

Paradoxy

Etymologické kořeny slova *paradox* vycházejí z řeckých slov *para* – mimo, a *doxa* – mínění. (Někdy se namísto slova *paradox* používá termín *antinomie* – z řeckých slov *anti* – proti, *nomos* – zákon).

Naděje logiků, kteří začali na konci devatenáctého století a na začátku století dvacátého koncipovat projekt matematizace logiky, to jest studia vyplývání nikoli přímo, ale prostřednictvím studia jeho idealizovaných a 'kalkulizovaných' modelů, se upínaly k tomu, že tak jako se přechodem od neuspořádaného přirozeného jazyka k zpřesněným jazykům logiky zbavíme víceznačnosti, neurčitosti atp., zbavíme se i paradoxů. Ty se totiž zdály mít původ právě v 'nedokonalostech' přirozeného jazyka, kterých nás měla logická reglementace zbavit.

Velkým překvapením proto bylo, že zbavit se paradoxů, to jest nevpustit je do jazyků logiky, se ukázalo být mnohem problematičtější, než se zdálo. Již krátce potom, co Gottlob Frege vybudoval ve svém základním díle *Begriffsschrift* předobraz toho, co se potom vyvinulo v jazyk klasické logiky, a pokusil se s využitím tohoto jazyka položit pevné základy aritmetiky, ho v dopise z roku 1902 upozornil Bertrand Russell na paradox, který je v jeho jazyce přítomen a který tento jazyk *de facto* znehodnocuje, protože v něm umožňuje odvodit cokoli z čehokoli. Tento paradox bývá od té doby označován jako *Russellův*. Protože Fregeův systém zde nemůžeme reprodukovat do potřebných podrobností, předvedeme tento paradox v historicky ne zcela věrné podobě.

Nejprve si uvědomme, že nejenom věci mohou mít různé vlastnosti; různé vlastnosti připisujeme i vlastnostem (běžně říkáme třeba, že být městem je čest, že být pracovitý je chvályhodné nebo že trpět alergií je nepříjemné). Ve světle toho dává smysl uvažovat o rozdělení vlastností na ty, které mají samy sebe, a ty, které samy sebe nemají. Například vlastnost *být vlastností* sama sebe má (tato vlastnost je vlastností). Podobně sama sebe má i vlastnost *mít své označení v češtině* (čeština ji totiž dokáže označit), zatímco vlastnost *být krávou* sama sebe nemá (jistě není krávou). Problematickou vlastností, která dává vzniknout paradoxu, je vlastnost, kterou má každá vlastnost právě tehdy, když nemá sama sebe – tedy vlastnost *nemít sama sebe*. Jednoduchou úvahou dojdeme k tomu, že pokud tato vlastnost má sama sebe, pak sama sebe nemá, a na druhou stranu pokud sama sebe nemá, pak sama sebe má. Výrok, který této vlastnosti ji samu připisuje

(P) Vlastnost nemít sama sebe nemá sama sebe

tedy vyvrací sám sebe – je pravdivý právě tehdy, když je nepravdivý, a naopak.

Když jsme hovořili o klasické predikátové logice, konstatovali jsme, že za designáty predikátů bereme nikoli vlastnosti, ale množiny prvků univerza – těch, které pod příslušný predikát spadají. Predikát *být holohlavý* tak designuje množinu všech holohlavých, zatímco predikát *být predikátem* množinu predikátů. Klasická logika tak namísto s vlastnostmi (které jsou tím, co je predikáty vyjadřováno intuitivně) pracuje s množinami. A připustíme-li, že máme nejenom vlastnosti individuí, ale i vlastnosti vlastností, musíme vzít do hry nejenom

množiny individuí, ale i množiny množin. Russellův paradox tak můžeme vyjádřit i prostřednictvím množin namísto vlastností: namísto problematické vlastnosti *nemít sama sebe*, budeme mít *množinu všech množin, které nejsou prvky sebe sama* a z problematického výroku (P) se nám tak stane

(P') Množina všech množin, které nejsou prvkem sebe sama, není prvkem sebe sama.

Tento výrok je zřejmě pravdivý právě tehdy, když je nepravdivý, a naopak.

