

## MODELOVÁNÍ OBTÉKÁNÍ DVOU PRAHŮ V KANÁLU S VOLNOU HLADINOU

*Modelling of flow over two transversal ribs in a channel with free surface*

Aleš Sládek, Jaromír Příhoda, Jiří Stanislav,  
Ústav termomechaniky AV ČR, v.v.i., Dolejškova 5, 182 00 Praha 8

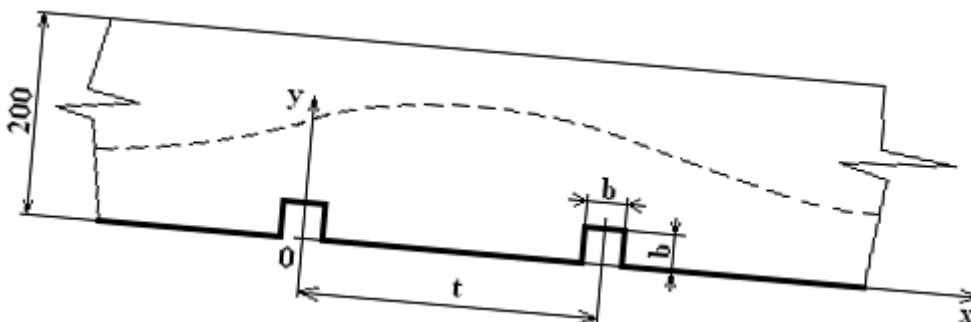
### 1. Úvod

Kromě spojitě drsnosti obtékaných stěn, která je dána výrobní technologií nebo působením provozních podmínek, je často použita drsná stěna tvořená výstupky k disipaci kinetické energie proudu. Ve vodohospodářské praxi jsou příčné prahy na dně kanálu často používány při vypouštění vody ze zemních nádrží ke zbrzdění proudu. V těchto kanálech s poměrně velkým sklonem dna je typické nadkritické proudění se značnými změnami výšky hladiny. Příspěvek se zabývá numerickým modelováním nadkritického obtékaní dvou příčných prahů na dně kanálu s volnou hladinou. Výsledky navazují na numerické řešení nadkritického proudění v kanálu s jedním prahem, viz Sládek a Příhoda [1].

### 2. Geometrické uspořádání

Tvar řešeného kanálu se dvěma příčnými prahy odpovídá experimentům Šulce aj. [2] a Zubíka [3], které byly prováděny v kanálu s příčným průřezem  $200 \times 200$  mm, délkou 4475 mm a sklonem dna 4,77 %. V kanálu byly na dně umístěny dva příčné prahy čtvercového průřezu  $b \times b = 10 \times 10$  mm s roztečí  $t = 60; 100$  a 200 mm, viz obr.1. Experimentální vyšetřování proudového pole při nadkritickém proudění bylo provedeno pomocí optických metod LDA a PIV pro střední objemovou rychlost  $U_m = 2,3$  m/s a výšku hladiny na vstupu  $h = 46$  mm, tj. při Reynoldsově čísle vztáženém na výšku prahu  $Re = 25500$  a Froudově čísle  $Fr = 3,42$ . Pro porovnání s výpočty byly ve vybraných řezech  $x = \text{konst.}$  (počátek osy  $x$  je uprostřed prvního prahu) a  $z = 0$  z měření LDA a PIV vyhodnoceny profily střední rychlosti a podélné složky fluktuací rychlosti.

Při numerické simulaci byla řešena oblast kanálu  $100 \times 100 \times 1710$  mm, tj. s dostatečně dlouhým vstupním a výstupním úsekem. Řešení bylo provedeno v polovině šířky kanálu s rovinou symetrie ve svislé ose kanálu.



