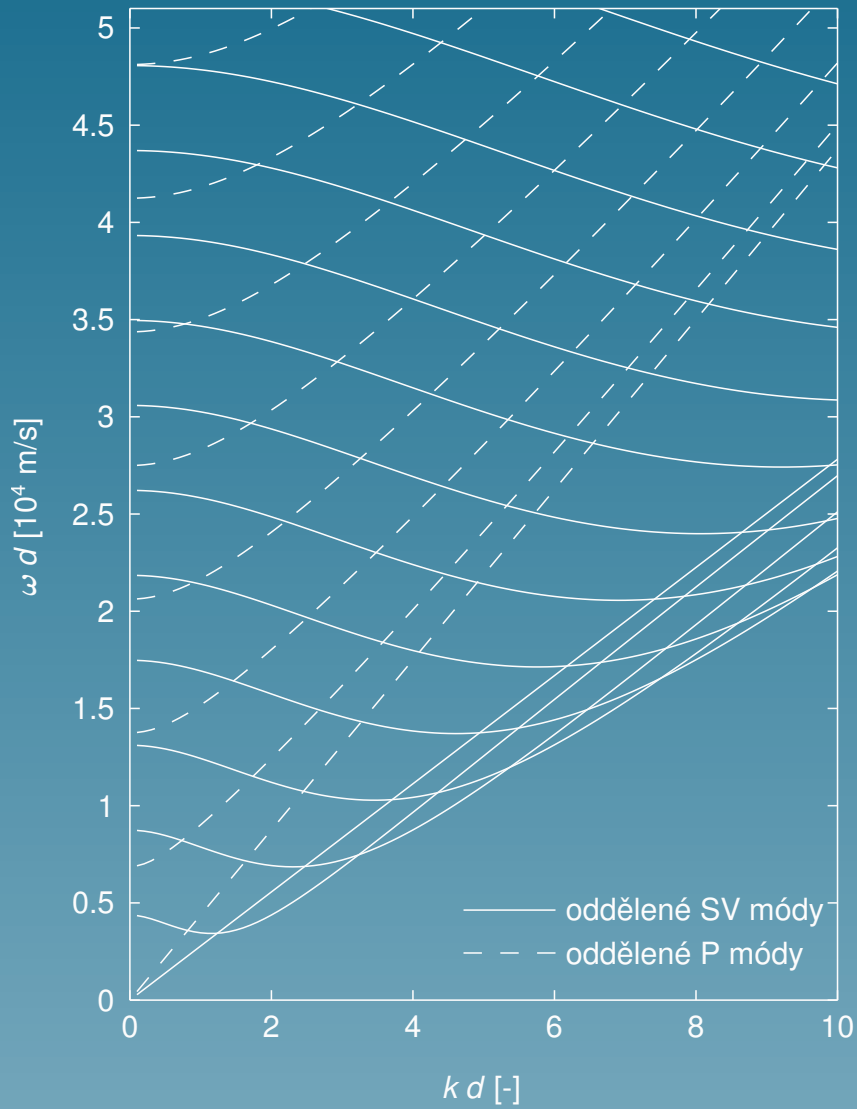
nebo

$$\sin \left(l_z^{(3)} kd \right) \cos \left(l_z^{(3)} kd \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin \left(2l_z^{(3)} kd \right) = 0.$$

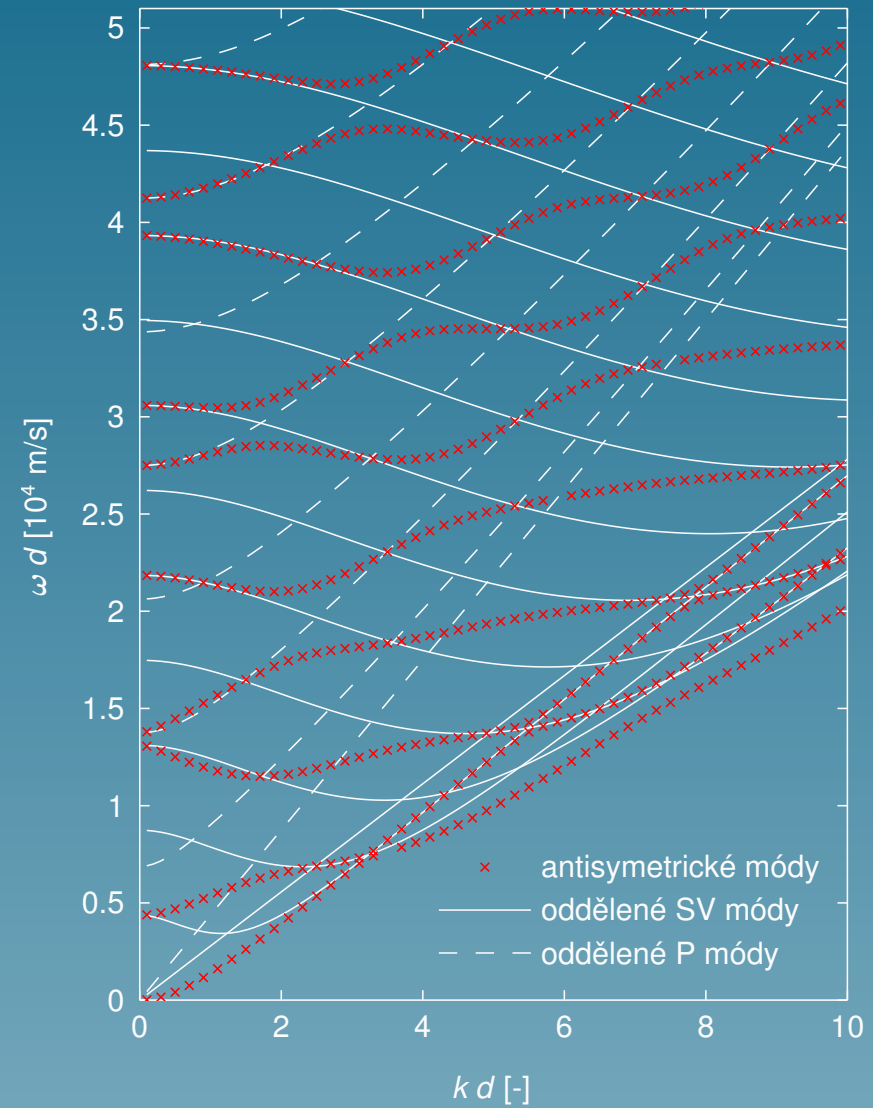
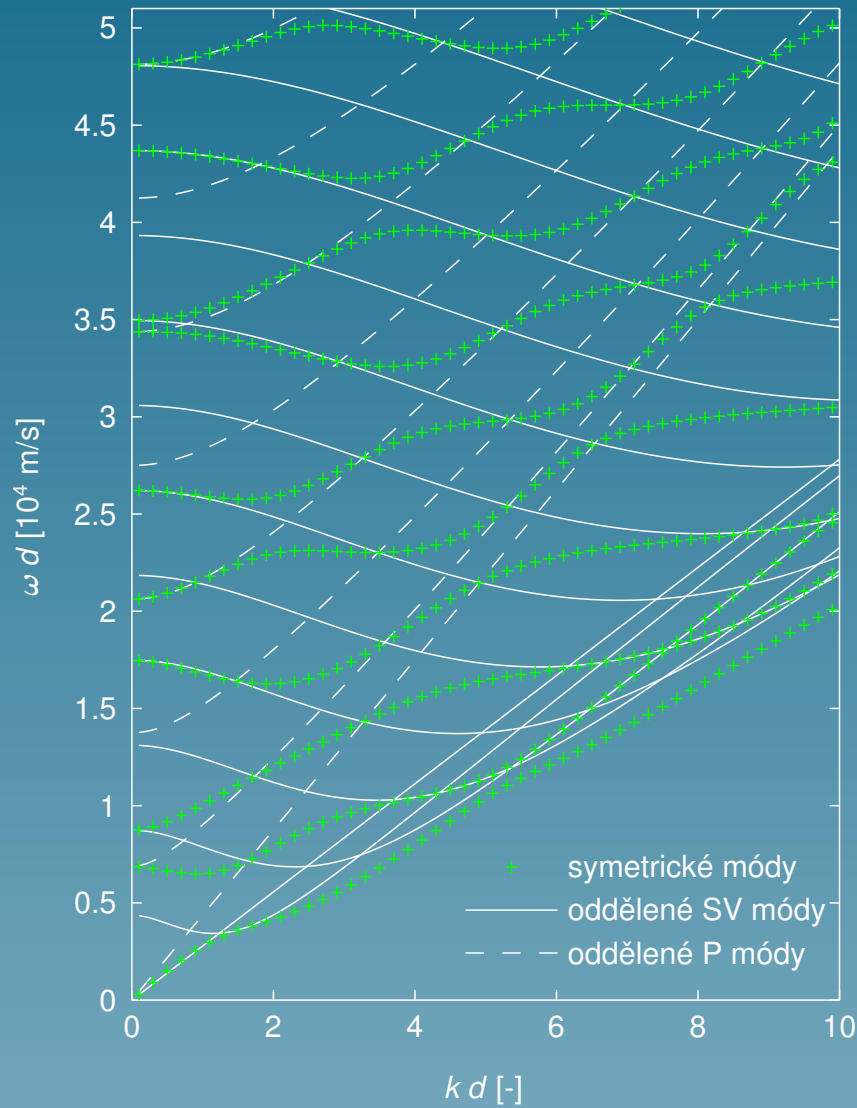
Mindlinovy a disperzní křivky pro kubickou desku



