

POHYB ZNAČKOVACÍCH ČÁSTIC V NESTACIONÁRNÍM PROUDOVÉM POLI

Behavior of Seeding Particles in the Unsteady Flow Field

Jan Novotný, Jiří Nožička

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, Ústav mechaniky tekutin a energetiky, Praha

Úvod

Principem měření rychlostí metodou PIV (Particle Image velocimetry) je určit posunutí obrazů značkovacích částic za zvolený časový interval. Přesnost takového měření je ovlivněna způsobem výpočtu „korelační roviny“, dále pak metodou použitou při vyhledávání přesné pozice signálového peaku a v neposlední řadě na schopnostech značkovacích částic sledovat nestacionární chování kapaliny. Způsobům vyhodnocení posunutí včetně nalezení polohy maxima a jejich vlivu na přesnost měření se v tomto článku nebudeme věnovat. Zaměřili jsme se na rozbor schopností značkovacích částic sledovat proud a s tím spojenou otázku použitelnosti značkovacích částic příslušných parametrů pro měření nestacionárního proudění. V závěru jsme se pokusili poskytnout čitateli tohoto článku stručný návod, jak postupovat při volbě vhodných značkovacích částic při měření nestacionárního proudění, kdy je cílem zachytit fluktuace o vysoké frekvenci.

BBO rovnice

Pohyb částic je popsán rovnicí označovanou podle svých autorů jako Basset-Boussinesq-Ossen, BBO rovnice.

kde:

m_p	hmotnost částice
u_p	rychlost částice
ρ_p	hustota částice
d_p	průměr částice
μ_F	dynamická viskozita kapaliny
u_F	rychlost tekutiny
m_F	hmotnost kapaliny o objemu
t	čas
g	gravitační zrychlení
τ	časový interval od počátku akcelerace

BBO rovnice je platná za následujících předpokladů:

- 1) Velikost nejmenších vírů je několikrát větší než průměr částice.
- 2) Reynoldsovo číslo vypočtené z průměru částice a rozdílu rychlosti kapaliny a částice je menší než 1.
- 3) Hustota částic v kapalině musí být dostatečně nízká, aby nedošlo k interakci mezi jednotlivými částicemi a aby nedošlo přidáním částic do tekutiny ke změně vlastností.
- 4) Turbulence je homogenní.

Corrsin and Lumley (5) uvádějí pro platnost BBO rovnice následující dva vztahy:

$$\frac{d^2}{v} \frac{\partial u_F}{\partial x} \ll 1 \text{ a } \frac{u_F}{d^2} \frac{1}{\partial^2 u_F / \partial x^2} \gg 1$$

$$m_p \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi \rho_p d_p^3 (u_F - u_p) - m_p \frac{Du_F}{Dt} + \frac{1}{2} m_p \left(\frac{Du_F}{Dt} - \frac{du_p}{dt} \right) + 9 \sqrt{\frac{\rho_F \mu_F}{\pi \rho_p d_p}} \int_0^t \frac{D\tau}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + (m_p - m_F)g$$

Řešení BBO rovnice pro pohyb částice v proudovém poli vyjádřené pomocí Fourierova integrálu uvádí Hjelmfelt i Sommerfeld [1, 2] pro různá Stokesova čísla. Jak ale vyplynulo z našich rozborů, pro měření metodou PIV není rozsah uváděných závislostí poměru amplitud výchylek na Stokesově čísle dostatečný. Hjelmfelt [1] uvedl řešení rovnice BBO pro průběh rychlosti kapaliny u_F a rychlosti částice u_P vyjádřené pomocí Fourierova integrálu:

$$u_F = \int_0^{\infty} (\zeta \cos \omega t + \lambda \sin \omega t) d\omega$$

$$u_P = \int_0^{\infty} (\sigma \cos \omega t + \varphi \sin \omega t) d\omega$$

Řešením je rovnice popisující pohyb částice, jejíž fáze je zpožděná o úhel β a původní amplituda je přenásobena koeficientem η :

$$u_P = \int_0^{\infty} \eta [(\zeta \cos(\omega t + \beta) + \varphi \sin(\omega t + \beta))] d\omega$$

$$\text{kde: } \eta = \sqrt{(1 + f_1)^2 + f_2^2}$$

$$\text{a } \beta = \tan^{-1} \left[\frac{f_2}{1 + f_1} \right]$$

Funkce f_1 a f_2 jsou závislé na poměru hustot částice a kapaliny $s = \sigma_P / \sigma_F$ a na Stokesově čísle. Stokesovo číslo je definováno jako:

$$N_s = \sqrt{\frac{v}{\omega D^2}}$$

kde:

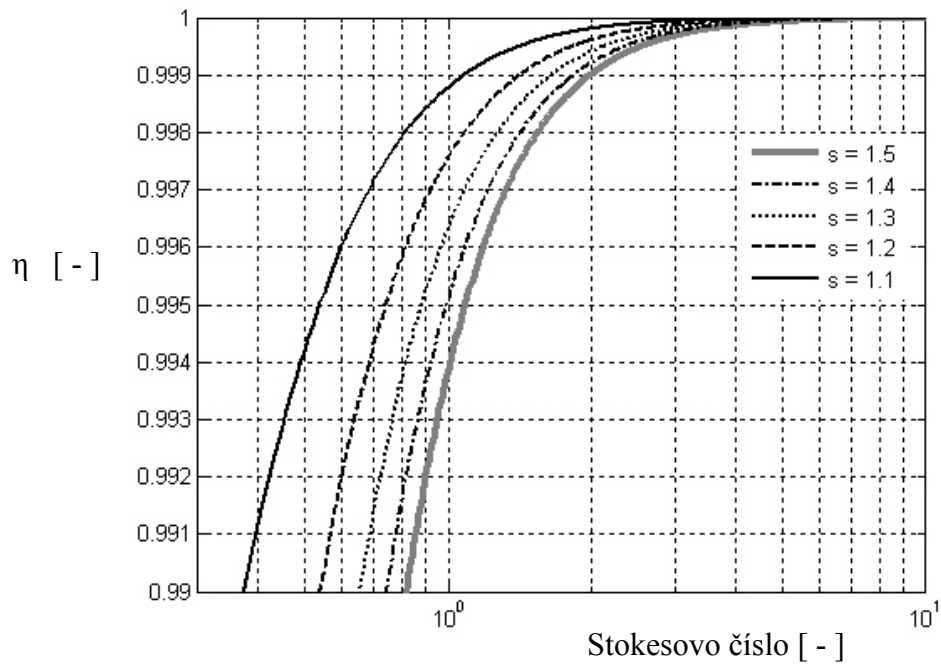
ω úhlová rychlost odpovídající maximální frekvenci rozruchů v proudě

v kinematická viskozita proudící tekutiny

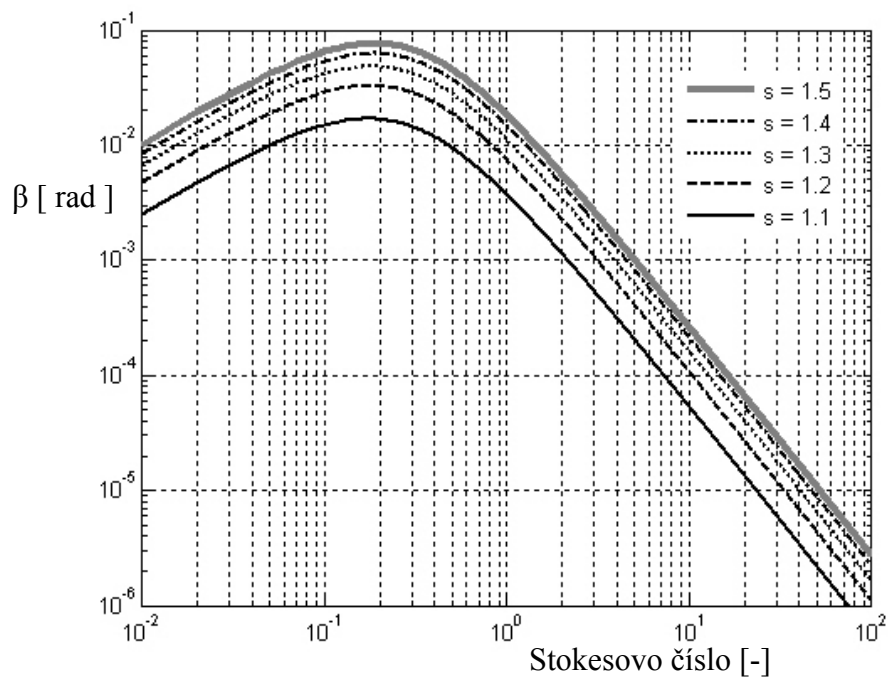
D velikost značkovací částice

Na základě znalostí uvedených rovnic je již možné vynést závislost odchylky pohybu značkovacích částic na Stokesově čísle a poměru hustot, přičemž přehled běžně používaných značkovacích částic uvádím v následující tabulce.

