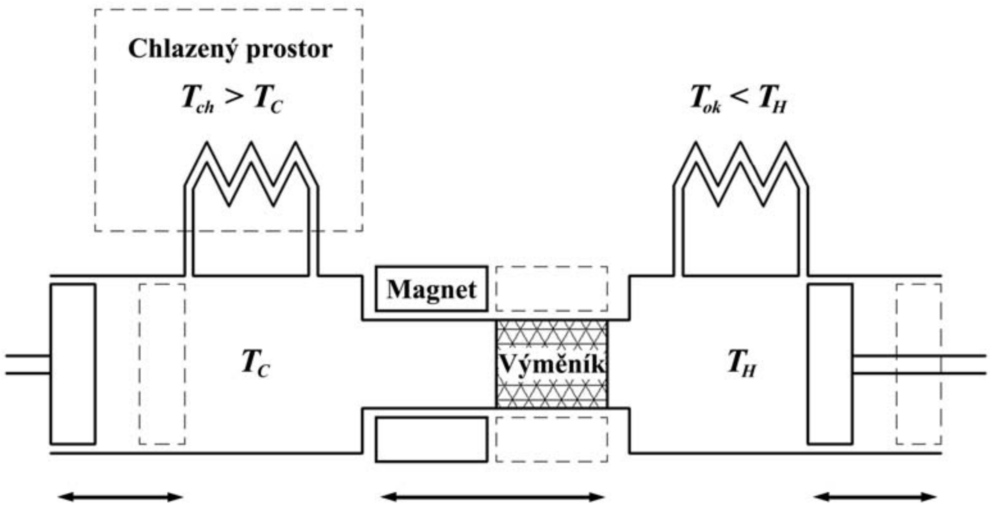
ODHAD OPTIMÁLNÍ VELIKOSTI ZRN VÝPLNĚ REGENERAČNÍHO VÝMĚNÍKU S OHLEDEM NA HYDRAULICKÉ ZTRÁTY A PŘESTUP TEPLA

The Estimation of the Optimal Size of Elements in Regenerator with Respect to Hydraulic Losses and Heat Transfer

Jan Slanec
Ústav mechaniky tekutin a energetiky, Fakulta strojní, ČVUT v Praze

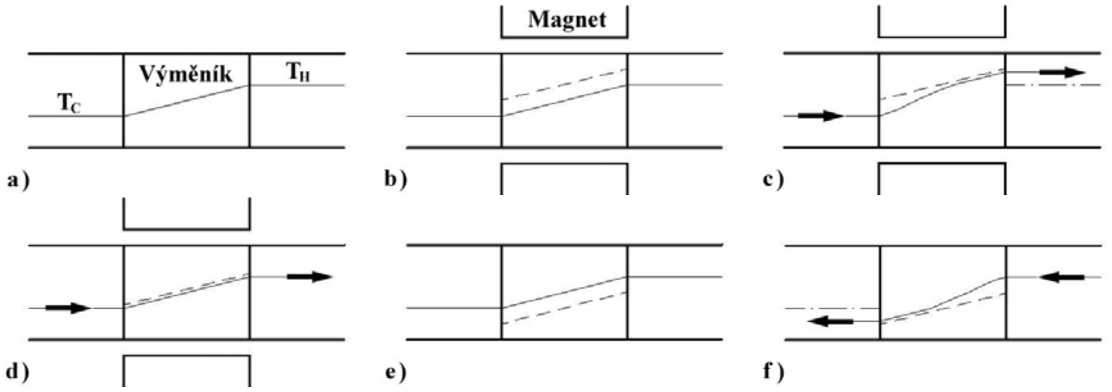
Chlazení s využitím magnetokalorického jevu

