

# Plazmonika

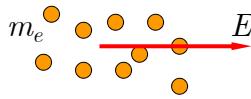
## **Povrchové plazmony v integrované optice**

Typické aplikace:

1. vlnovodné polarizátory
2. SPR senzory
3. vlnovodné struktury využívající povrchové plazmony (plazmonika)

## Permitivita kovu (Drudeho model)

„volný“ elektronový plyn v elektromagnetickém poli



Pohybová rovnice:  $-m_e \ddot{x} - m_e \gamma \dot{x} - eE = 0$

Pro harmonické pole  $E = E_0 \exp(-i\omega t)$

získáme ustálené řešení:  $x_0 = \frac{-eE_0}{m_e \omega^2 + im_e \gamma \omega}$

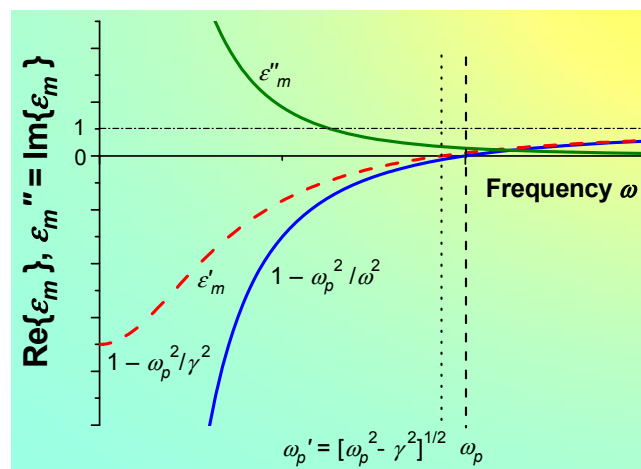
Polarizace:  $P_0 = -n_e e x_0 = \frac{-e^2 n_e}{m_e \omega^2 + im_e \gamma \omega} E_0 = \epsilon_0 \chi E_0$

Permitivita:  $\epsilon_m = 1 + \chi = 1 - \frac{e^2 n_e / (m_e \epsilon_0)}{\omega^2 + i\gamma \omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma \omega}$

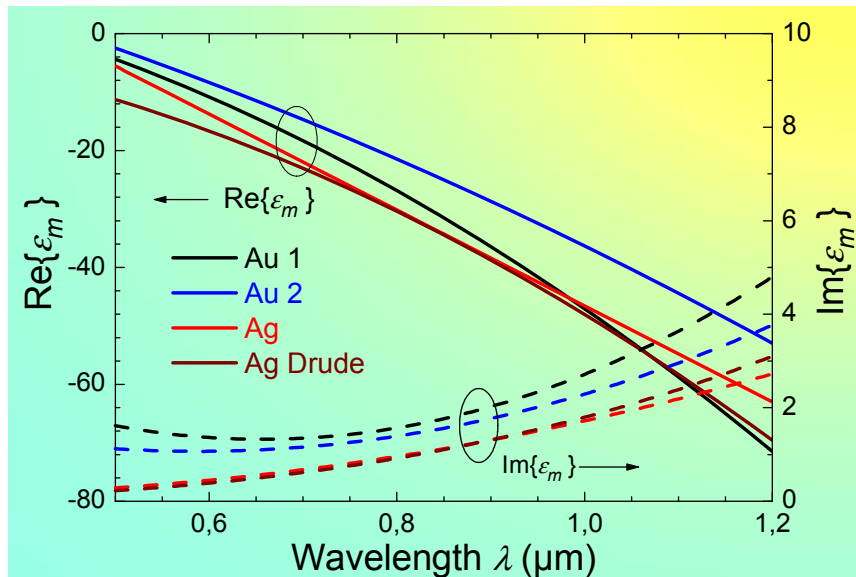
Plazmová frekvence  $\omega_p = e \sqrt{\frac{n_e}{m_e \epsilon_0}}$

## Disperze kovu (Drudeho model)

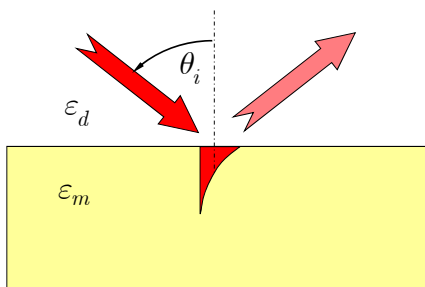
$$\epsilon_m = \epsilon'_m + i\epsilon''_m = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$$