Obr.1 Schéma kanálu se dvěma příčnými prahy

### 3. Numerický model

Řešení nadkritického proudění v kanále se dvěma prahy bylo provedeno metodou VOF (Volume-of-Fluid) pomocí komerčního programu FLUENT 6.3. Metoda VOF je založena na sledování objemové frakce  $\alpha_i$  obou tekutin v každé výpočetní buňce. Volná hladina se určuje jako rozhraní obou frakcí, kde platí  $\alpha_{voda} = \alpha_{vzduch} = 0,5$ .

Pro numerické řešení středovaných Navier-Stokesových rovnic byl použit tzv. „realizovatelný“ k- $\varepsilon$  model turbulence, který navrhli Shih a j. [4]. Model se liší od standardního k- $\varepsilon$  modelu transportní rovnicí pro rychlost disipace  $\varepsilon$  a konstitučním vztahem pro turbulentní vazkost. Transportní rovnice pro turbulentní energii k je použita ve standardním tvaru, který je pro nestlačitelné proudění a vysoká turbulentní Reynoldsova čísla (tj. je zanedbána vazká difuze) dán rovnicí

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \varepsilon \quad (1)$$

kde  $P_k$  je produkce turbulentní energie

$$P_k = \left[ v_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \quad (2)$$

Transportní rovnice pro rychlost disipace  $\varepsilon$  byla odvozena z rovnice pro střední hodnotu fluktuace vířivosti při velkých turbulentních Reynoldsových číslech a upravena do tvaru

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_1 S \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{v \varepsilon}} \quad (3)$$

kde je

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (4)$$

Produkce rychlosti disipace  $\varepsilon$  tedy není modelována pomocí produkce turbulentní energie  $P_k$ , ale výrazem  $C_1 S \varepsilon$ . Turbulentní vazkost je definována vztahem

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

kde  $C_\mu$  je funkce  $C_\mu = f(S_{ij}, \Omega_{ij}, k/\varepsilon)$  místo obvyklé konstanty  $C_\mu = 0,09$ . Tato definice zaručuje, že normální smyková napětí budou vždy kladná a že bude splněna Schwarzova nerovnost pro smyková napětí

$$\overline{u_k^2} \geq 0 \quad \text{a} \quad \overline{u_i^2 u_j^2} / \overline{u_i^2} \overline{u_j^2} \leq 1 \quad \text{pro } i, j = 1; 2; 3 \quad (6)$$

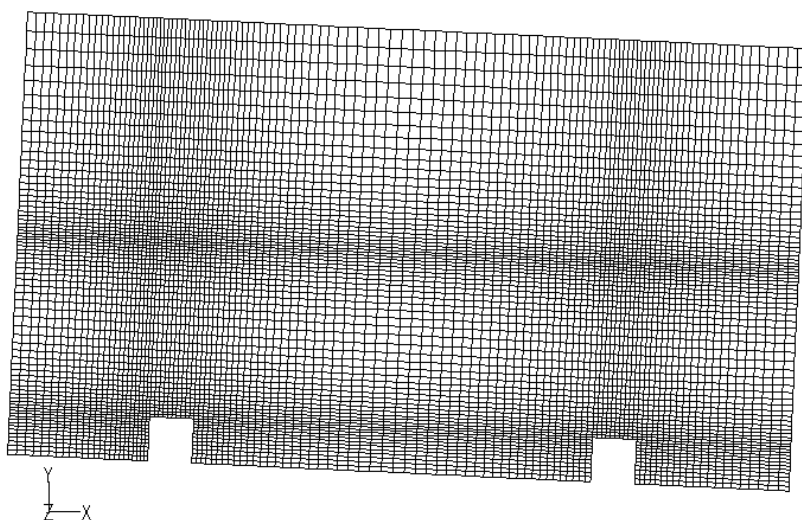
Modelové konstanty jsou dány vztahy

$$\sigma_k = 1,0; \quad \sigma_\varepsilon = 1,2; \quad C_1 = \max \left( 0,43; \frac{\eta}{5 + \eta} \right) \quad C_2 = 1,9 \quad (7)$$

kde je  $\eta = S k / \varepsilon$ . Model byl testován pomocí vybraných testovacích případů, např. vrstva míšení, rovinný a kruhový volný proud, vyvinuté proudění v kanále, turbulentní mezní vrstva s různým tlakovým gradientem a obtékání dozadu směřujícího schodu.