Existují materiály, které změní svoji teplotu, pokud jsou vystaveny silnému magnetickému poli. Tento jev se ukazuje být poměrně zajímavý pro oblast chlazení.[1] Součástí chladicího zařízení využívajícího zmíněný magnetokalorický jev je regenerační výměník vyrobený z materiálu vykazujícího výše popsanou vlastnost. Pomocí magnetického pole jsou vyvolávány změny teploty výměníku. To umožňuje střídavé odebírání a dodávání tepla teplonosné látce protékající tímto výměníkem. Při správné synchronizaci pohybu teplonosné látky a teplotních změn ve výměníku je zajištěn transport tepla požadovaným směrem. Možné uspořádání takového chladícího zařízení je na ***Obr.1***. Průběh pracovního cyklu chladicího zařízení je patrný ze sekvence obrázků ***Obr. 2a-f***.



Obr. 1: Schéma uspořádání uvažovaného chladicího zařízení

Na obrázcích ***Obr. 2a-f*** je schématicky znázorněn již pouze zmiňovaný regenerační výměník, jehož výplň tvoří materiál vykazující magnetokalorický jev. Na ***Obr. 2a*** je naznačeno rozložení teploty ve výměníku. Teplota teplonosné látky na „teplé straně“ stroje je T_H a na „studené straně“ T_C. Když se speciální materiál uvnitř výměníku vystaví silnému magnetickému poli (***Obr. 2b***), vzroste jeho teplota (Tato změna teploty je na obrázku naznačena čárkovanou čarou.). Za působení magnetického pole je výměníkem protlačována teplonosná látka ze studené strany do teplé (***Obr. 2c***). Výměník předává teplo proudící látce, která se díky tomu ohřívá. Teplonosná látka vytékající z výměníku má vyšší teplotu než je T_H, a je tedy schopna získané teplo předat dál. Tento transport tepla je teoreticky možný do chvíle, kdy se výměník natolik ochladí, že jej teplonosná látka opouští při teplotě T_H (***Obr. 2d***).



Obr. 2: Schéma pracovního cyklu chladicího zařízení

V tuto chvíli se zastaví pohyb teplonosné látky a magnetické pole přestane působit na výměník. Po odstranění magnetického pole se teplota materiálu ve výměníku naopak sníží (***Obr. 2e***). Nyní je teplonosná látka protlačována z teplé strany do studené (***Obr. 2f***), ochlazuje se na teplotu nižší než je T_C a přijímá na studené straně stroje teplo, které v následujícím cyklu předá výměníku.

Zjednodušený model výměníku a pracovního cyklu

Uvažovaným regeneračním výměníkem je kanál konstantního průřezu $A_0\,[m^2]$, ve kterém je porézní vrstva o tloušťce $L\,[m]$. Tato porézní vrstva je tvořena kuličkami speciálního materiálu o průměru $d\,[m]$. Vrstva je monodisperzní a lze ji dále charakterizovat mezerovitostí (pórozitou) $\varepsilon\,[\,-\,]$, což je poměr objemu mezer (pórů) v této vrstvě vůči celkovému objemu vrstvy. Z pohledu sdílení tepla je důležitou charakteristikou poměr teplosměnné plochy uvnitř vrstvy ku jejímu objemu. Tento měrný povrch $a_s\,[m^2.m^{-3}]$ lze pro monodisperzní vrstvu o mezerovitosti ε tvořené částicemi ve tvaru kuliček o průměru d vyjádřit takto:

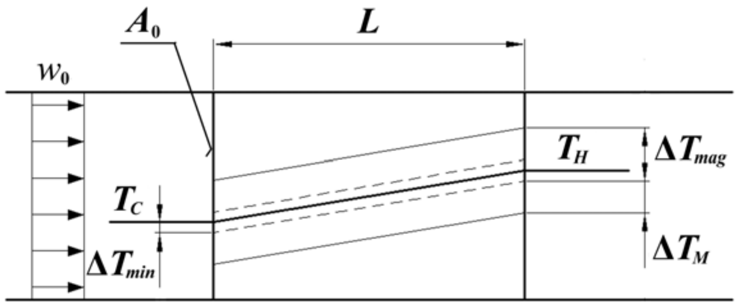
$$a_s = n \cdot \frac{A_{částice}}{A_0 \cdot L} = \frac{(1-\varepsilon)\cdot A_0 \cdot L}{V_{částice}} \cdot \frac{A_{částice}}{A_0 \cdot L} = \frac{(1-\varepsilon)\cdot A_{částice}}{V_{částice}} = \frac{(1-\varepsilon)\cdot \pi \cdot d^2}{\frac{1}{6}\pi \cdot d^3} = \frac{6\cdot(1-\varepsilon)}{d}\,. \quad (1)$$