Částice používané pro měření v kapalinách				
Dynamická viskozita vody při 20 °C 1.002 10 ⁻³ [Pas]				
Materiál částice	Polyamid	Skleněné částice	Postříbřené skleněné částice	Fluorescenční částice
Hustota [kgm⁻³]	1030	1100 [kgm ⁻³]	1400 [kgm ⁻³]	1500 [kgm ⁻³]
Průměr [μm]	5 10 20	10	10	10 30 75
Reakční doba částice τ [μs]	1.42 5.71 22.843	6.10	7.76	8.32 74.850 467.81
Částice používané pro měření v kapalinách				
Dynamická viskozita vzduchu při 20 °C 1.71 10 ⁻⁵ [Pas]				
Materiál částice	Olej	Voda	Hliníkový prach	Expandované mikrokuličky
Hustota [kgm⁻³]	800	1000	2700	30
Průměr [μm]	1 1.5 3	1	0.3	40 100
Reakční doba částice τ [μs]	2.60 5.85 23.40	3.25	0.79	155.95 714.75



Obr.1 Závislost poměru amplitud na Stokesově čísle pro několik poměrů hustot částice a kapaliny používaných při měření ve vodě.

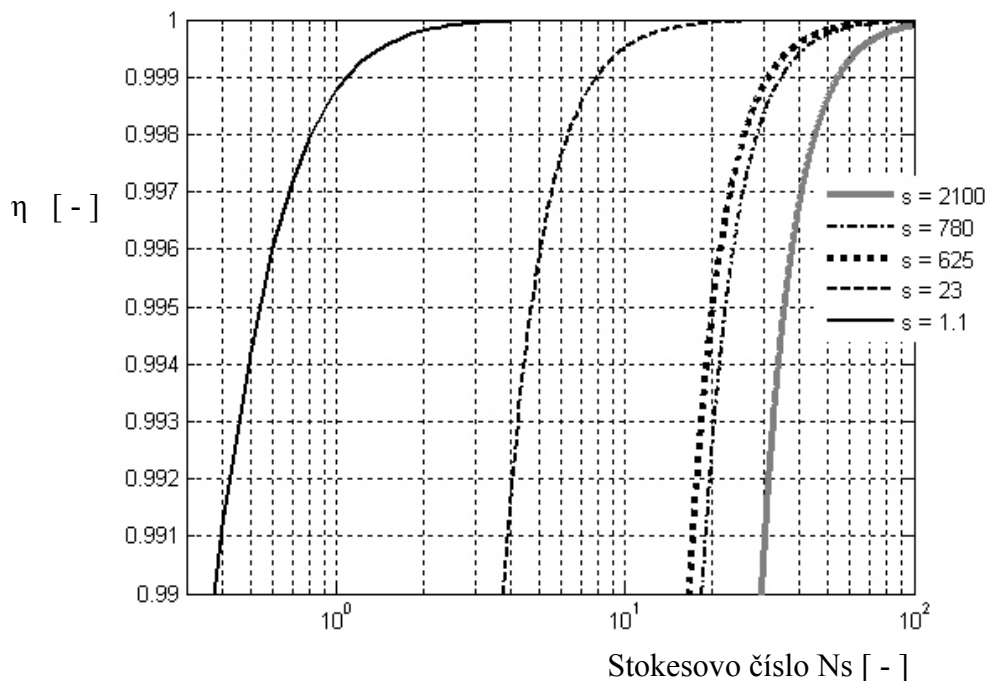


Obr. 2 Závislost fázového zpoždění na Stokesově čísle pro několik poměrů hustot částice a kapaliny používaných při měření ve vodě.