Prostorová diskretizace byla provedena strukturovanou sítí s celkovým počtem cca 690000 buněk. V ose kanálu byla použita podmínky symetrie. Síť je zjemněna v oblasti volné hladiny a v blízkosti stěn kanálu, viz obr.2. Diskretizace transportních rovnic byla provedena pomocí upwind schématu druhého řádu a v blízkosti stěn je pro aproximaci rychlostního profilu použita nerovnovážná stěnová funkce. Jako okrajová

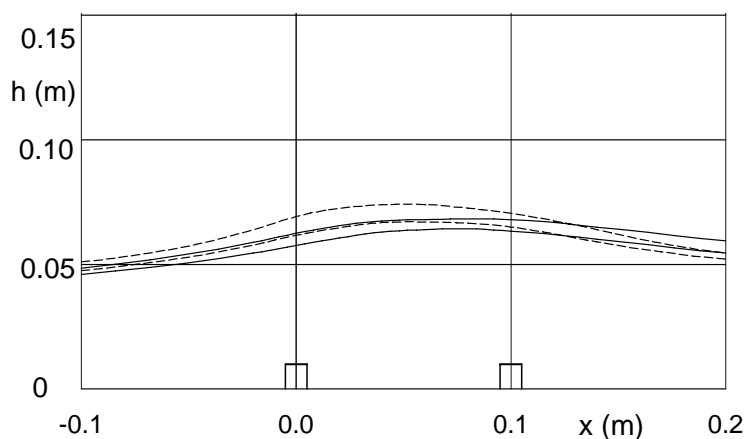
podmínka je podle experimentu zadána na vstupu výška hladiny a objemový tok, na výstupu pak je zadána výška hladiny a tlak v referenčním bodě nad hladinou.