Výměníkem protéká teplonosná látka. Proudění této teplonosné látky porézní vrstvou je možné charakterizovat objemovým tokem nebo rychlostí $w_0\,[m.s^{-1}]$ ve volném kanále o stejném průřezu A_0. Střední rychlost uvnitř této porézní vrstvy je pak možné určit jako:

$$w_m = \frac{w_0}{\varepsilon}\,. \quad (2)$$

Na obrázku ***Obr. 3*** jsou vyznačeny mezní stavy rozložení teploty porézní vrstvy (matrice) ve výměníku během pracovního cyklu. Je zde patrné zjednodušení řešeného problému v podobě lineárních průběhů teplot. Dalším uvažovaným zjednodušením je konstantní změna teploty $\Delta T_{mag}[K]$ při „magnetizaci" a „demagnetizaci" v celém rozsahu teplot. $\Delta T_{min}[K]$ představuje rozdíl mezi teplotami matrice a teplonosné látky na konci jednotlivých fází pracovního cyklu, tedy před „magnetizací" či „demagnetizací" a následnou změnou směru proudění. Změna teploty matrice výměníku v důsledku sdílení tepla s protékajícím médiem během jedné fáze pracovního cyklu (při proudění jedním směrem) je:

$$\Delta T_M = \Delta T_{mag} - 2 \cdot \Delta T_{min} . \tag{3}$$



Obr. 3: Schéma výměníku s průběhy teplot během pracovního cyklu

Odhad rychlosti w_0

V následujícím výpočtu rychlosti proudění se předpokládá, že je tato rychlost konstantní. Není tedy uvažováno urychlováni a zpomalování proudu při změnách směru proudění. Nejsou zde ani uvažovány časové prodlevy na magnetizaci a demagnetizaci.

Aby se během každé poloviny pracovního cyklu změnila teplota matrice výměníku o ΔT_M, musí se z ní odvést (nebo do ní dodat) potřebné teplo. Matrici výměníku tvoří materiál s měrnou tepelnou kapacitou c_M a hustotou ρ_M. Odvedené (nebo přivedené) teplo tedy je:

$$Q_M = c_M \cdot m_M \cdot \Delta T_M = c_M \cdot A_0 \cdot L \cdot (1-\varepsilon) \cdot \rho_M \cdot \Delta T_M . \tag{4}$$

Teplo Q_M je odvedeno (přivedeno) protékající teplonosnou látkou. Touto látkou bude například plyn o měrné tepelné kapacitě c_{pg} a hustotě ρ_g, který se při průchodu výměníkem ohřeje (ochladí) o ΔT_g. Z této úvahy je možné určit, jaké množství teplonosné látky je k odvedení (přivedení) tohoto tepla zapotřebí. Hmotnost potřebného množství teplonosné látky je:

$$m_g = \frac{Q_M}{c_{pg} \cdot \Delta T_g}. \tag{5}$$

Teplotní rozdíl, o který se změní teplota teplonosné látky, se za výše uvedených podmínek mění v intervalu $\langle (T_H - T_C) + \Delta T_{mag} - \Delta T_{min} \div (T_H - T_C) \rangle$ (viz ***Obr. 3***). Výraz ΔT_g pak představuje střední hodnotu tohoto intervalu, tedy:

$$\Delta T_g = \frac{2 \cdot (T_H - T_C) + \Delta T_{mag} - \Delta T_{min}}{2} = K_1 \cdot (T_H - T_C), \tag{6}$$

kde

$$K_1 = 1 + \frac{\Delta T_{mag} - \Delta T_{min}}{2 \cdot (T_H - T_C)}. \tag{7}$$