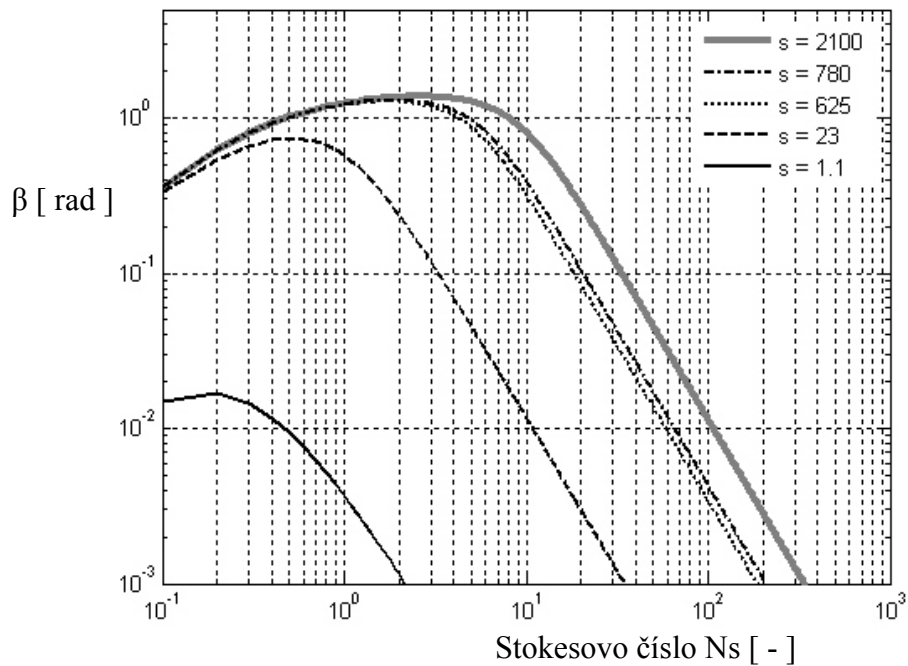
Z uvedeného je zřejmé, že pokud se budeme pohybovat v poměrech hustot kapaliny a částice do hodnoty 1.5, pak při hodnotě Stokesova čísla vyšším než 2 bude pokles amplitudy menší než jedna desetina procenta. Tato shoda je již dostatečná a za daných podmínek je možné považovat proudění tekutiny a pohyb částice za totožné. Obdobná závislost je vynesena i pro fázové zpoždění. Zde je jasně patrné, že při hodnotě Stokesova čísla dvě a více nabývá fázové zpoždění hodnot v řádech desetin radiánu. Shoda ve fázi je tedy o něco nižší než v amplitudě. Tento nedostatek však není nijak značný a při sledování nižších frekvencí, kde je kladen větší důraz na shodu pohybu částice a kapaliny je nutné použít takových částic, pro které je Stokesovo číslo vyšší než cca 5. Při vynesení závislosti pro poměry

hustot vyskytující se při měření ve vzduchu dojdeme k závěru, že při stejné požadované shodě v amplitudě je nutné se pohybovat v oblasti Stokesových čísel větších než cca 30 při poměru hustot do 780. Průběh fázového zpoždění a poměru amplitud na Stokesově čísle pro poměr hustot nejčastěji se vyskytujících při měření ve vzduchu je uveden na Obr.3 a Obr.4.

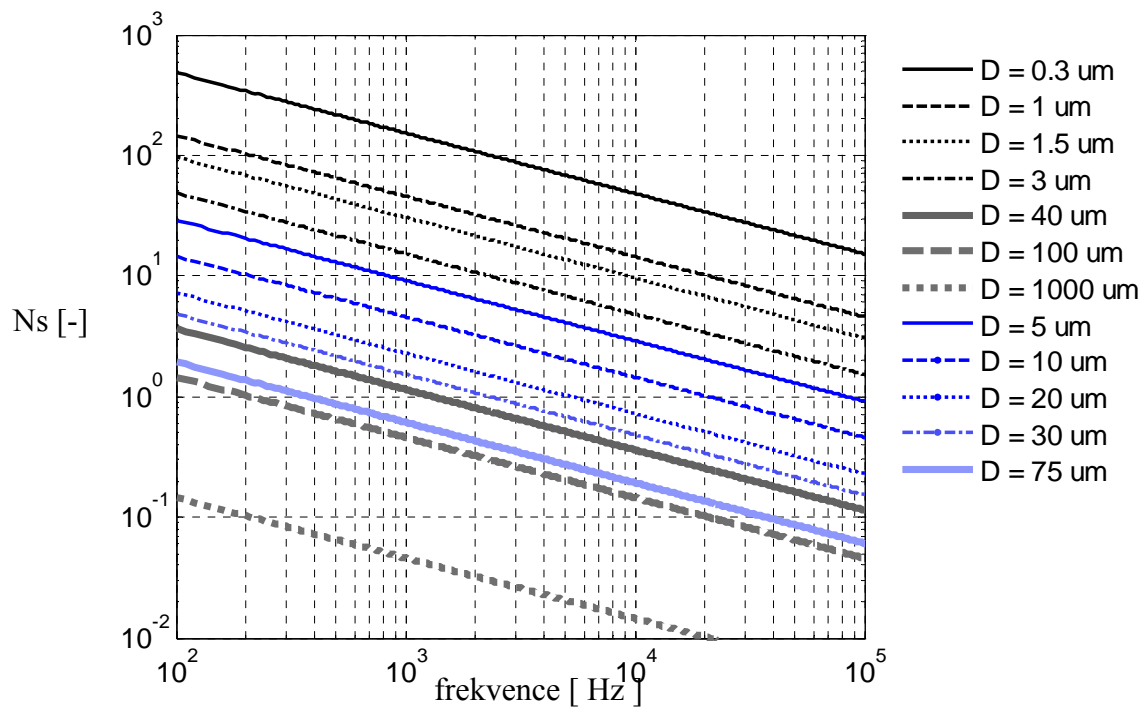
Jak je zřejmé z přehledu používaných částic, jsou hustoty částic používaných pro měření PIV v plynech velmi rozdílné. Měrnou hustotu nejllehčích značkovacích částic používaných při měření v plynech - heliových bublinek je možné považovat za rovnou 1.1, přesný údaj není snadné získat, protože hustota těchto částic závisí na konkrétním poměru hmotnosti těžší saponátové „slupky“ bublinky a její heliové náplni.