Poté, co se ukázalo, že ani moderní logika nebude moci na paradoxy snadno zapomenout, se navíc objevila spousta jejich dalších případů a variant. Uvažme nejprve případ, který se týká přirozených čísel a jejich zachycení v jazyce. Je zřejmé, že například v češtině můžeme označovat různá přirozená čísla i jinak než prostě číslovkami. Např. slovem *tři* označujeme trojku, souslovím *dvě stě šedesát osm* identifikujeme číslo 268, vyjádřením *druhá odmocnina z dvaceti pěti* označíme číslo 5 a vyjádřením *největší společný dělitel čísel dvěstě sedm a tisíc třista jedenáct* identifikujeme číslo 69. Omezíme-li se na vyjádření, která se skládají nejvýše z určitého omezeného počtu slabik, např. třiceti, je zřejmé, že jimi můžeme označit nejvýše konečný počet přirozených čísel. I kdyby totiž každá možná kombinace třiceti slabik určovala nějaké číslo (což ani zdaleka neodpovídá skutečnosti), je těchto kombinací jen omezený počet a nemohou tedy pojmenovávat *všechna* čísla (kterých je nekonečno), a musí tedy existovat nejmenší z čísel, která nejsou označena žádnou z nich. Jedno z těch čísel, které lze v češtině pojmenovat pomocí výrazu, který má nejvýše 30 slabik, musí být naopak nutně největší. (Jistě to bude nějaké neuvěřitelně velké číslo, protože v češtině máme výrazy jako *bilión biliónů*, které se hravě do limitu 30 slabik vejdou.)

Dosavadní úvahy snad mohou působit poněkud bizarně, ale nezdají se být nijak zvlášť problematické. Zkusme se ale zamyslet nad výše použitým výrazem *nejmenší přirozené číslo, které v češtině nejde označit pomocí nejvýše třiceti slabik*. Pokud předpokládáme, že určuje nějaké číslo, pak to rozhodně není číslo, které nelze určit bez překročení limitu 30 slabik. Jeho určení totiž má, jak se lze snadno přesvědčit, slabik méně. Zdá se tedy, že se nám podařilo označit číslo, které je (resp. mělo by být) výrazem s takto omezeným počtem slabik neoznačitelné. To je zjevně paradoxní. Tento paradox bývá označován jako Berryho paradox, podle knihovníka oxfordské Bodleyovy knihovny George Berryho, a v logických debatách se objevil na počátku 20. století.

Velmi názornou podobu dal problému, který vyvstává v souvislosti s tím, zda se predikát vztahuje, nebo nevztahuje na sebe sama, německý logik Kurt Grelling. Ten rozdělil slova – na první pohled zcela neproblematicky – do dvou skupin. Do první zařadil ta, která se vztahují sama na sebe, to jest ta, která utvoří, připojíme-li k jejich jménu je samé, pravdivou větu. Tato slova Grelling označil jako *autologická*. Do druhé skupiny pak zařadil ta slova, která sama o sobě neplatí – ta nazval *heterologická*. Skupina autologických slov je očividně mnohem menší. Poměrně výjimečnou vlastnost *platit sám o sobě* mají slova jako *české* (slovo *české* je české), *pětislabičné* (je pětislabičné), či *vyslovitelné* (lze je totiž vyslovit). Naproti tomu většina ostatních predikátových slov je heterologických. Slovo *masožravé* jistě není masožravé, slovo *dlouhé* není dlouhé a slovo *rozpuštné* není rozpuštné. Je zřejmé, že dané dvě

skupiny slov se nemohou překrývat. Zamysleme se však nyní nad tím, do jaké skupiny patří slovo *heterologické*. Máme, zdá se, dvě možnosti – buď je autologické nebo heterologické. Předpokládejme, že platí první z těchto možností, tj. slovo *heterologické* je autologické. Pak ale, podle vymezení autologičnosti, musí platit samo o sobě, a tudíž musí být heterologické. K obdobnému problému vede předpoklad, že dané slovo je heterologické – v takovém případě totiž zjevně platí samo o sobě, a je tedy autologické.

Jedním z nejstarších případů paradoxu je tzv. *paradox lháře*, který má původ v antickém Řecku. Může nás k němu dovést následující úvaha. Krétský filosof Epimenides údajně kdysi prohlásil, že všichni Kréťané jsou lháři. Můžeme tomuto jeho prohlášení věřit? Předpokládejme, že ano. Pak je ovšem zjevné, že bychom mu věřit neměli, protože v tom případě platí, že je lhář i sám Epimenides, a věřit mu tedy není radno. Situace popsaná v této anekdotě ovšem ještě sama o sobě není přímo paradoxní: ukazuje jen, že některá tvrzení podřívají svou vlastní důvěryhodnost – nelze je tvrdit, aniž by to soudného člověka vedlo k pochybnostem o jejich pravdivosti.