## Disperze kovu (experimentální data)



## Odraz optického záření od rozhraní s kovem



$$R^{TE} = \frac{\sqrt{\varepsilon_d - N^2} - \sqrt{\varepsilon_m - N^2}}{\sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \sqrt{\varepsilon_m - N^2}}$$

$$R^{TM} = \frac{\frac{\sqrt{\varepsilon_d - N^2}}{\varepsilon_m} - \frac{\sqrt{\varepsilon_m - N^2}}{\varepsilon_d}}{\frac{\sqrt{\varepsilon_d - N^2}}{\varepsilon_m} + \frac{\sqrt{\varepsilon_m - N^2}}{\varepsilon_d}}$$

$$N = \sqrt{\varepsilon_d} \sin \theta_i$$

Pro **reálná**  $\varepsilon_m < 0$ ,

$$\sqrt{\varepsilon_m - N^2} = i\sqrt{N^2 - \varepsilon_m}$$

$$\text{and } |R^{TE}| = |R^{TM}| = 1.$$

Pro **komplexní**  $\varepsilon_m$ ,

$$|R^{TE}| < 1, \quad |R^{TM}| < 1.$$

## Povrchová plazmová vlna

(povrchový plazmon-polariton, povrchový plazmon)

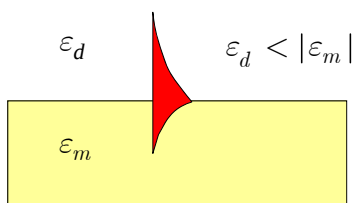
Vzájemně vázaná elektromagnetická a nábojová povrchová **vlna**  
localizovaná na rozhraní mezi dielektrikem a kovem

Pól  $R(N^2) \Rightarrow N^2$  povrchové vlny

TE:  $\sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \sqrt{\varepsilon_m - N^2} = 0$  neexistuje řešení

TM:  $\varepsilon_m \sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \varepsilon_d \sqrt{\varepsilon_m - N^2} = 0$  **povrchový plazmon**

$$N_{SP} = \sqrt{\frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_d + \varepsilon_m}}$$



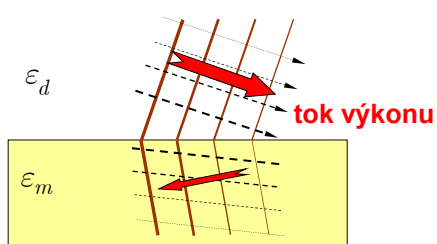
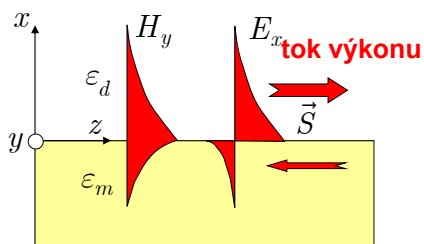
## Rozložení pole povrchového plazmonu

$$H_y(x, z) = H_0 e^{ik_0 N z} \begin{cases} e^{-k_0 \sqrt{N^2 - \varepsilon_d} x}, & x > 0 \\ e^{k_0 \sqrt{N^2 - \varepsilon_m} x}, & x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1/k_0 \sqrt{N^2 - \varepsilon_d} = 265 \text{ nm} \\ 1/k_0 \sqrt{N^2 - \varepsilon_m} = 26 \text{ nm} \end{cases}$$

$$E_x(x, z) = Z_0 N H_0 e^{ik_0 N z} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_d} e^{-k_0 \sqrt{N^2 - \varepsilon_d} x}, & x > 0 \\ \frac{1}{\varepsilon_m} e^{k_0 \sqrt{N^2 - \varepsilon_m} x}, & x < 0 \end{cases}$$

Pro  $\gamma = 0$ ,  $\text{Im}\{N\} = 0$

Pro  $\gamma > 0$ ,  $\text{Im}\{N\} > 0$

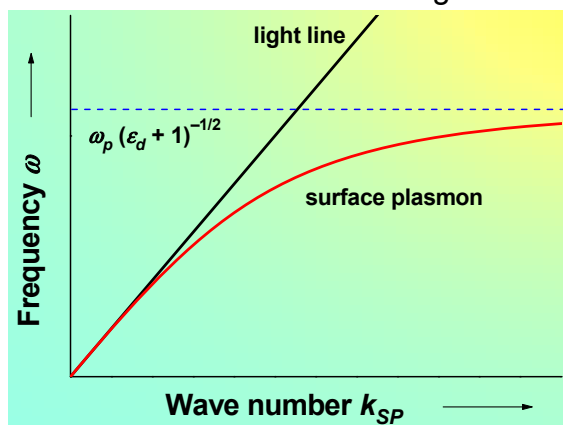


## Disperzní vlastnosti povrchového plazmonu

Pro  $\gamma = 0$ ,  $\omega < \omega_p / \sqrt{(\epsilon_d + 1)}$

$$k_{SP} = \frac{\omega}{c} N_{SP} = \frac{\omega n_d}{c} \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2 (\epsilon_d + 1)}}$$