Mindlinovy a disperzní křivky pro kubickou desku



Mindlinovy a disperzní křivky pro kubickou desku



Pravidla

Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.

Pravidla

Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.
- ✓ V limitě, kdy $kd \rightarrow \infty$, se symetrické módy blíží SV módům pro N liché.

Pravidla

Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.
- ✓ V limitě, kdy $kd \rightarrow \infty$, se symetrické módy blíží SV módům pro N liché.
- ✓ Antisymetrické a symetrické disperzní křivky se protínají:

Pravidla

Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.
- ✓ V limitě, kdy $kd \rightarrow \infty$, se symetrické módy blíží SV módům pro N liché.
- ✓ Antisymetrické a symetrické disperzní křivky se protínají:
 - * v průsečících dvou SV módů, pro které jsou indexy módů N oba sudé nebo oba liché,

Pravidla

Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.
- ✓ V limitě, kdy $kd \rightarrow \infty$, se symetrické módy blíží SV módům pro N liché.
- ✓ Antisymetrické a symetrické disperzní křivky se protínají:
 - * v průsečících dvou SV módů, pro které jsou indexy módů N oba sudé nebo oba liché,
 - * v místech, kde se protínají P a SV módy, pokud jsou oba indexy M a N sudé nebo liché. Výjimka: antisymetrické módy neprocházejí průsečíky přímky $M = 0$ se sudými indexy N módů SV.

Pravidla

Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.
- ✓ V limitě, kdy $kd \rightarrow \infty$, se symetrické módy blíží SV módům pro N liché.
- ✓ Antisymetrické a symetrické disperzní křivky se protínají:
 - * v průsečících dvou SV módů, pro které jsou indexy módů N oba sudé nebo oba liché,
 - * v místech, kde se protínají P a SV módy, pokud jsou oba indexy M a N sudé nebo liché. Výjimka: antisymetrické módy neprocházejí průsečíky přímky $M = 0$ se sudými indexy N módů SV.
- ✓ Dva módy se shodnou symetrií se oddělují:

Pravidla

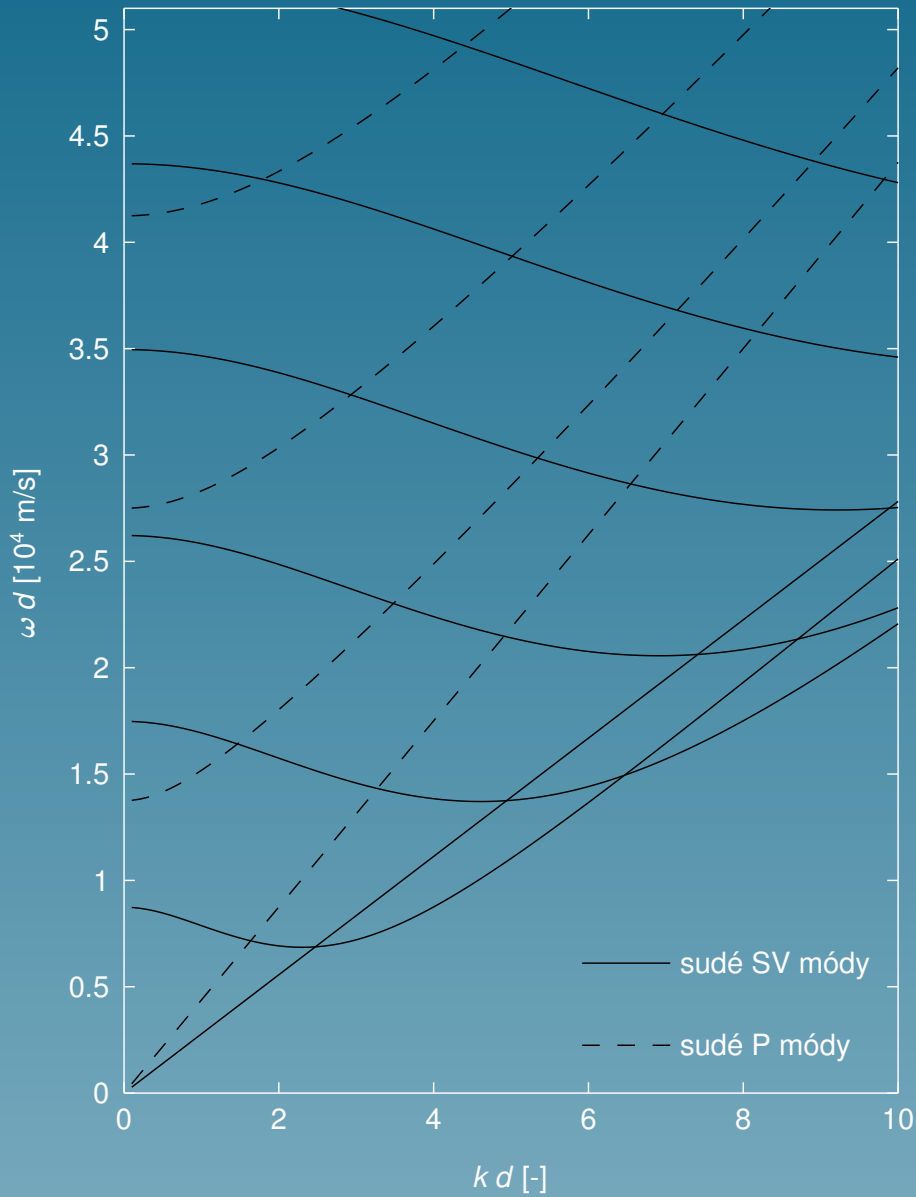
Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