Obr.2 Strukturovaná síť v blízkosti prahů

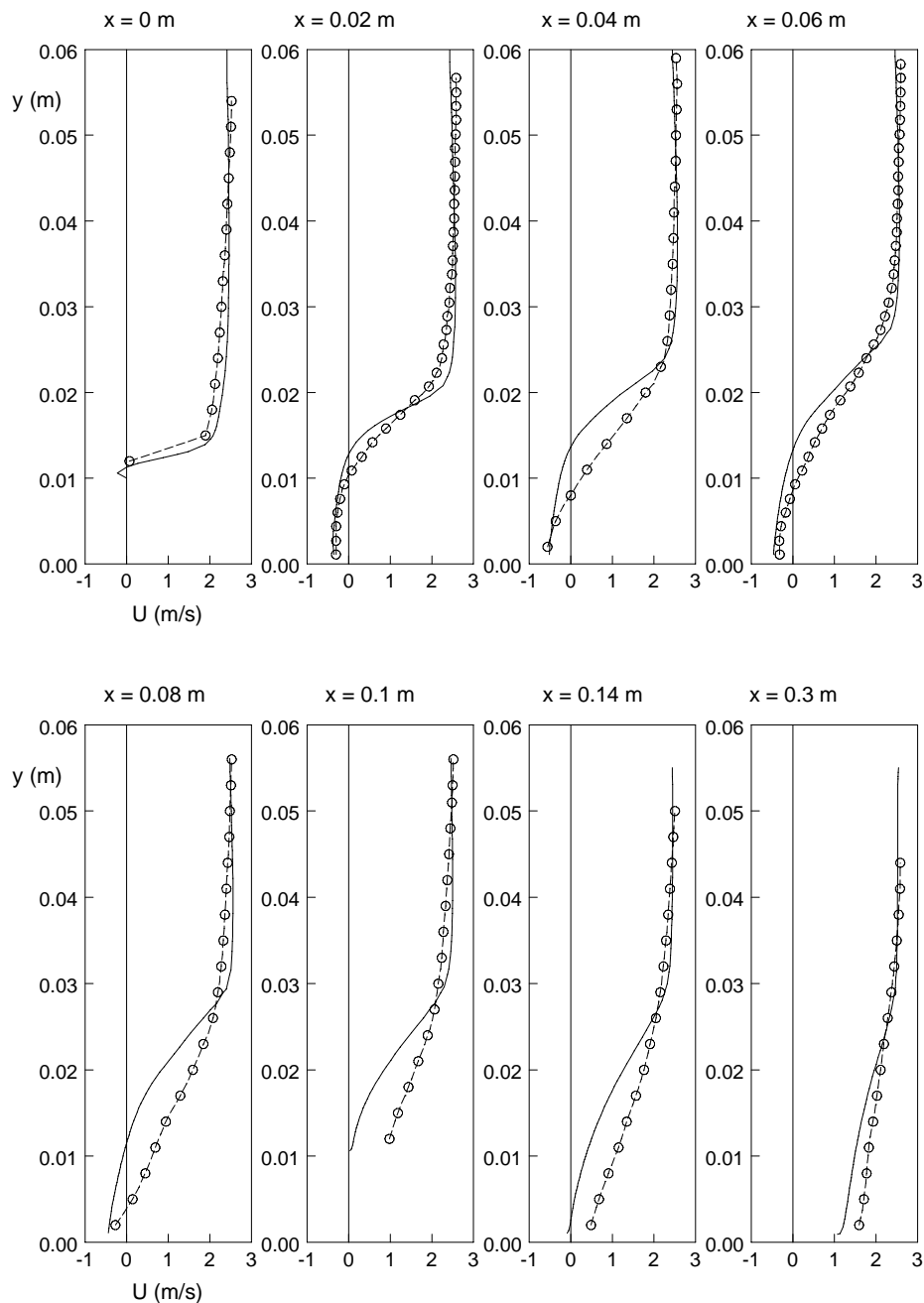
#### 4. Výsledky řešení

Na obr.3 je čárkovane znázorněn průběh hladiny v kanálu se dvěma prahy s roztečí  $t = 100$  mm získaný jako časově střední hodnota z 50 snímků PIV [3]. Plnou čarou je vyznačena hranice pásma objemové frakce vody v rozsahu  $\alpha_{\text{voda}} = (0,5; 1)$  získaná v ose kanálu pomocí numerické simulace. Výpočet dává menší vzestup hladiny na prvním prahu a pomalejší návrat k hladině nerušeného proudu. To vyplývá z pomalejší relaxace proudového pole za prvním prahem při numerické simulaci, jak je zřejmé z průběhu profilu střední rychlosti i fluktuací podélné rychlosti na obr.4 a 5.