Pro určení rychlosti w_0 je ještě zapotřebí znát frekvenci pracovních cyklů. Tato frekvence se určí z předpokládané tepelného výkonu $\dot{Q}$, který má výměník přenášet:

$$f = \frac{\dot{Q}}{Q_M}. \tag{8}$$

Protože během pracovního cyklu proteče teplonosná látka výměníkem dvakrát, je její hmotnostní tok:

$$\dot{m}_g = 2 \cdot f \cdot m_g. \tag{9}$$

Z hmotnostního toku se určí hledaná rychlost:

$$w_0 = \frac{\dot{m}_g}{A_0 \cdot \rho_g}. \tag{10}$$

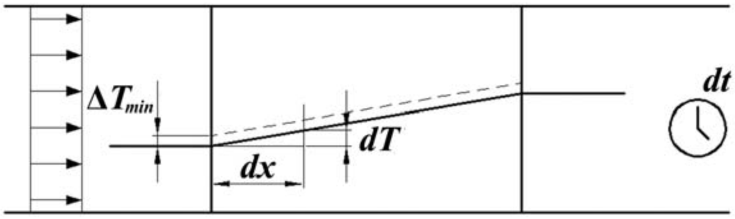
Po úpravě pomocí vztahů (4), (5), (6) a (9):

$$w_0 = 2 \cdot f \cdot (1 - \varepsilon) \cdot L \cdot \frac{c_M \cdot \rho_M}{c_{pg} \cdot \rho_g} \cdot \frac{\Delta T_M}{K_1 \cdot (T_H - T_C)}. \tag{11}$$

.

Odhad vhodného průměru kuliček *d gadolinia ve výměníku*

Průměr kuliček ovlivňuje teplosměnnou plochu výměníku, proto se při jeho určování vyjde z přestupu tepla. Na ***Obr. 4*** je naznačen mezní stav, který by měl výměník umožnit dosáhnout. Teplonosná látka se ohřívá z teploty T_C na teplotu T_H. Její teplota kopíruje teplotu matrice, a přitom je udržován konstantní teplotní rozdíl ΔT_{min}.



Obr. 4: Limitní stav pro přestup tepla

Tepelný tok, který je potřebný pro ohřev $1kg$ protékající látky, lze vyjádřit následovně:

$$\dot{q} = c_{pg} \cdot \frac{dT}{dt} = c_{pg} \cdot \frac{dT}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}, \tag{12}$$

kde

$$dx = w_m \cdot dt = \frac{w_0}{\varepsilon} \cdot dt\,. \tag{13}$$

Při uvažovaném lineárním průběhu teploty lze dát do rovnosti:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{(T_H - T_C)}{L}. \tag{14}$$

Po dosazení vztahů (13) a (14) do (12):

$$\dot{q} = c_{pg} \cdot \frac{(T_H - T_C)}{L} \cdot \frac{w_0}{\varepsilon}\,. \tag{15}$$

Stejný tepelný tok musí být sdělen při přestupu tepla mezi matricí a teplonosnou látkou:

$$\dot{q} = \alpha \cdot \Delta T_{min} \cdot A_{tep}, \tag{16}$$

α je součinitel přestupu tepla a A_{tep} představuje teplosměnnou plochu v objemu výměníku vyplněném $1kg$ protékající látky:

$$A_{tep} = \frac{a_s}{\varepsilon \cdot \rho_g} = \frac{6 \cdot (1-\varepsilon)}{d \cdot \varepsilon \cdot \rho_g}. \tag{17}$$