"light line"  $\rightarrow$  faktor  $< 1$

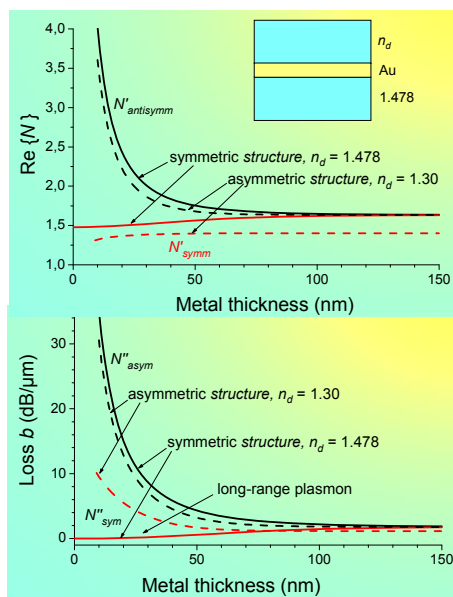
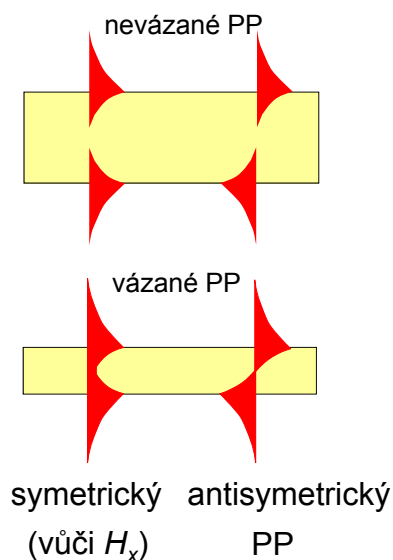


$$\text{Re}\{N_{SP}\} > n_d \Rightarrow$$

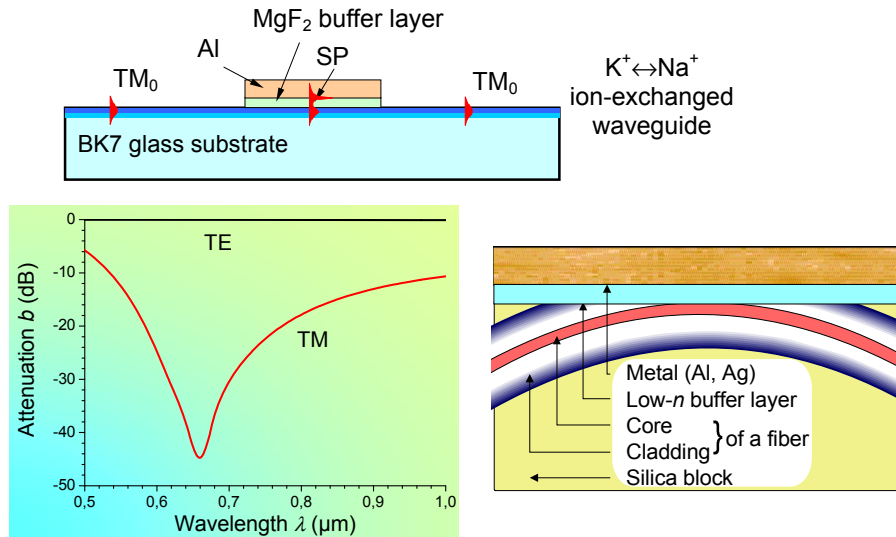
PP je **pomalá vlna**

nemůže být excitována  
zářením z dielektrika

## Povrchové plazmony na kovové vrstvě



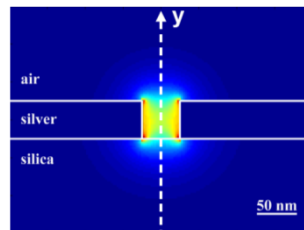
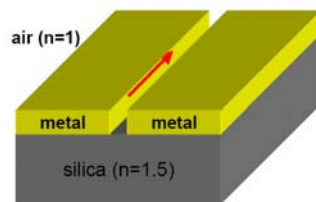
## Vlnodný polarizátor založený na rezonanční excitaci PP