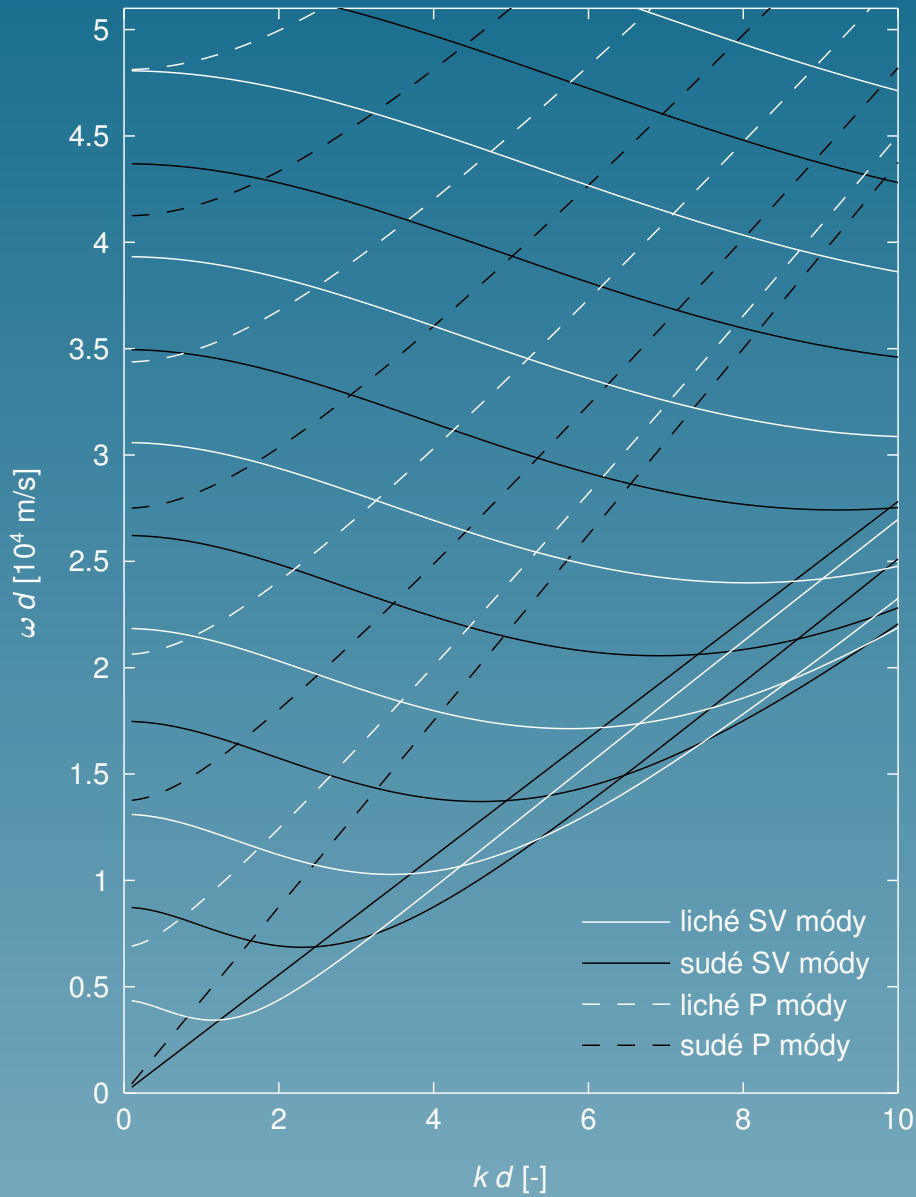
- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.
- ✓ V limitě, kdy $kd \rightarrow \infty$, se symetrické módy blíží SV módům pro N liché.
- ✓ Antisymetrické a symetrické disperzní křivky se protínají:
 - * v průsečících dvou SV módů, pro které jsou indexy módů N oba sudé nebo oba liché,
 - * v místech, kde se protínají P a SV módy, pokud jsou oba indexy M a N sudé nebo liché. Výjimka: antisymetrické módy neprocházejí průsečíky přímky $M = 0$ se sudými indexy N módů SV.
- ✓ Dva módy se shodnou symetrií se oddělují:
 - * v průsečíku dvou SV módů, jejichž indexy N jsou jeden sudý a druhý lichý,