Předpokládejme nyní navíc, že za lháře budeme brát pouze toho, kdo se své okolí snaží klamat neustále – tj. toho, kdo ze zásady říká pouze nepravdy. Kdybychom měli pojem *lháře* v Epimenidově výroku chápat takto, k čemu by to vedlo? Mohlo by pak být to, co Epimenides řekl, pravda? Za těchto předpokladů už jednoznačně nemohlo: pokud by to bylo pravda, pak žádný Kréťan neříká nikdy pravdu, a tedy to, co Kréťan Epimenides řekl, musí být nepravda. Předpoklad, že to, co Epimenides řekl, je pravda, tedy vede k neřešitelné situaci, kdy jsme nuceni jeho prohlášení připsat obě pravdivostní hodnoty zároveň. Do stejné pasti ovšem nespádneme tehdy, když předpokládáme, že to, co řekl, pravda není (že tedy ne všichni Kréťané vždy lžou). V tomto smyslu tedy není Epimenidova promluva skutečně paradoxní – není tomu tedy tak, že by musela být zároveň pravdivá i nepravdivá, pouze nevyhnutelně podřívá svoji vlastní pravdivost.

Poněkud jiná je situace v případě, že se zaměříme na jednodušší prohlášení, které není spjato s žádnými excentrickými předpoklady o významu slova *lhář*. Představme si, že někdo řekne: *Ted' právě lžu*. Má-li být to, co říká, pravda, pak tomu tedy musí být tak, že právě lže – tedy tak, že to, co říká, je nepravda. A naopak, má-li být to, co říká, nepravda, pak musí být nepravda, že lže, a ve skutečnosti tedy lhát nemůže; to, co říká, tedy musí být pravda.

Tady máme co do činění s paradoxem v jeho nejčistší podobě. V moderních rozborech paradoxu lháře se obvykle hovoří o tzv. lhářské větě či lhářském výroku. Nejvíce diskutovanou podobou této věty je

Tato věta je nepravdivá.

(kde daná věta se vztahuje sama na sebe) . Nebo poněkud jasněji

(L) Věta (L) je nepravdivá.

Teorie typů

Paradoxům, se kterými se současná logika nejvíce potýká, totiž Russellovu paradoxu a paradoxu lháře, je společné to, že vznikají v důsledku faktu, že jsou v jazyce přítomny určité, na první pohled ne zcela triviální výrazové prostředky. Tak například Fregův logický systém pracuje s jazykem, který připomíná jazyk klasické predikátové logiky. Frege ovšem připustil to, že výrok může vyjadřovat nikoli jenom skutečnost, že má nějaký předmět (designát jména) nějakou vlastnost (designát unárního predikátu – vlastnost ovšem Frege explikuje *de facto* jako množinu) či že jsou nějaké předměty v nějakém vztahu (designát vícemístného predikátu), ale i to, že má nějakou vlastnost nějaká vlastnost. Tato možnost vznikla ve Fregově systému nikoli v důsledku toho, že by přímo připustil výskyt predikátu v pozici podmětu výroku, ale v důsledku toho, že zavedl mechanismus 'zpředměťňování' vlastností, takže vlastnost se mohla dostat do pozice designátu podmětu prostřednictvím svého 'zpředmětnění'. To se ovšem nezdá být, ve světle skutečnosti, že s takovými výroky se v přirozeném jazyce běžně setkáváme, nijak nepřipadné; v důsledku toho bylo však v jeho systému možné vytvořit predikát, který vyjadřoval vlastnost *nemít sebe sama*, jejíž problematičnost jsme výše předvedli.

Je zřejmé, že Russellův paradox (stejně tak jako Grellingův a některé další) je vyvolán predikátem vyjadřujícím určitý zvláštní typ vlastnosti – můžeme jej označit jako *sebevylučující*. Vlastnostmi tohoto typu jsou třeba *být vlastností, která nemá sama sebe*, nebo *být predikátem, který aplikován sám na sebe dá nepravdivou větu* či *být množinou, která není prvkem sebe sama*. Zdá se tedy, že odolat tomuto paradoxu znamená zařídit, aby se nám do jazyka nemohl dostat žádný predikát, který by mohl takovou vlastnost vyjadřovat.