## „Plazmonika“

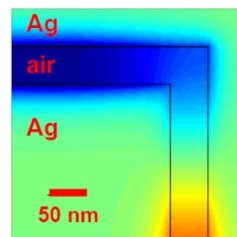
(„fotonika“ využívající povrchových plazmonů)

2D vedení povrchového plazmonu

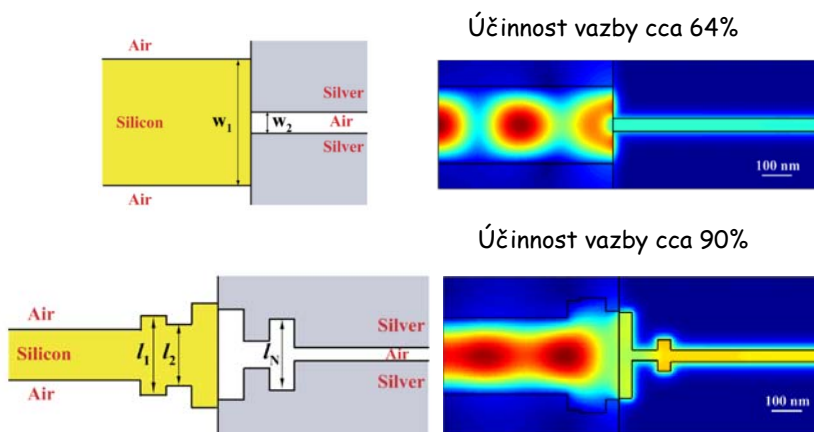


SP umožňuje lokalizovat optické záření ve velmi malém objemu, Silný útlum v důsledku „ohmických“ ztrát v kovovém materiálu umožňuje šíření jen na vzdálenosti řádu 1-100  $\mu\text{m}$

90° ohyb



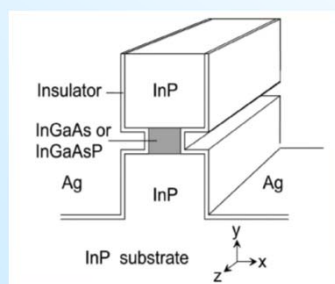
## Přechod mezi vlnovodem SOI a plazmonovým vlnovodem



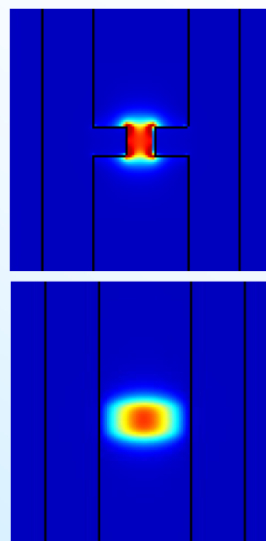
G. Veronis, S. Fan, OWTNM 2006, p. 12  
(Stanford university)

## Koncept „plazmonového polovodičového laseru“

(M. Hill, ECIO 2007)

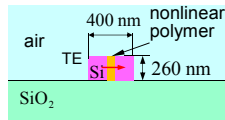


Rozměry aktivní oblasti laseru  
 $26 \times 26 \times 82 \text{ nm}$



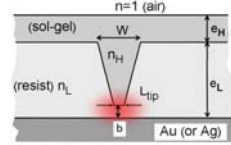
# HYBRID DIELECTRIC-PLASMONIC SLOT WAVEGUIDE (HDPSW)

SOI "slot waveguide"



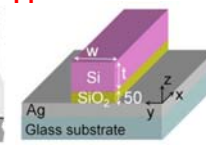
C. Koos & al., *Nat. Photonics* 3(4), 16–219 (2009)

PIROW – plasmonic inverted rib optical waveguide



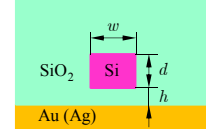
H. Benisty and M. Besbes, *J. Appl. Phys.* 108(6), 063108 (2010).

??

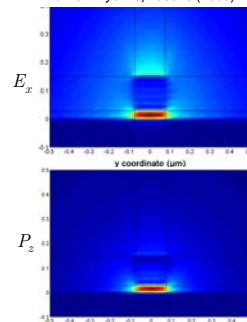
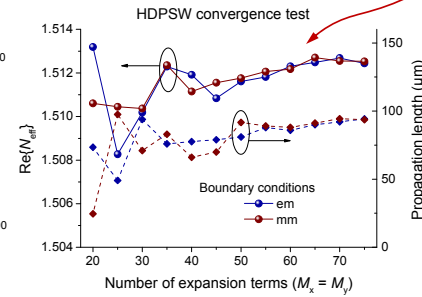
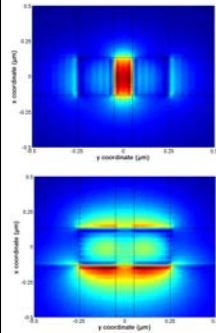