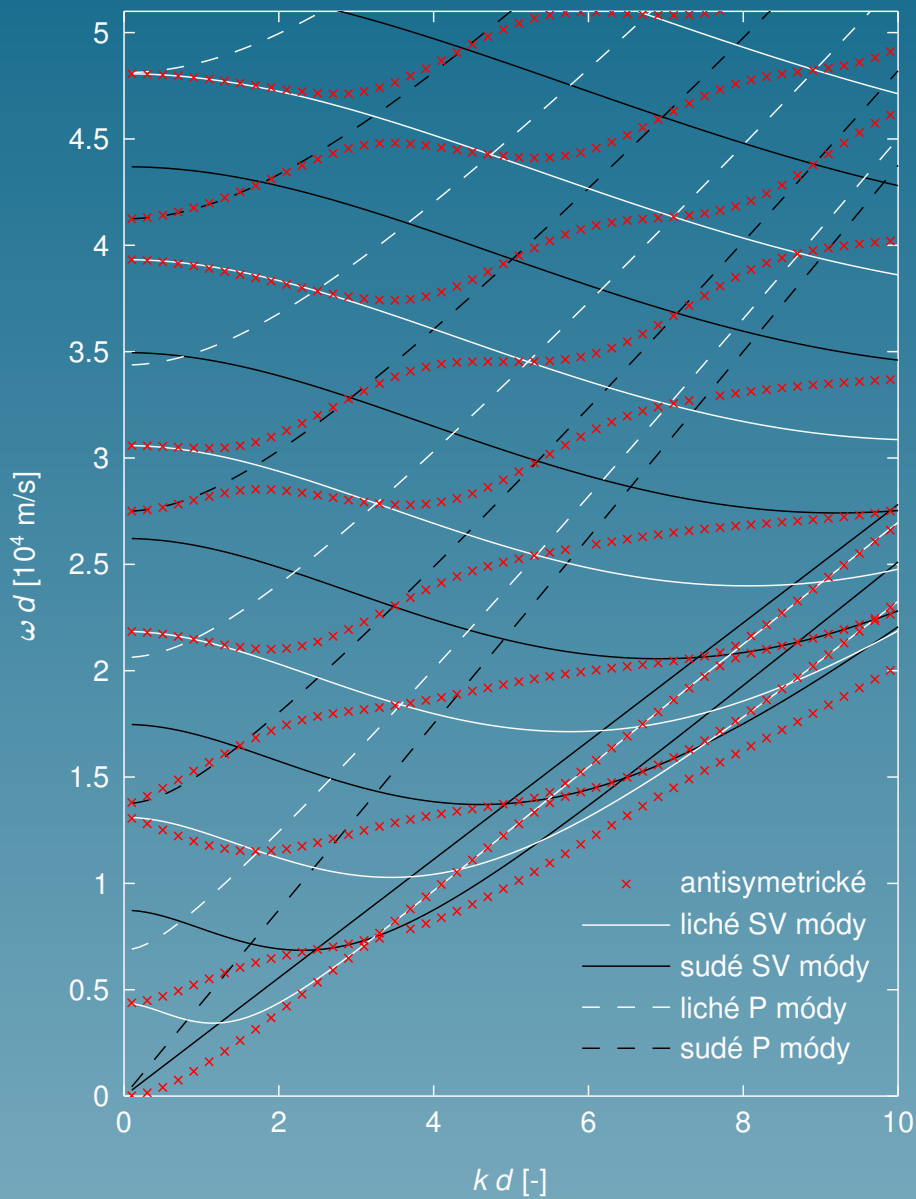
Pravidla

Jestliže si jednotlivé křivky pro SV módy označíme indexy $N = 0, 1, 2, \dots$ a křivky pro P módy $M = 0, 1, 2, \dots$, pak:

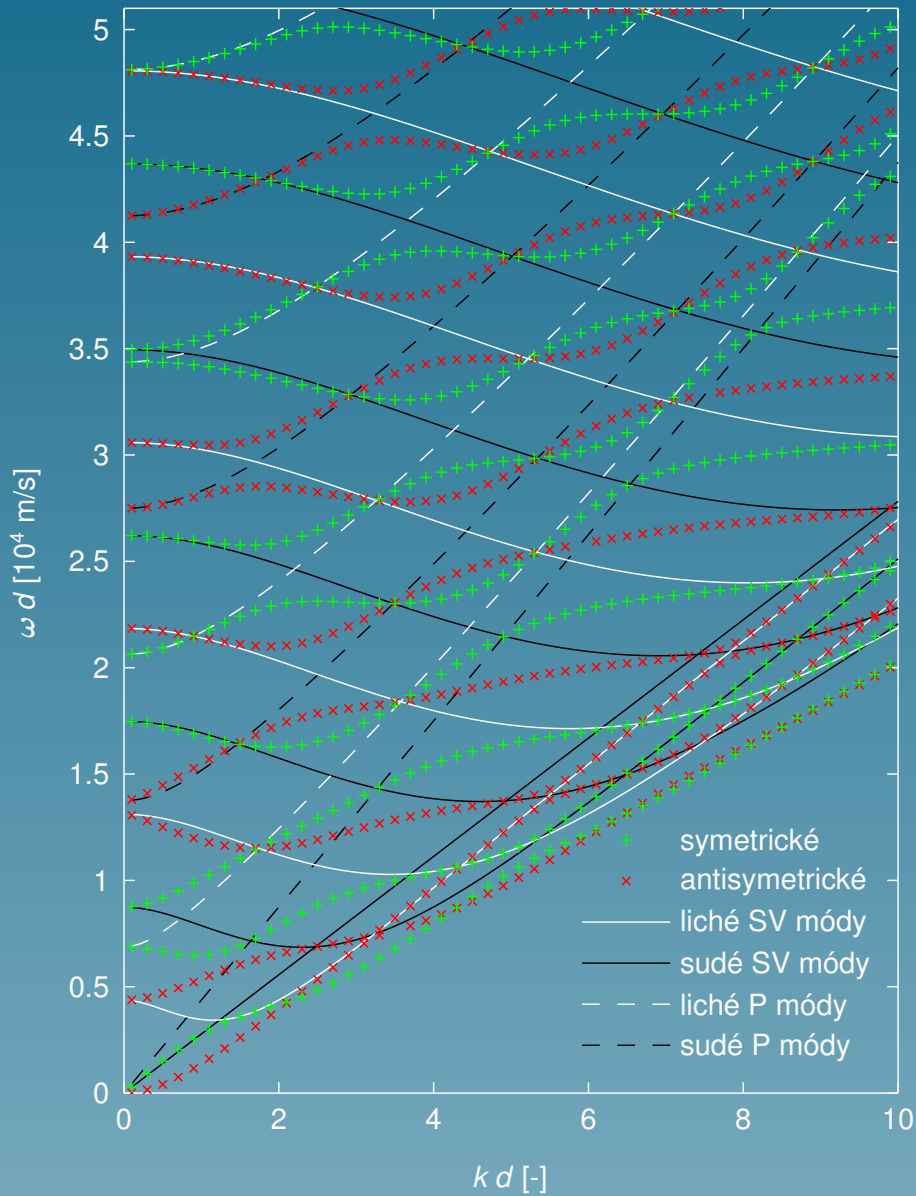
- ✓ Antisymetrické módy začínají pro $kd = 0$ stejně jako SV křivky, kde je N liché, a jako P křivky, kde M je sudé.
- ✓ V limitě, kdy $kd \rightarrow \infty$, se symetrické módy blíží SV módům pro N liché.
- ✓ Antisymetrické a symetrické disperzní křivky se protínají:
 - * v průsečících dvou SV módů, pro které jsou indexy módů N oba sudé nebo oba liché,
 - * v místech, kde se protínají P a SV módy, pokud jsou oba indexy M a N sudé nebo liché. Výjimka: antisymetrické módy neprocházejí průsečíky přímky $M = 0$ se sudými indexy N módů SV.
- ✓ Dva módy se shodnou symetrií se oddělují:
 - * v průsečíku dvou SV módů, jejichž indexy N jsou jeden sudý a druhý lichý,
 - * v průsečíku SV a P módů, jejichž indexy N a M nejsou oba sudé nebo oba liché.





