

NURBS solids

Jana Procházková

Ústav matematiky, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně
Technická 2, 616 69 Brno

`prochazkova.j@fme.vutbr.cz`

Mnohá grafická studia používají NURBS tělesa jako základní primitiva při tvorbě scény. Hlavním důvodem je velmi snadná možnost editace a práce s objekty při free-form modelování.

Princip tvorby obecných NURBS ploch je založen na tenzorovém součinu. Tomuto geometrickému problému se věnujeme v článku [1]. Snažíme se spojit algebraický a geometrický pohled na problematiku. Uvažujme, že máme obecnou třídu křivek nad stejným váhovým i uzlovým vektorem. Tyto křivky vytváří třídu křivek, které jsou při různých řídicích bodech vzájemně projektivně invariantní. Názorným příkladem je eliptický oblouk pro váhový vektor $(1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$. Volbou kontrolních bodů dostáváme elipsy a při vhodných souřadnicích mohou být tyto eliptické oblouky například vzájemně osově souměrné. Zobecněním této myšlenky dostáváme abstraktní plochu a třídu abstraktních ploch. Tímto způsobem lze korektně definovat tenzorový součin mezi dvěma křivkami jako výslednou plochu.

Při implementaci NURBS těles se používají speciální kontrolní sítě bodů, váhy a uzlové vektory. Ucelený přehled o NURBS objektech je v knize [2], která obsahuje i základní algoritmy. NURBS objektům jsem se také věnovala v části své disertační práce [4]. Výsledky byly použity při tvorbě NURBS modulu do aplikace RFEM 3D.

Naprogramovaný modul, jehož zdrojové kódy jsou součástí disertace, obsahuje klasická tělesa – kužel, válec, koule, anuloid, hranol, dále rotační tělesa a rovinu. Zadání těchto objektů je konvenční. Uživatel má možnost určit také počet rovnoběžek a poledníků či úhel rozvření tělesa. U každého objektu jsou možnosti úpravy – změna polohu bodů, jejich váhy, změna uzlového vektoru.

Pro obecné NURBS plochy byla vytvořena třída `SNurbs`. Tělesa byla implementována jako samostatné třídy, které jsou potomky třídy `SNurbs` a to z důvodu přístupu metody pro výpočet obecných bodů ploch. Systém implementace pro každé těleso je stejný. Uživatel zadá vstupní hodnoty pro dané těleso, v konstruktoru příslušné třídy se vstup zkontroluje metodou `test` a pokud je vše v pořádku, tak se metodou `spoctiParametry` vypočítají základní parametry pro obecnou plochu (řídicí body, váhy, uzlové vektory). Poté lze využít zděděnou metodu rodičovské třídy `SNurbs` pro vykreslení plochy.

Při zpracování jednotlivých objektů se objevilo několik problémů. Velmi zajímavým úkolem je výpočet vah řídicích bodů pro tělesa s kruhovou základnou s úhlem rozvření v intervalu $(0, 360)$ stupňů. Řídicí body tvoří částečné kruhové oblouky, které je nutné rozdělit na stejné úseky menší než devadesát stupňů a následně

jim přiřadit souřadnice i váhy. Odvození váhy prostředního bodu je uvedeno v [3] a je založeno na speciálním případě při odvozování vah kuželosečkových oblouků. (podrobně popsáno také v disertaci [4], kapitola 2, str. 48–53).

Kontrola vstupních údajů obsahuje několik geometrických problémů, například určení, zda body neleží na jedné přímce, kontrola kolmosti čar v prostoru a další.

Výzkum byl podporován Grantovou agenturou České republiky, grant GACR 205/09/1469.

Reference

- [1] Martišek, D. – Procházková, J. Relation between Algebraic and Geometric View on NURBS Surfaces. *Applications of mathematics.*, 2010, Vol. 55(5), s. 419–430.
- [2] Piegl, L. – Tiller, W. *The NURBS Book*. Berlin:Springer-Verlag, 1997. ISBN 3-540-61545-8.
- [3] Fisher, J. – Lowther, J. – Shene, Ch. K.: If You Know B-Splines Well, You Also Know NURBS! SIGCSE'04, Virginia, 2004.
- [4] Procházková, J. *Modelování matematických ploch v CAD systémech*. Disertační práce. 2007.