H.-S. Chu & al., *J. Opt. Soc. Am. B* 28(12), 2895 (2011) (others, too)

Hybrid dielectric-plasmonic slot waveguide (HDPSW)

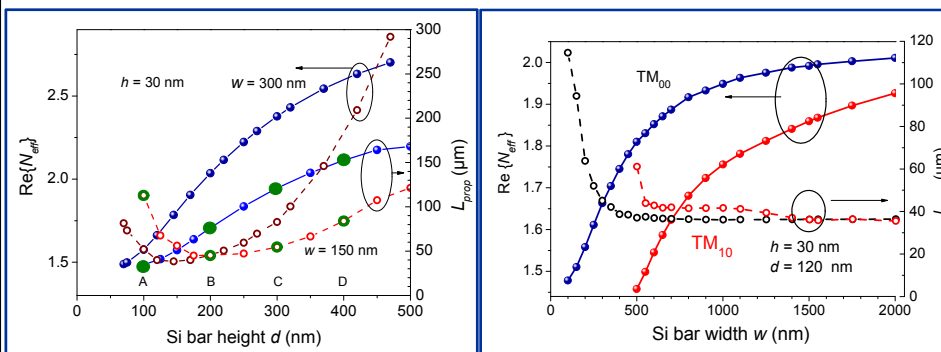


R. F. Oulton & al., *Nat. Photonics* 2, 496 (2008); R. F. Oulton & al., *New J. Phys.* 10, 105018 (2008)



## HDPSW PROPERTIES

Influence of basic geometric parameters



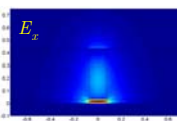
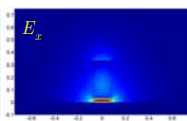
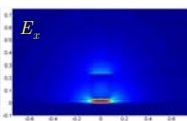
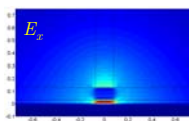
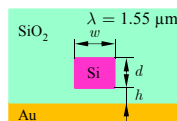
w = 150 nm

A: d = 100 nm

B: d = 200 nm

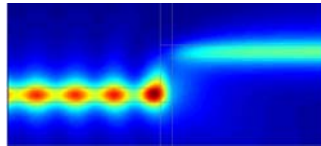
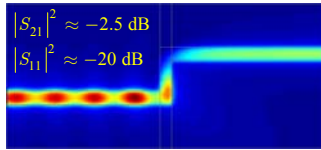
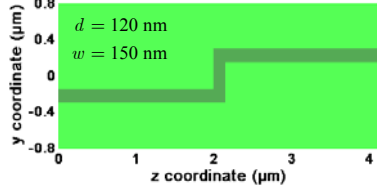
C: d = 300 nm

D: d = 400 nm

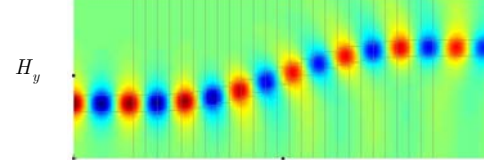
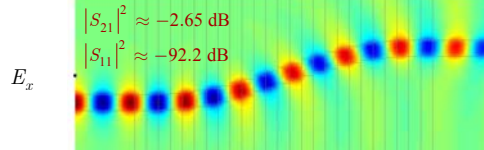
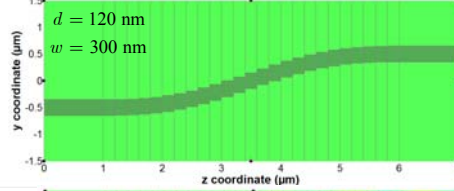