Jako nejnadějnější cestou k tomu, abychom v rámci logického systému unikli paradoxům, se tak jeví jisté omezení jazyka. Toto omezení by ovšem mělo být pokud možno co nejmenší, abychom zachovali co nejvyšší vyjadřovací možnosti (expresivní sílu) logického jazyka. Ideální by tedy bylo identifikovat nějakou charakteristickou a snadno rozpoznatelnou anomálii, která by nám umožnila určitý typ výroků – ten, který způsobuje paradoxy – oceňovat jako nebezpečný a následně zajistit, aby do jazyka, který v rámci logického systému užíváme, nebyly takové anomální výroky vpuštěny.

O zabránění paradoxům tímto způsobem se pokusil sám Russell. Ten dospěl k názoru, že přítomnost paradoxů v jazyce je podmíněna určitou nepřipustnou cykličností, kterou vymezení těchto jazyků připouští. (Jde o cykličnost toho druhu, s jako se setkáváme v české pohádce o Honzovi, který spadl z nebe, zabořil se tak hluboko do země, že se vlastníma rukama nemohl vyhrabat, a tak si došel domů pro motyku, aby se vykopal. Honzova akce, jejímž výsledkem má být jeho osvobození, totiž toto osvobození ve skutečnosti již *předpokládá*.) V případě sebevylučujícího predikátu jde o to, že vlastnost jím vyjadřovaná – *být vlastností, která nemá sama sebe*, resp. ještě přesněji *být vlastností, kterou jakákoli vlastnost má tehdy a jen tehdy, když nemá sama sebe*, je vymezena prostřednictvím nepřímého odkazu na sebe samu – totiž na sebe samu jakožto na (předpokládaný) prvek souboru oněch *všech* vlastností, k němuž se v daném kontextu váže termín *jakákoli*.

Russell hovoří o *bludném kruhu* (*vicious circle*): "Cokoli obsahuje všechny prvky nějakého souboru, nesmí být jedním z těchto prvků." (1910-13, 37). Je přesvědčen, že jediným

uspokojivým řešením, které odstraní všechny paradoxy tohoto typu, je obecná reforma logiky, která vniku takových kruhů zabrání – a navrhuje logický systém, který jim předchází a o kterém hovoří jako o *teorii typů*. Nebudeme se zde zabývat způsobem, kterým Russell svůj návrh původně formuloval (je opět poněkud komplikovaný), ale probereme jeho jednodušší variantu, kterou formuloval americký logik Alonzo Church.

V teorii typů se bludnému kruhu předchází *de facto* již na úrovni syntaxe. Na rozdíl od klasické predikátové logiky jsou sice připuštěny predikáty, které vytvářejí výroky nikoli se jmény, ale s predikáty, takové zvláštní predikáty jsou ale vyčleněny jako výrazy jiné kategorie než predikáty původní. O těch původních se pak hovoří jako o *predikátech 1. řádu* a o těch nově zavedených jako i *predikátech 2. řádu*: predikát prvního řádu tak vytváří výrok spolu se jménem, predikát druhého řádu spolu s predikátem prvního řádu.

Predikát prvního řádu tak může být nahlížen jako designující vlastnost – v rámci klasické logiky redukovanou na množinu – individuí, predikát druhého řádu vlastnost (nebo množinu) vlastností (množin) individuí. Je samozřejmě nasnadě, že když už máme predikáty 2. řádu, můžeme dále zavést kategorii predikátů 3. řádu, to jest predikátů, které budou vytvářet výroky spolu s predikáty 2. řádu (a budou tedy designovat vlastnosti vlastností vlastností (množiny množin množin) individuí; a tak můžeme pokračovat dále, takže budeme mít v jazyce *predikáty n-tého řádu pro jakékoli n*. (Klasické predikátové logice, která se z tohoto pohledu omezuje na predikáty 1. řádu, se také, jak už víme, přesněji říká klasická predikátová logika 1. řádu.) Je zřejmé, že vymezíme-li jazyk takovýmto způsobem, nebude možné ony problematické věty vůbec formulovat. Tím se Russellovu paradoxu ubráníme.