Z rovnosti mezi (15) a (16) lze, po dosazení vztahů (11) a (17), určit minimální hodnotu součinitele přestupu tepla nutnou pro dosažení stavu naznačeného na ***Obr.4*** :

$$\alpha_{min} = \frac{1}{3 \cdot K_1} \cdot f \cdot c_M \cdot \rho_M \cdot \frac{\Delta T_M}{\Delta T_{min}} \cdot d = C_1 \cdot d\,, \tag{18}$$

kde

$$C_1 = \frac{1}{3 \cdot K_1} \cdot f \cdot c_M \cdot \rho_M \cdot \frac{\Delta T_M}{\Delta T_{min}}\,. \tag{19}$$

Skutečný součinitel přestupu tepla se určí z kriteriální rovnice pro přestup tepla v porézní vrstvě. Daným podmínkám vyhovuje například rovnice[2,3]:

$$\mathrm{Nu}_h = 0{,}23 \cdot \mathrm{Re}_h^{0{,}7} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}33}\,, \tag{20}$$

kde

$$\mathrm{Nu}_\mathrm{h} = \frac{\alpha \cdot d_h}{\lambda_g}\,, \qquad \mathrm{Re}_h = \frac{w_m \cdot d_h}{\nu_g}\,, \qquad \mathrm{Pr} = \frac{\nu_g \cdot \rho_g \cdot c_{pg}}{\lambda_g} \qquad (21), (22), (23)$$

a

$$d_h = \frac{4 \cdot \varepsilon}{a_s} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \cdot d\,. \tag{24}$$

Vztah (20) lze použít pro $\mathrm{Re}_h = 20 \div 5.10^4$. Daná podobnostní čísla je také možné vztáhnout k rychlosti w_0 a k průměru kuliček d :

$$\mathrm{Nu}_0 = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_g}\,, \qquad \mathrm{Re}_0 = \frac{w_0 \cdot d}{\nu_g}\,. \qquad (25), (26)$$

Kriteriální rovnice (20) přejde, po zavedení vztahů (24) – (26), na tvar:

$$\mathrm{Nu}_0 = 0{,}23 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{2}{3 \cdot (1-\varepsilon)} \right)^{0{,}7} \cdot \mathrm{Re}_0^{0{,}7} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}33}\,. \tag{27}$$

Pro větší přehlednost:

$$\mathrm{Nu}_0 = K(\varepsilon, \mathrm{Pr}) \cdot \mathrm{Re}_0^{0{,}7}\,, \tag{28}$$

kde

$$K(\varepsilon, \mathrm{Pr}) = 0{,}23 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{2}{3 \cdot (1-\varepsilon)} \right)^{0{,}7} \cdot \mathrm{Pr}^{0{,}33}\,. \tag{29}$$

Dosazením do vztahu (25) se vyjádří hledaný součinitel přestupu tepla:

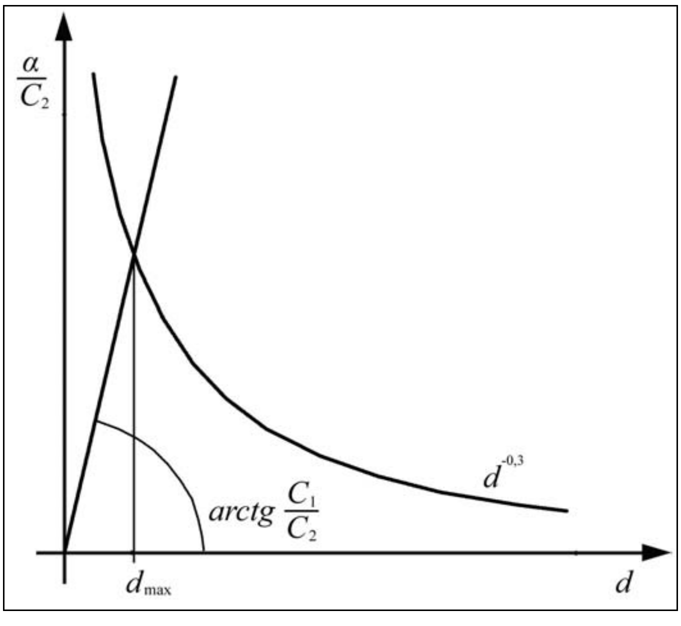
$$\alpha = \frac{K(\varepsilon,\mathrm{Pr})\cdot\lambda_g\cdot\mathrm{Re}_0^{0,7}}{d} = K(\varepsilon,\mathrm{Pr})\cdot\lambda_g\cdot\left(\frac{w_0}{\nu_g}\right)^{0,7}\cdot d^{-0,3} = C_2\cdot d^{-0,3} \tag{30}$$