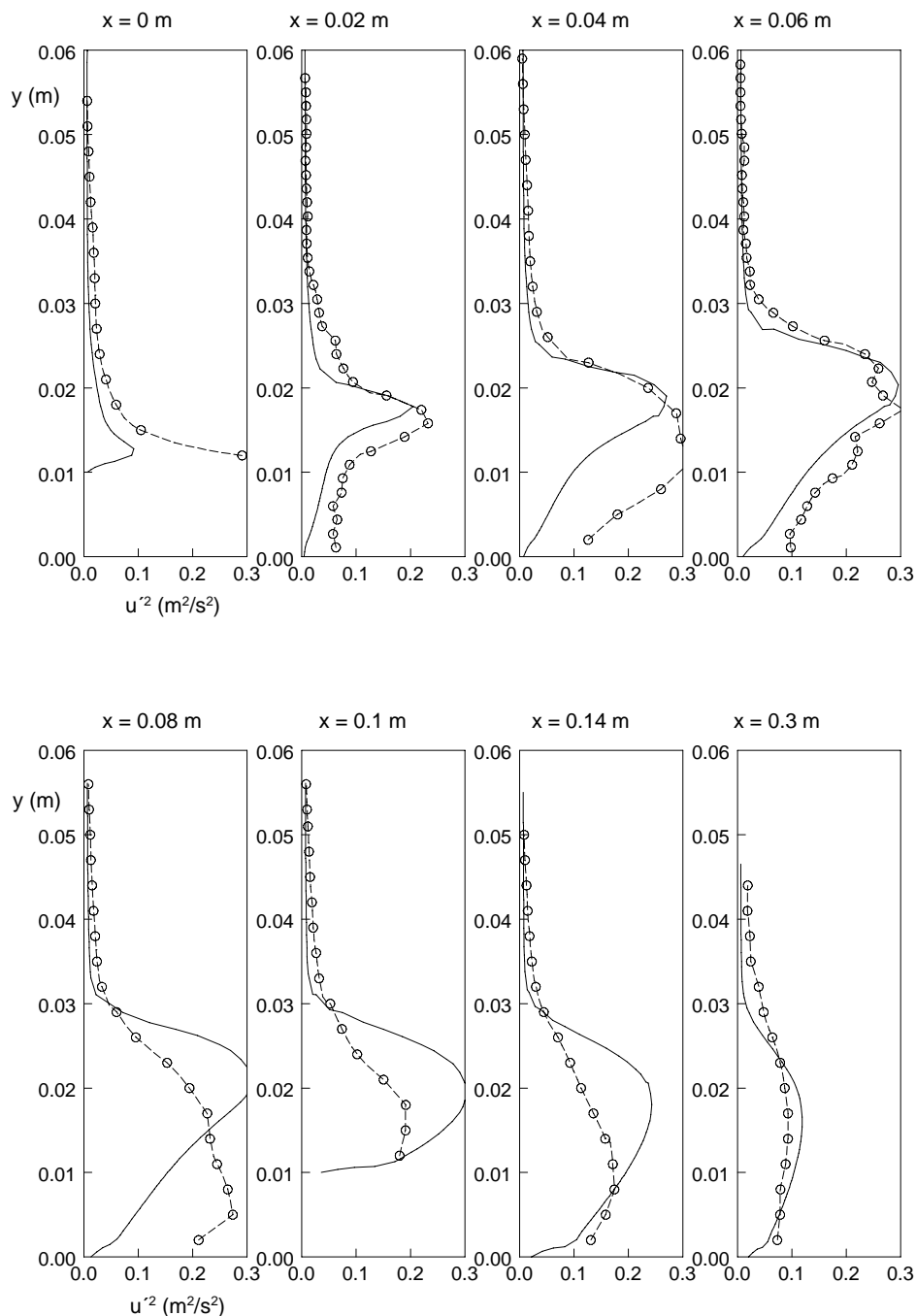
Obr.3 Průběh hladiny v kanálu se dvěma prahy s roztečí  $t = 100$  mm

Na obr.4 jsou ve vybraných řezech  $x = \text{konst.}$  porovnány profily podélné složky rychlosti v podélné ose kanálu se dvěma prahy s roztečí  $t = 100$  mm. Vypočtené rychlostní profily celkem odpovídají experimentu na prahu a v oblasti odtržení za prahem. Dále od prahu ( $x = 0,04$  m) je relaxace smykové vrstvy rychlejší než podle numerické simulace, což vede k většímu rozsahu oblasti odtržení.