Protože predikáty jsou v rámci klasické logiky (i některých dalších logik) úzce spjaty s množinami, můžeme paradoxy, o kterých hovoříme, nahlédnout i jako paradoxy týkající se přímo množin (a protože moderní logika byla mnohými jejími tvůrci chápána především jako nástroj budování základů matematiky, byly paradoxy typu toho Russellova chápány *především* tímto způsobem). A prevenci paradoxů můžeme alternativně založit nikoli na omezení syntaxe jazyka, se kterým pracujeme, ale na úvahách o tom, jaké množiny můžeme připustit. Russell dělí množiny na různé typy: tím nejzákladnějším typem množin jsou množiny individuí. Těm je přiřazen typ 1 (samotná individua, tj. entity, které nejsou množinami, budou typu 0). Dalším typem množin jsou množiny množin individuí, tj. množiny, jejichž prvky jsou entity typu 1. Ty jsou typu 2. Ještě výše v hierarchii entit teorie množin stojí množiny typu 3, které jsou množinami množin typu 2. Obdobně můžeme pokračovat k množinám vyšších a vyšších typů. Obecně můžeme říci, že množina může mít za prvky jediné množiny nižšího typu, než je ona sama. To například znamená, že množina nemůže mít za prvek sebe sama.

Russellovo řešení není neúspěšné, nedá se ovšem říci, že by se mu dostalo širokého přijetí. Ukázalo se totiž, že toto řešení je, zejména pro účely matematiky, značně komplikované a omezující. Zároveň bylo prokázáno, že Russellovu a podobným paradoxům se lze v rámci teorie množin vyhnout způsoby poněkud přirozenějšími; způsoby, který našly vyjádření v různých dnes běžných axiomatických systémech pro tuto teorii. Axiomy těchto teorií – pravděpodobně nejširěji přijímanou variantou teorie množin je tzv. Zermelo-Fraenkelova axiomatizace – vylučují konstrukci množin toho typu, s jakými se setkáváme Russellově

paradoxu. Tím je, za cenu jistého ústupu od intuitivních představ, podle nichž množinu tvoří každý soubor objektů, který lze vymezit jakoukoli podmínkou, problém zmíněných paradoxů v rámci matematické teorie množin vyřešen.

Paradox lháře a Tarského hierarchie jazyků

Vraťme se nyní k paradoxu lháře. Vzhledem k tomu, že jeho vznik souvisí s přílišnou bohatostí vyjadřovacích možností přirozeného jazyka, který se konstituoval jako zcela univerzální komunikační médium, je třeba určit ty jeho rysy, které jsou zdrojem problémů. Ty podle Tarského souvisejí zejména s faktem, že v rámci tohoto jazyka můžeme hovořit o jeho vlastních výrazech, konkrétněji že máme možnost explicitně připisovat jeho vyjádřením sémantické (resp. epistemické) hodnoty, především hovořit o jejich *pravdivosti* resp. *nepravdivosti*, nebo o tom, že nějaký výraz něco *označuje* či *znamená*. (Možnost formulace lhářské věty je kromě toho podmíněná i přítomností negace; bez ní se ovšem v žádném jazyce hodném toho jména neobejdeme, a proto, zdá se, nemá smysl snažit se ji z jazyka eliminovat.)

Jazyky, jejichž vyjadřovací možnosti jsou natolik silné, že umožňují hovořit o svých vlastních vyjádřeních a připisovat jim sémantické hodnoty, Tarski označuje jako *sémanticky uzavřené*. Každý přirozený jazyk je tedy očividně sémanticky uzavřený. Chceme-li, aby jazyk, který koncipujeme, neumožňoval vytvořit lhářskou větu, musíme na něj uvalit omezení, která tomu zabrání. Na první pohled se zdá, že nejjednodušším řešením, jak vytvoření lhářského výroku znemožnit, je zamezit tomu, aby mohl výrok odkázat sám k sobě. Stačilo by ale takové opatření?

Ukazuje se, že nikoli. Problém nespočívá zdaleka jen v tom, že taková restrikce vyloučí věty, které se nezdají být nijak zvlášť problematické (jako např. *Ted' právě mluvím česky*); mnohem podstatnějším problémem je to, že paradox lháře můžeme reprodukovat i bez použití věty, která by přímo hovořila sama o sobě. Vezměme následující dvojici vět

- V1 Výrok označený V2 je pravdivý
- V2 Výrok označený V1 je nepravdivý

Těmto výrokům zřejmě nelze přiřadit pravdivostní hodnoty tak, aby z toho neplýnulo, že by měly mít pravdivostní hodnoty opačné. Předpokládejme totiž, že je V1 pravdivý. Pak musí být pravdivý i V2, a V1 by tedy musel být v důsledku toho nepravdivý (a stejně tak i V2). Předpokládáme-li naopak, že je V1 nepravdivý, pak musí být nepravdivý i V2. V důsledku toho ovšem musí být V1 pravdivý a stejně tak i V2. Přitom ovšem žádný z těchto dvou výroků sám k sobě neodkazuje.