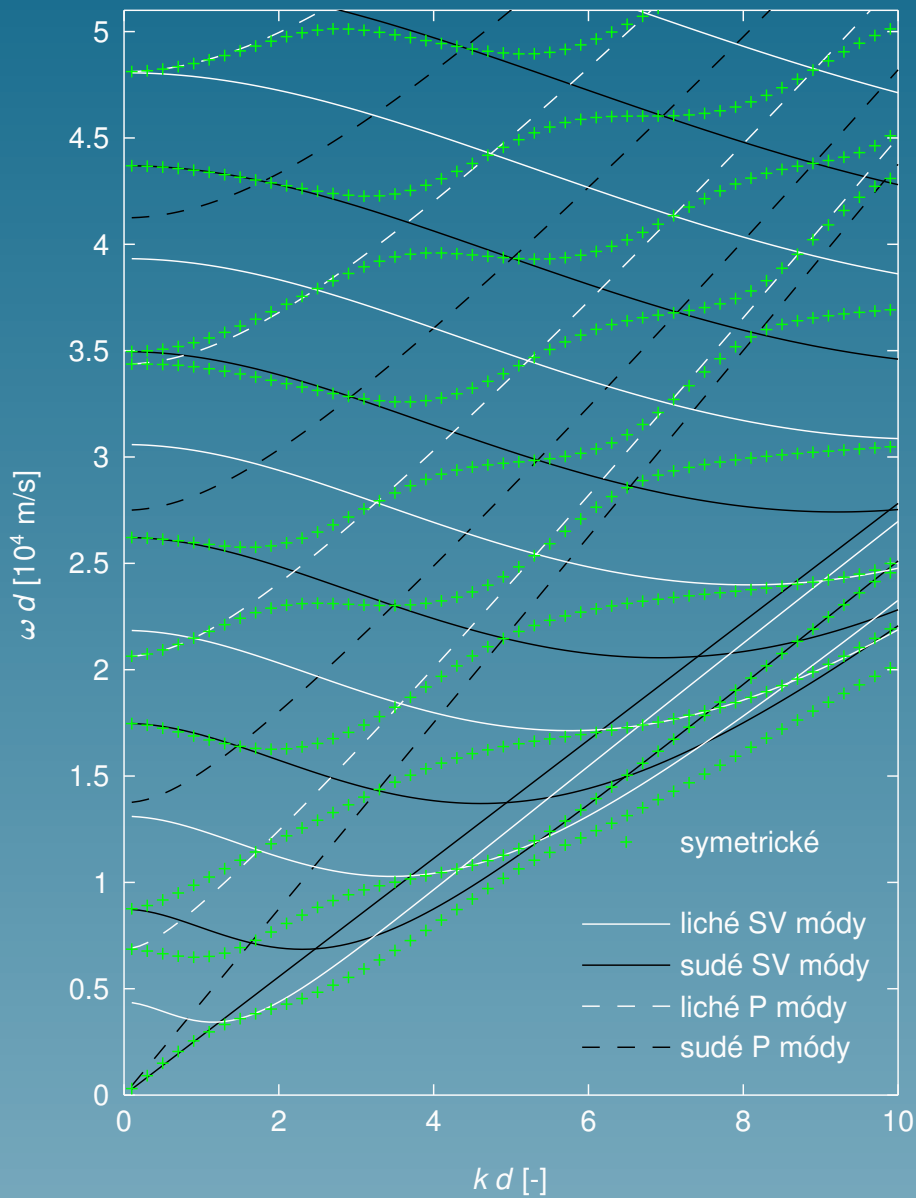


- ✓ Začátky antisymetrických módů:
jako liché SV (—) a sudé P (- -) módy



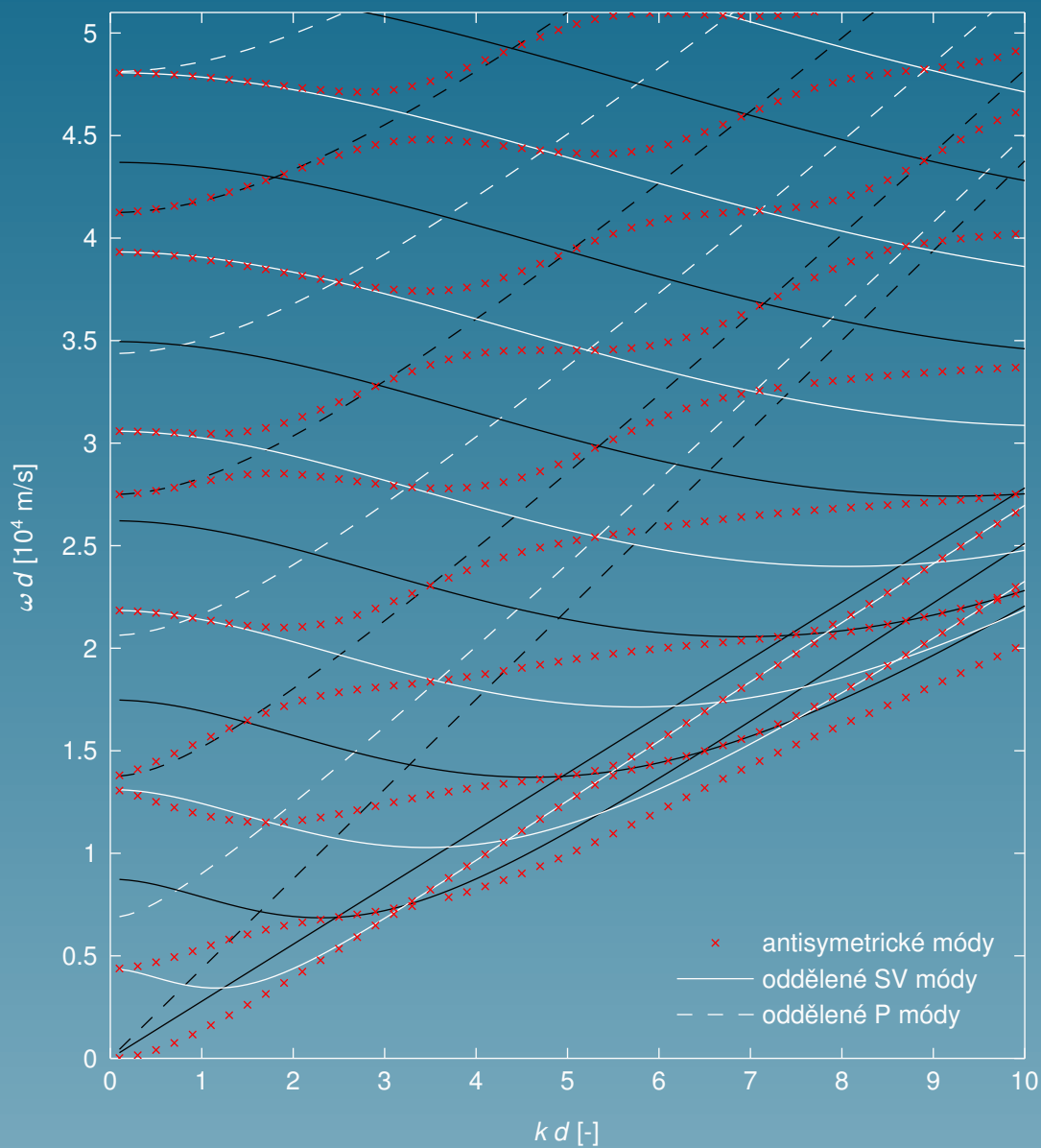
✓ Křížení módů:
v místech, kde se kříží dva sudé nebo dva liché oddělené módy.