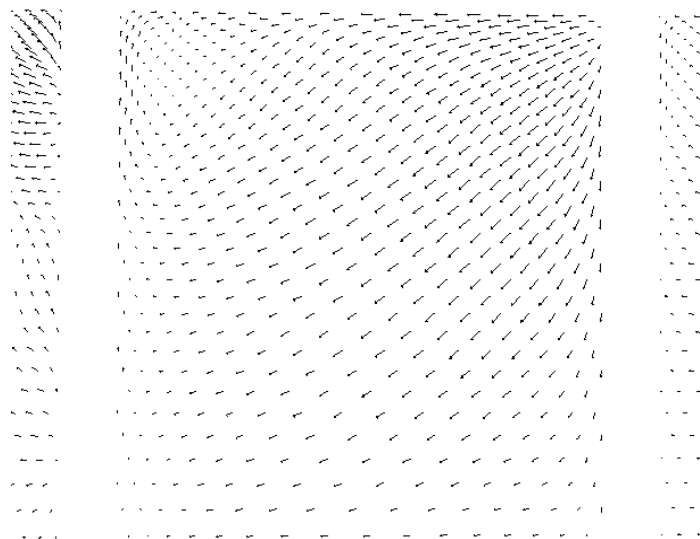
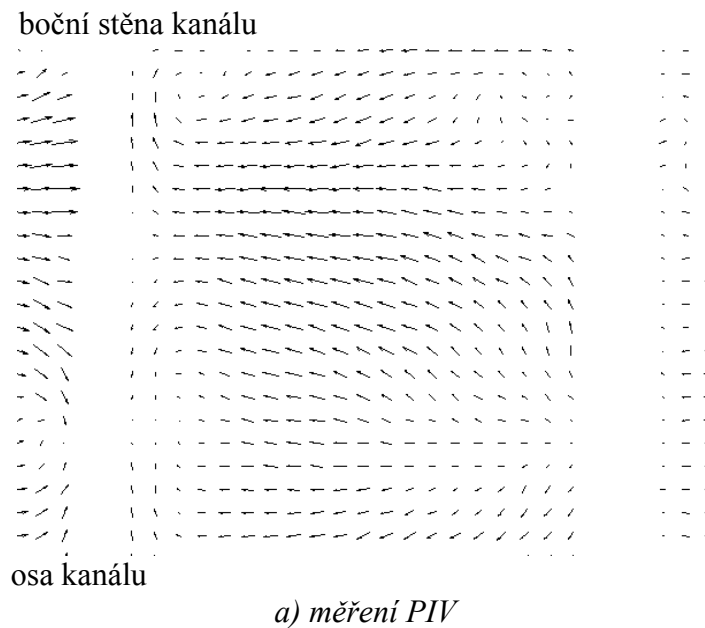
Obr.4 Profily podélné složky střední rychlosti v ose kanálu pro rozteč prahů  $t = 100$  mm

Na obr. 5 je pro stejné geometrické uspořádání porovnán experimentálně určený průběh podélného normálního turbulentního napětí  $u'^2$  ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) s průběhem turbulentní energie  $k$  ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ), získaným numerickou simulací. Stejně jako pro střední rychlost odpovídá vypočtený průběh podélného normálního napětí experimentu v blízkosti za prahem. Pak je v oblasti znovupřilnutí proudu maximum fluktuací rychlosti blíže ke dnu kanálu, což je obvyklé u přilehlého proudění, zatímco při odtržení proudu leží maximum fluktuací přibližně na hranici odtržení.



Obr.5 Profily normálního turbulentního napětí  $u'^2$  v ose kanálu  
pro rozteč prahů  $t = 100$  mm

Na obr.6 je vektorově znázorněno rychlostní pole v rovině rovnoběžné se dnem kanálu mezi prahy s roztečí  $t = 100$  mm ve výšce 2 mm nad dnem. Obrázek zachycuje polovinu šířky kanálu. Z experimentálních výsledků i z numerické simulace je dobře patrný sekundární vír za prahem u boční stěny kanálu, který se podobně vyskytuje při obtékání zpětného schodu. Podle experimentu je vírová struktura za prahem složitější, neboť v blízkosti prahu lze pozorovat napříč kanálem čtyři víry.