## HDPSW DEVICES

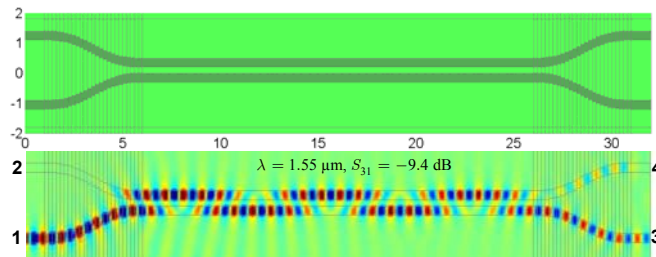
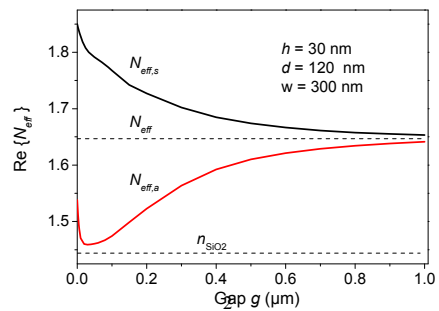
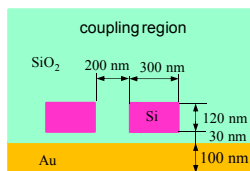
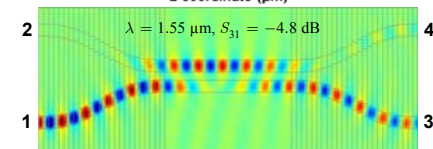
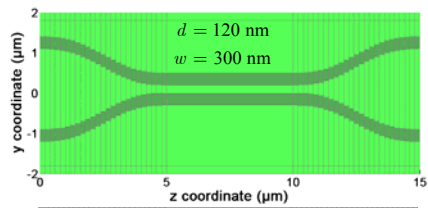
HDPSW sharp S bend



HDPSW smooth S bend

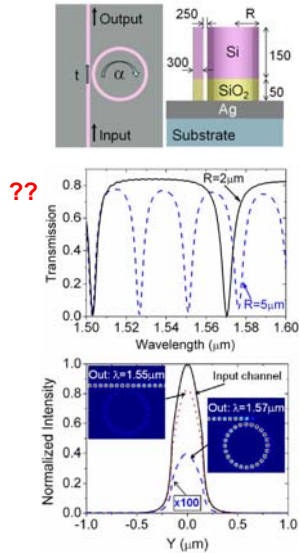


## DIRECTIONAL COUPLER

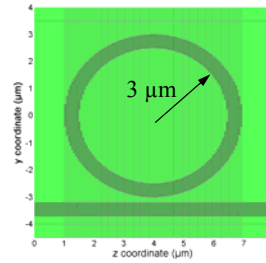


## RING MICRORESONATOR

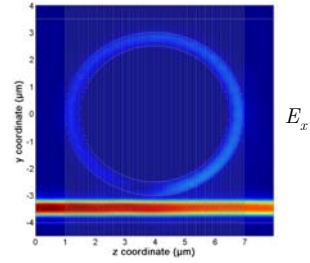
H.S. Chu et al., JOSA B **28**, 2895 (2011)



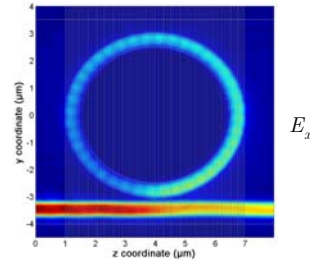
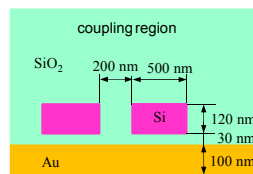
Present work



Off-resonance:  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ,  $S_{21} = -2 \text{ dB}$

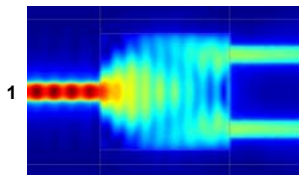
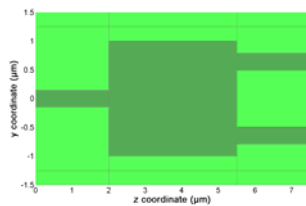


≈ On-resonance:  $\lambda = 1.57 \mu\text{m}$ ,  $S_{21} = -4 \text{ dB}$



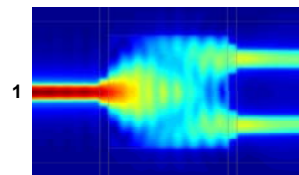
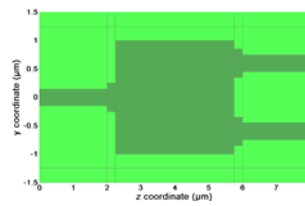
## MULTIMODE INTERFERENCE COUPLER

1x2 MMI – simple configuration



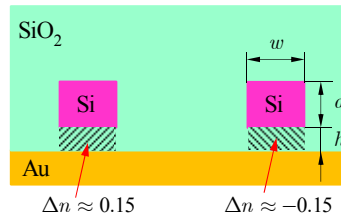
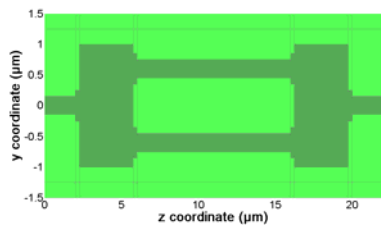
$S_{11} = -24 \text{ dB}$ ,  
 $S_{21} = -6 \text{ dB}$