kde

$$C_2 = K(\varepsilon,\mathrm{Pr})\cdot\lambda_g\cdot\left(\frac{w_0}{\nu_g}\right)^{0,7}. \tag{31}$$

V grafu ***Obr. 5*** jsou vyneseny závislosti (18) a (30). Jejich společný bod určuje maximální možnou velikost kuliček, při které je ještě zajištěn dostatečný přestup tepla mezi matricí a proudícím médiem:

$$d_{\max} = \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{1}{1,3}} = \left[\frac{3\cdot K_1\cdot K(\varepsilon,\mathrm{Pr})\cdot\lambda_g}{f\cdot c_M\cdot\rho_M}\cdot\frac{\Delta T_{min}}{\Delta T_M}\cdot\left(\frac{w_0}{\nu_g}\right)^{0,7}\right]^{\frac{1}{1,3}}. \tag{32}$$



Obr. 4: Srovnání rovnic (15) a (28)

Protože tlakové ztráty při průtoku výměníkem závisí „nepřímoúměrně“ na průměru kuliček, je maximální přípustný průměr také optimálním průměrem z pohledu hydraulických ztrát. Pro výpočet tlakové ztráty lze použít například rovnici[2,3]:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 d} \rho_g w_0^2 \left[150 \frac{1-\varepsilon}{\mathrm{Re}_0} + 4{,}2 \cdot \left(\frac{1-\varepsilon}{\mathrm{Re}_0} \right)^{\frac{1}{6}} \right] \tag{33}$$

Rovnice (33) je platná v rozsahu $\mathrm{Re}_0 = 0{,}5 \cdot (1-\varepsilon) \div 40000 \cdot (1-\varepsilon)$.

Závěr

Je zjevné, že vztah pro výpočet maximální přijatelné velikosti zrn porézní vrstvy ve výměníku (32), vzhledem k použitým zjednodušením při jeho odvození, nemůže dát přesnou odpověď v otázce skutečně optimálních parametrů výměníku pro požadovaný pracovní režim. Poskytuje však kvalitativní představu o vlivu jednotlivých parametrů zúčastněných v daném problému a jejich vzájemných vazbách. Pro získání i kvantitativně korektního výsledku bude dále nezbytné hledat korekce, které by zohledňovaly reálné parametry, jako jsou například skutečné průběhy teplot a rychlosti nebo teplotní závislost magnetokalorického jevu.

Poděkování:

Tato práce vznikla za podpory grantového projektu GA ČR 101/05/2537.

Literatura:

[1] Jílek, M., Ota, J. 2003. *Magnetokalorický jev a jeho aplikace*, Colloquium Fluid Dynamics 2003, Proceedings, Ústav termomechaniky AVČR, Praha 22.-24.10.2003, p. 43-46, ISBN 80-85918-83-8

[2] Hlavačka, V., Valchář, J., Viktorin, Z. 1980. *Tepelně technické pochody v systémech plyn-tuhé částice*. Praha : SNTL, 1980. 256 s.

[3] Viktorin, Z. 1978. *Výpočetní podklady hydrodynamických a termodynamických vlastností nehybné profukované vrstvy*. Praha : ČVTS, 1978. 52 s.