Obr.3 Závislost poměru amplitud na Stokesově čísle pro několik poměrů hustot značkovacích částic používaných při měření ve vzduchu.



Obr.4 Závislost fázového zpoždění na Stokesově čísle pro několik poměrů hustot značkových částic používaných při měření ve vzduchu.



Obr.5 Závislost N_s na frekvenci pro jednotlivé typy značkových částic. Modře jsou vyneseny závislosti N_s na frekvenci pro částice ve vodě, černě pak pro částice ve vzduchu.

Mezi jedny z nejtěžších částic se kterými se můžeme v praxi setkat je hliníkový prach. Rozdíl o tři řády v měrných hustotách vztažených na hustotu proudícího plynu je příčinou značných rozdílů ve vynesných závislostech. Z těchto důvodů není možné obecně stanovit mezní hodnotu Stokesova čísla a je nutné ji pro požadovanou shodu pohybu částice a kapaliny a pro příslušnou hodnotu měrné hustoty odečíst z uvedených grafů. Zůstává však nezodpovězena otázka jakých dosahujeme hodnot Stokesova čísla při použití jednotlivých druhů značkovacích částic o různých průměrech a v tekutinách s rozdílnou viskozitou. Závislost Stokesova čísla vypočteného z definice na frekvenci rozruchů a průměru částic pro měření ve vodě a ve vzduchu je uvedena na Obr.5. V grafu jsou uvedeny dvě sady průměrů

částic, modře jsou označeny závislosti vynesné pro částice pohybující se ve vodě, černě pak závislosti pro značkovací částice ve vzduchu.

Závěr

Vhodnost použití jednotlivých druhů značkovacích částic při měření nestacionárního proudění metodou PIV je nutné kontrolovat pomocí hodnoty Stokesova čísla pro maximální předpokládané frekvence rozruchů. Je-li hodnota Stokesova čísla vypočtená pro danou částici, tekutinu a frekvenci menší než mez stanovená pro maximální povolenou odchylku, není možné zvolený druh částic použít pro měření zvolených frekvencí a je nutné použít buď částic stejných vlastností ale menšího poloměru nebo částic s hustotou bližší hustotě sledované tekutiny.

Literatura

- [1] Hjelmfelt A. T., Mockros L. F., Motion of Discrete Particles in a Turbulent Fluid, Appl. Sci. Res. Vol. 16, 149-161, 1966
- [2] Sommerfeld M., Theoretical and Experimental Modelling of Particle Flows, lecture series 2000-2006, von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2000
- [3] Hesham M. El-Batsh., Modeling Particle Deposition on Compressor and Turbine Blade Surfaces, dissertation, Vienna University of Technology, Vienna, 2001
- [4] Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Y., Multiphase Flows with Droplets and Particles, ISBN 0-8493-9469-4, CRC Press, USA, 1998
- [5] Corsin, S. and J. Lumeley, Appl. Sci. Res. 114, 1956

Poděkování

Tento projekt je podporován z prostředků VCJB