1x2 MMI – improved configuration

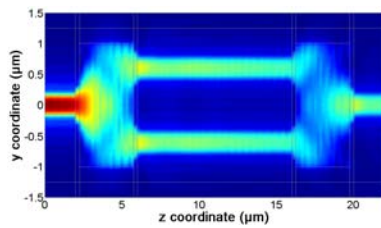


$S_{11} = -51 \text{ dB}$ ,  
 $S_{21} = -5.5 \text{ dB}$

## MACH-ZEHNDER INTERFEROMETER



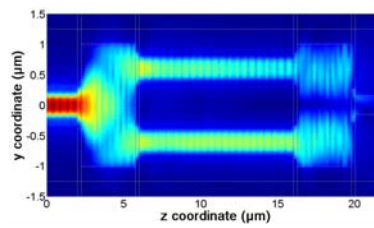
“On” state



$$S_{11} = -37 \text{ dB}$$

$$S_{21} = -6 \text{ dB}$$

“Off” state



$$S_{11} = -25 \text{ dB}$$

$$S_{21} = -21 \text{ dB}$$

# Optické senzory

## Optické vláknové senzory

### *Základní typy vláknových senzorů:*

1. Extrinsické: optické vlákno slouží **k přenosu** informace (signálu)
2. Intrinsické (vlastní): vlákno slouží **jako čidlo**
3. Smíšené (nelze jednoznačně odlišit obě funkce)

### *Příklady extrinsického senzoru:*

Optická závora s vláknovým vstupem a výstupem;  
Senzor chemických veličin založený na fotoluminiscenci

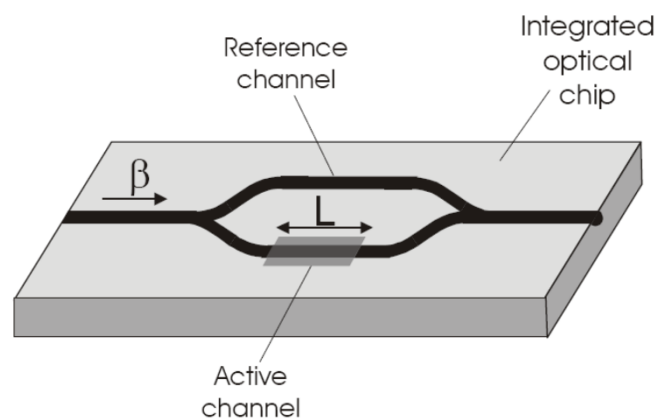
### *Příklady intrinsického senzoru:*

Vlákno s Braggovou mřížkou; vláknový gyroskop

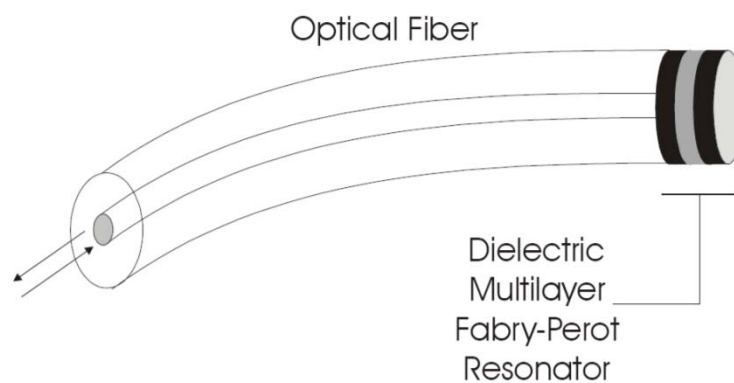
### *Příklady smíšeného senzoru:*

Čidlo polohy založené na vazbě mezi vlákny;  
Biochemický senzor využívající rezonanční excitace  
povrchových plazmonů

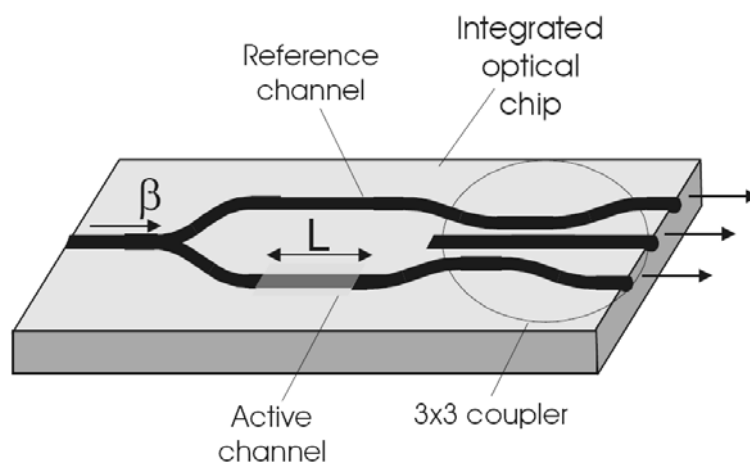
## Vlnovodný senzor na bázi Machova – Zehnderova interferometru