Výjimka:
antisymetrické módy neprocházejí průsečíky přímky $M = 0$ se sudými SV módy.

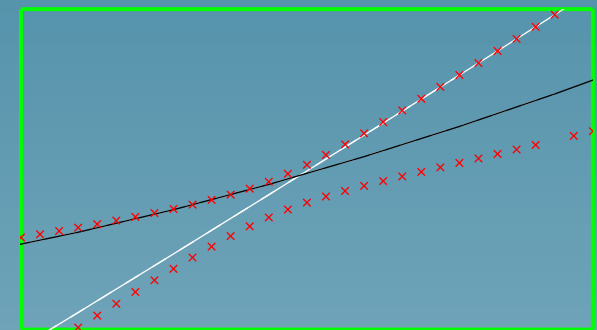
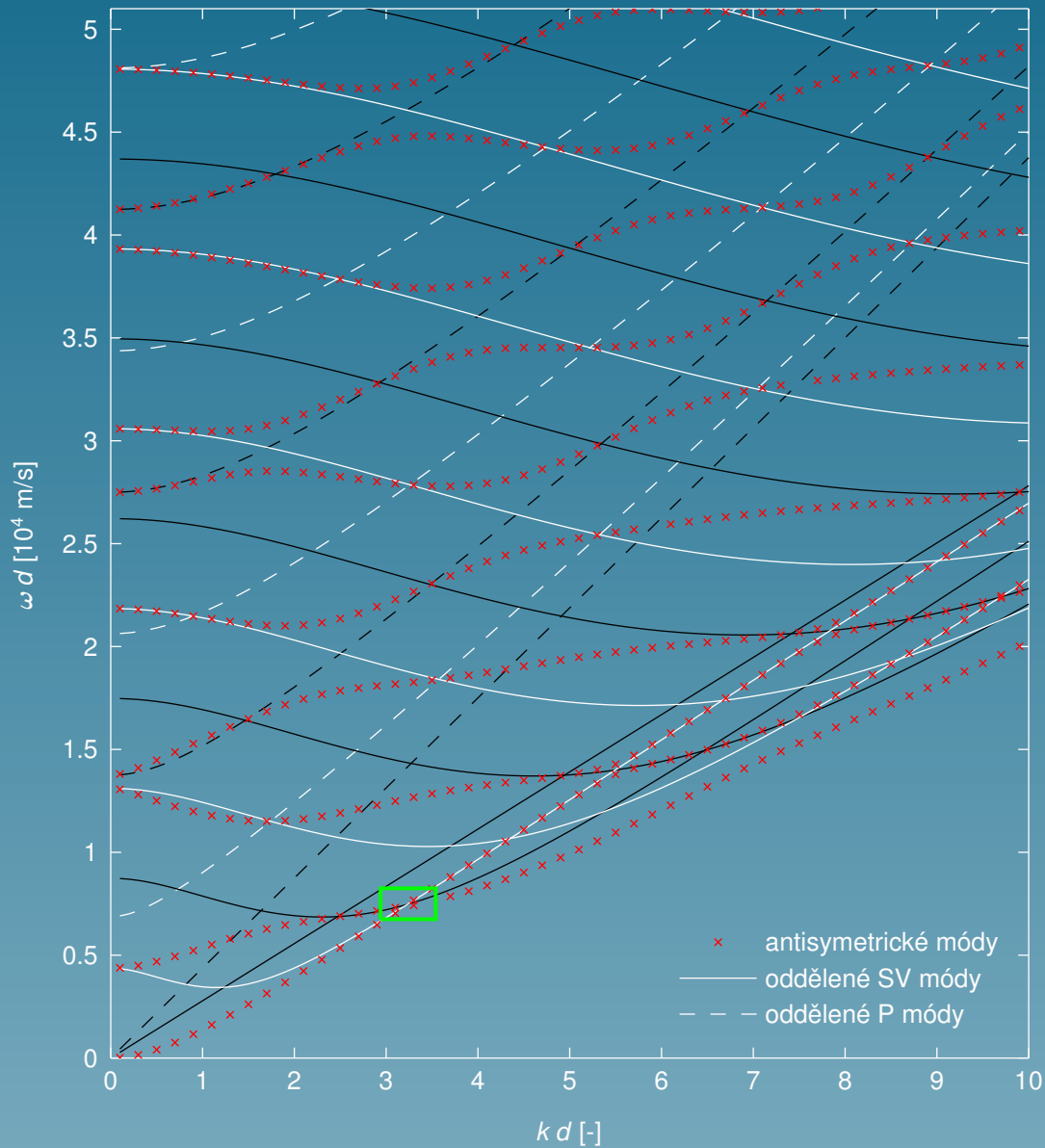


- ✓ Oddělování symetrických módů: v místech, kde se kříží jeden lichý a druhý sudý oddělený mód.