Tarski dospěl k názoru, že skutečně jedinou spolehlivou cestou, jak tomuto paradoxu předejít, je omezit vyjadřovací možnosti logického jazyka tak, aby v něm nebylo možné odkazovat k jeho vlastním výrazům a připisovat jim sémantické hodnoty. Pokud bychom přirozený jazyk reglementovali pomocí logického jazyka, který bude respektovat toto přísné omezení, dospěli bychom k jazyku, který si můžeme označit jako J_0 . Takové řešení ovšem,

jak si Tarski uvědomoval, limituje vyjadřovací možnosti vzniklého reglementovaného jazyka poměrně zásadním způsobem. Zdálo by se tedy, že musíme volit mezi tím, že se smíříme s používáním jazyka, v jehož rámci mohou pravdy být zároveň nepravdami, nebo tím, že budeme používat jazyk, jehož vyjadřovací možnosti jsou podstatně omezené.

Tarski ovšem nabídl způsob, jak tomuto dilematu uniknout. Navrhuje nahlížet jazykové prostředky, kterými disponuje přirozený jazyk, nikoli jako jeden univerzální jazyk, ale jako soustavu propojených jazyků – označíme ji Ω . Je-li základem této soustavy jazyk J_0 , v němž, jak víme, můžeme hovořit o čemkoli s výjimkou jeho vlastní sémantiky, bude nad ním stát – jako další část oné soustavy – jazyk, v jehož rámci budeme moci hovořit o sémantice jazyka J_0 . Tento jazyk – označme ho J_1 – nám tedy například umožní hovořit o tom, které věty J_0 jsou pravdivé, a které nikoli. Jazyk J_1 nemusí být s ohledem na ostatní vyjadřovací možnosti o nic chudší než J_0 , bude však – stejně jako J_0 – sémanticky neuzavřený v tom smyslu, že v něm nebude možné hovořit o jeho vlastní sémantice. O jazyku J_1 pak ve vztahu k J_0 hovoříme jako o *metajazyku*, zatímco jazyku J_0 říkáme *jazyk-objekt*.

V případě, že bychom se potřebovali vyjadřovat i k sémantice výrazů jazyka J_1 , musíme přejít o další úroveň výš, k jeho metajazyku, který budeme označovat J_2 . Podobně pokud budeme chtít pojednat o výrazech jazyka J_2 a jejich sémantice, musíme přejít opět o úroveň výše. Je zjevné, že žádná přirozená horní hranice této hierarchické soustavy jazyků neexistuje, a tato hierarchie tedy není (podobně jako russellovsko-churchovská hierarchie predikátů) nijak omezena. Soustava jazyků Ω tedy sestává z neomezeného počtu úrovní.

Je zřejmé, že přijmeme-li jako rámec pro formulování svých teorií hierarchickou soustavu jazyků v té podobě, jakou jsme právě nastínili, nebude nám paradox lháře hrozit. Větu, která by konstatovala svou vlastní nepravdivost, totiž v takové soustavě prostě nebude možné formulovat. Navíc jasné rozlišení toho, kdy formulujeme vyjádření *v určitém jazyce* a kdy formulujeme vyjádření *o tomto jazyce*, se jeví jako velmi užitečná teoretická distinkce (a to i tehdy, připustíme-li možnost, že v daném jazyce můžeme hovořit o něm samém, resp. jeho vyjádřeních). Je ovšem otázkou, zda cena, kterou přijetím Tarského návrhu zaplatíme, není opět příliš vysoká. Musíme se totiž smířit s tím, že například pojem pravdivosti se nám v důsledku rozpadá na neomezený počet pojmů *pravdivý v J_0* , *pravdivý v J_1* , *pravdivý v J_2* , atd.; a nemůžeme uvažovat prostě pravdivost *jako takovou*.

Navíc nám přijetí této teorie vlastně striktně vzato znemožňuje formulovat jakákoli obecná tvrzení o jazycích, významu nebo pravdivosti. Pokud totiž například Tarski chce formulovat jakékoli obecné závěry platné pro všechny jazyky (včetně toho jazyka, kterým hovoří), pak se (ze svého pohledu) okamžitě dostává na šikmou plochu. Používá totiž jazyk, který hovoří (mimo jiné i) o svých vlastních vyjádřeních, a tedy jazyk, který je podle jeho vývodů problematický. Zdá se tedy, že jakkoli je přístup založený na představě hierarchie sémanticky neuzavřených jazyků pozoruhodný a inspirativní, je těžké ho přijmout bezvýhradně.