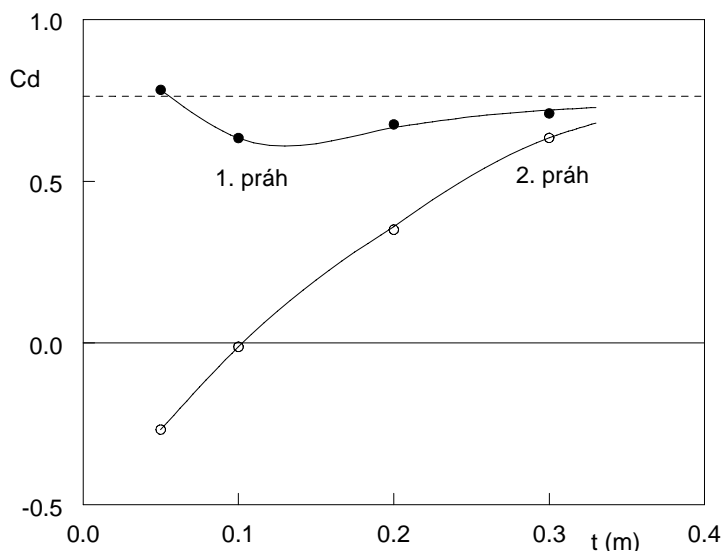
Obr.6 Vektory rychlosti ve vzdálenosti 2 mm od dna pro rozteč prahů  $t = 100$  mm

Dále byl z numerické simulace určen tlakový odpor jednotlivých prahů, který je vyjádřen pomocí součinitele tlakového odporu

$$c_d = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho U_m^2} \quad (8)$$

kde  $\Delta p$  je střední hodnota rozdílu statických tlaků na přední a zadní straně prahu. Na obr.7 je uvedena závislost součinitele tlakového odporu obou prahů na jejich rozteči. Čárkovaně je vyznačen tlakový odpor jediného prahu pro dané hodnoty  $Re$  a  $Fr$ . Při

malé rozteči obou prahů leží druhý práh v úplavu za prvním prahem a tlaková síla působí proti směru proudu. S rostoucí vzdáleností prahů se tlakový odpor obou prahů blíží hodnotě, určené pro jediný práh.



Obr.7 Závislost součinitele tlakového odporu na rozteči prahů

## 5. Závěr

Numerická simulace nadkritického obtékání dvou příčných prahů na dně kanálu s volnou hladinou provedená pomocí programu FLUENT dává celkem dobrou shodu s experimenty. Pomocí dvourovnicového  $k-\varepsilon$  modelu podle Shiha aj. [4] byla získána přijatelná shoda rychlostního pole i turbulentních charakteristik, i když numerická simulace v porovnání s experimentem dává menší vzestup hladiny na prvním prahu a pomalejší návrat k hladině nerušeného proudu. Nedostatkem všech modelů turbulence s turbulentní vazkostí je pomalejší relaxace proudového pole po odtržení na prahu. To vede k nadhodnocení velikosti oblasti odtržení, což se projeví i na vypočteném průběhu volné hladiny. Získaná závislost součinitele tlakového odporu na rozteči prahů umožní optimální rozložení příčných prahů při zpomalování vodního proudu vypouštěného ze zemních nádrží.

## 6. Poděkování

Práce vznikla s podporou grantu GA ČR č. 103/06/0461 a výzkumného záměru AV 0Z20760514.

## 7. Literatura

- [1] SLÁDEK A., PŘÍHODA J.: Modelování obtékání jednoho příčného prahu v kanálu s volnou hladinou, Sborník konference *Topical Problems of Fluid Mechanics 2007*, Praha, 157-160, 2007
- [2] ŠULC J., ZUBÍK P., ŽOUŽELA M.: Měření parametrů nadkritického proudění v kanálu s příčnými prahy ve dně, Sborník konference *Hydrodynamika 2006*, Rajnochovice, 134-139, 2006

- [3] ZUBÍK P.: LDA a PIV měření parametrů proudění v kanálu s příčnými prahy na dně, Sborník konference *Topical Problems of Fluid Mechanics 2007*, Praha, 199-202, 2007
- [4] SHIH T.H., LIOU W.W., SHABBIR A., YANG Z., ZHU J.: A new k- $\epsilon$  eddy-viscosity model for high Reynolds numbers turbulent flows, *Computers Fluids*, 24, 3, 227-238, 1995