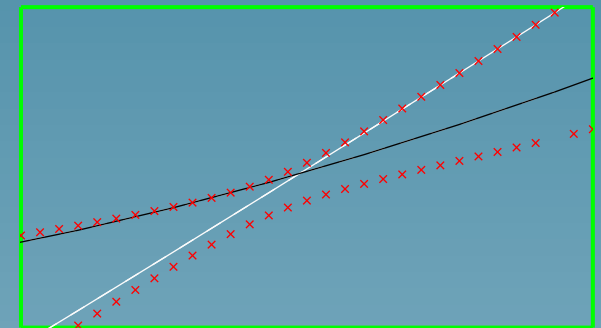
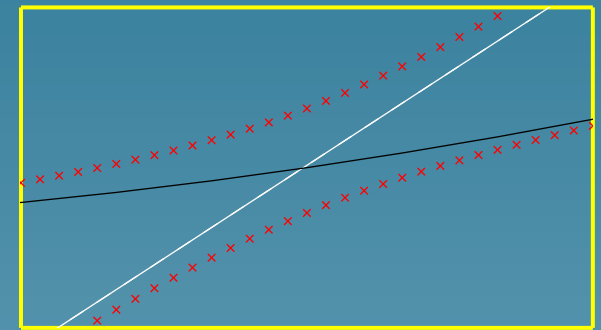
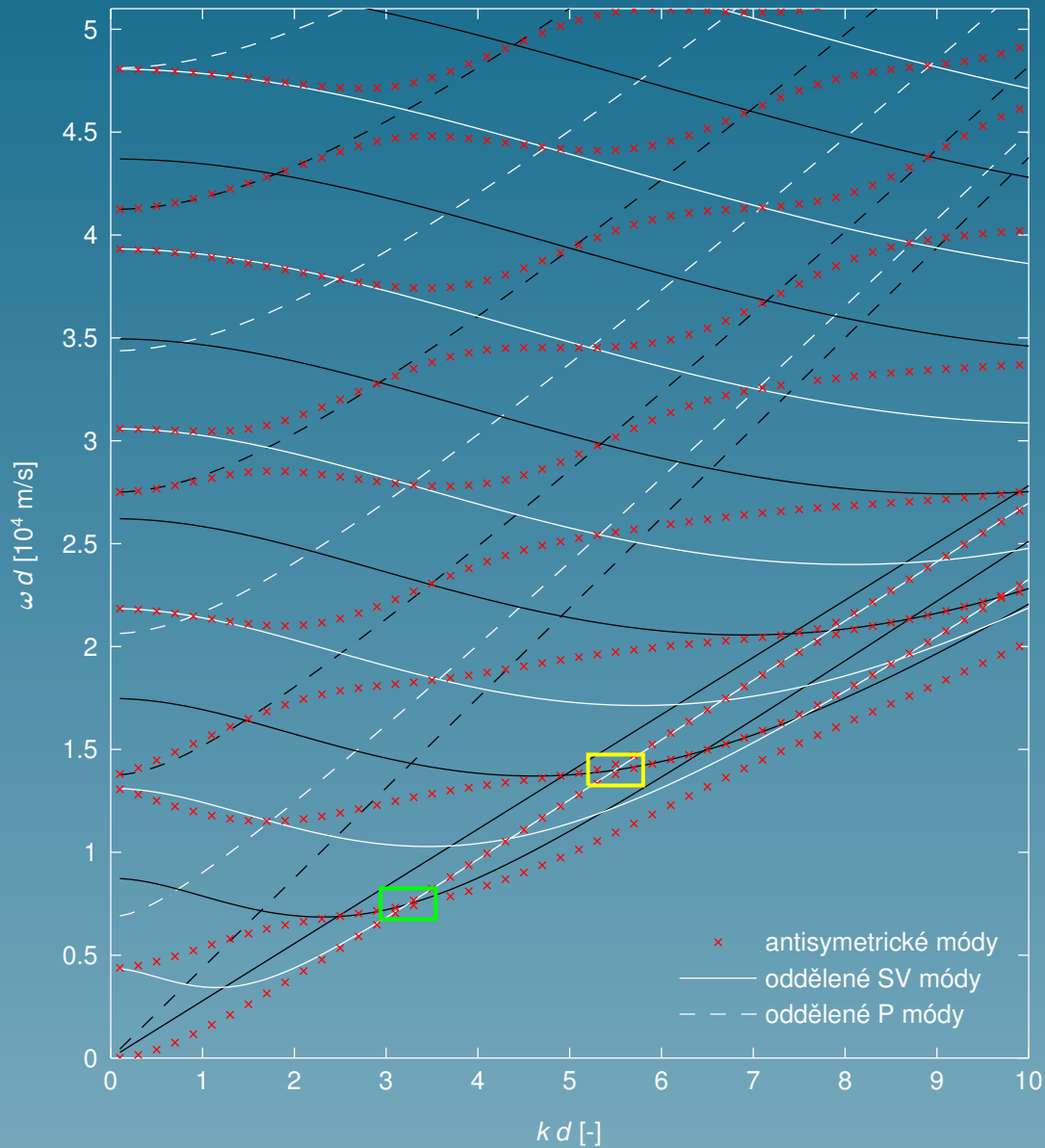
Oddělování křivek antisymetrických módů



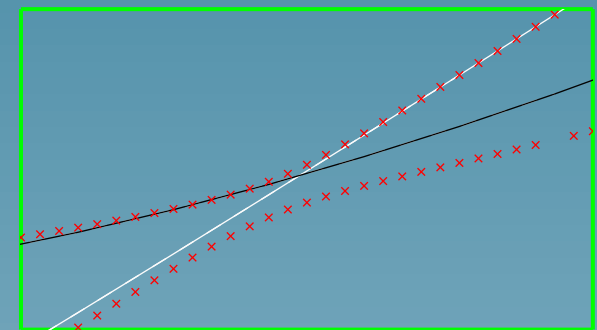
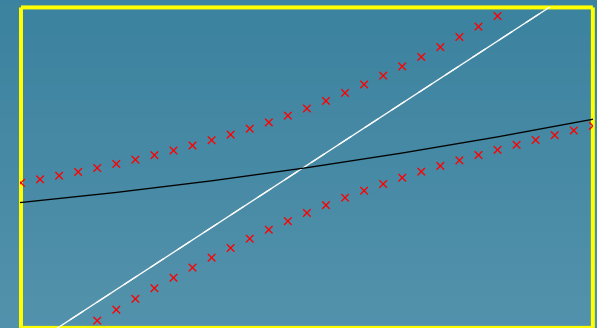
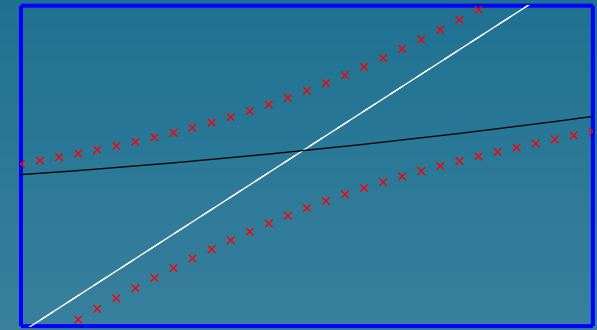
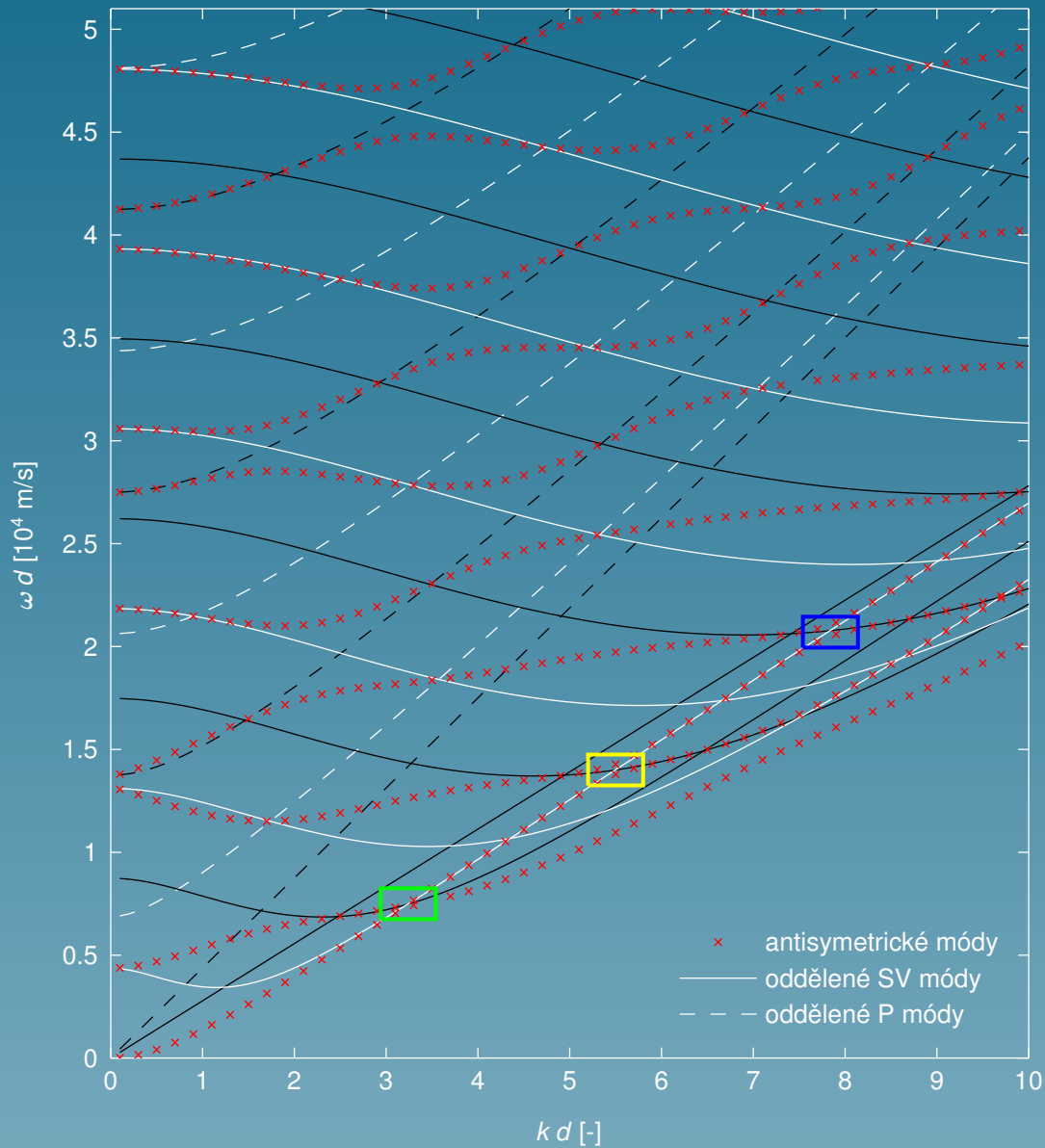
Oddělování křivek antisymetrických módů



Oddělování křivek antisymetrických módů



Oddělování křivek antisymetrických módů



Materiálové konstanty pro Cu použité ve výpočtech

| | |
|-----------------------------|------|
| c_{11} [GPa] | 171 |
| c_{12} [GPa] | 122 |
| c_{44} [GPa] | 69,1 |
| ρ [kg/m ³] | 8930 |

Závěr

- Obecný princip získání disperzních vztahů pro nekonečnou tlustou anizotropní desku s volnými okrajovými podmínkami.
- Odvození **analytických** vztahů disperzních závislostí pro desku s kubickou anizotropií, orientací (001) a směrem šíření (100).
- Při odvození analytických disperzních vztahů byl použit symbolický toolbox Matlabu.
- Vyčíslení disperzních závislostí pro měděnou desku s výše uvedenou orientací a směrem šíření.
- K odvození disperzních závislostí bylo použito metody parciálních vln.
- Získané disperzní křivky byly porovnány s výsledky Mindlinovy teorie oddělených módů.

Závěr

- Obecný princip získání disperzních vztahů pro nekonečnou tlustou anizotropní desku s volnými okrajovými podmínkami.
- Odvození **analytických** vztahů disperzních závislostí pro desku s kubickou anizotropií, orientací (001) a směrem šíření (100).
- Při odvození analytických disperzních vztahů byl použit symbolický toolbox Matlabu.
- Vyčíslení disperzních závislostí pro měděnou desku s výše uvedenou orientací a směrem šíření.
- K odvození disperzních závislostí bylo použito metody parciálních vln.
- Získané disperzní křivky byly porovnány s výsledky Mindlinovy teorie oddělených módů.
- Inverzní algoritmus pro stanovení elastických konstant
- Výpočet jednotlivých složek posuvů a napětí

OBSAH

Úvod

Metoda parciálních vln

Parciální vlny v izotropní desce

Parciální vlny - odvození

Izotropní deska

Disperzní křivky izotropní desky pro Poissonovo číslo 0,31

Mindlinova metoda oddělených módů

Mindlinovy a disperzní křivky izotropní desky

Deska s kubickou anizotropií

Disperzní křivky pro kubickou desku

Mindlinovy křivky pro kubickou desku

Mindlinovy a disperzní křivky pro kubickou desku

Pravidla (limity, křížení a oddělování křivek)

Materiálové konstanty pro Cu použité ve výpočtech

Závěr