## Vláknový senzor s Fabryovým- Perotovým interferometrem

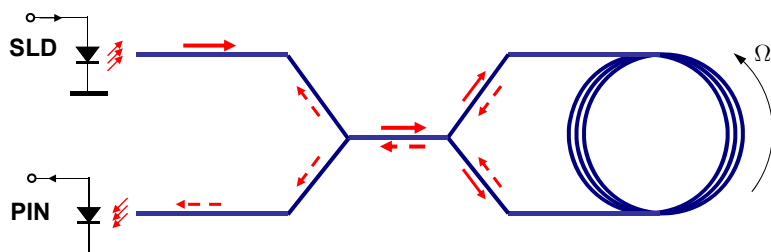


## Vlnovodný Machův – Zehnderův interferometr s vazebním členem 3×3



## Vláknový optický gyroskop

Sagnakovův fázový posuv optického záření — **relativistický efekt**



Rotuje-li smyčka vůči inerciální soustavě úhlovou rychlostí  $\Omega$ ,  
vzniká mezi vlnami šířícími se v opačných směrech **fázový posuv**

$$\Delta\varphi_S = \frac{2\pi}{\lambda c} LD\Omega = \frac{8\pi^2}{\lambda c} R^2 N\Omega,$$

$D$  je průměr cívky,  $R$  poloměr,  $N$  počet závitů,  $L$  celková délka vlákna,  
 $\lambda$  vlnová délka optického záření (ve vakuu)

### Aproximativní odvození Sagnakova posuvu s pomocí speciální teorie relativity

Označme  $t^+$  resp.  $t^-$  dobu průchodu optického záření smyčkou ve směru  
úhlové rotace a v protisměru. Fázový posuv je pak dán výrazem

$$\Delta\varphi_S = \omega(t^+ - t^-), \quad \text{v němž } \omega = 2\pi c / \lambda \text{ je kruhová frekvence záření.}$$

Označme podobně  $v^+$  resp.  $v^-$  fázovou rychlost optického signálu šířícího se  
ve směru rotace a v protisměru. Pak

$$\Delta\varphi_S = \omega \left( \frac{L}{v^-} - \frac{L}{v^+} \right) = \frac{2\pi c L}{\lambda} \left( \frac{1}{v^-} - \frac{1}{v^+} \right)$$

Podle pravidla pro relativistické skládání rychlostí  $v = (v_1 + v_2) / (1 + v_1 v_2 / c^2)$

platí  $v^\pm = \frac{\frac{c}{n} \pm R\Omega}{1 \pm \frac{R\Omega}{nc}}$ , kde  $c/n$  je fázová rychlost šíření vidu ve vlákne,

$R\Omega$  je postupná obvodová rychlost bodu na obvodu smyčky.

Za dobu  $t^\pm$  se smyčka pootočí o úhel  $\Omega t^\pm$ , dráha se tedy prodlouží (zkrátí) o  $\pm R\Omega t^\pm$ :

$$\text{Pak } t^\pm = \frac{2\pi R N \pm \Omega R t^\pm}{v^\pm}, \quad \text{neboli } t^\pm = \frac{2\pi R N}{v^\pm} \left( 1 \pm \frac{\Omega R}{v^\pm} \right) \approx \frac{2\pi R N}{v^\pm} \left( 1 \pm \frac{n\Omega R}{c} \right).$$

Poněvadž  $\frac{1}{v^{\pm}} = \frac{1 \pm \frac{R\Omega}{nc}}{\frac{c}{n} \pm R\Omega} \approx \frac{n}{c} \left( 1 \pm \frac{R\Omega}{nc} \right) \left( 1 \mp \frac{nR\Omega}{c} \right)$ , platí v prvním řádu  $\Omega$

$$t^{\pm} \approx \frac{2\pi RNn}{c} \left( 1 \pm \frac{n\Omega R}{c} \right) \left( 1 \pm \frac{R\Omega}{nc} \right) \left( 1 \mp \frac{nR\Omega}{c} \right) \approx 2\pi RN \left( \frac{n}{c} \pm \frac{R\Omega}{c^2} \right).$$

Pro Sagnakov posuv pak dostaneme

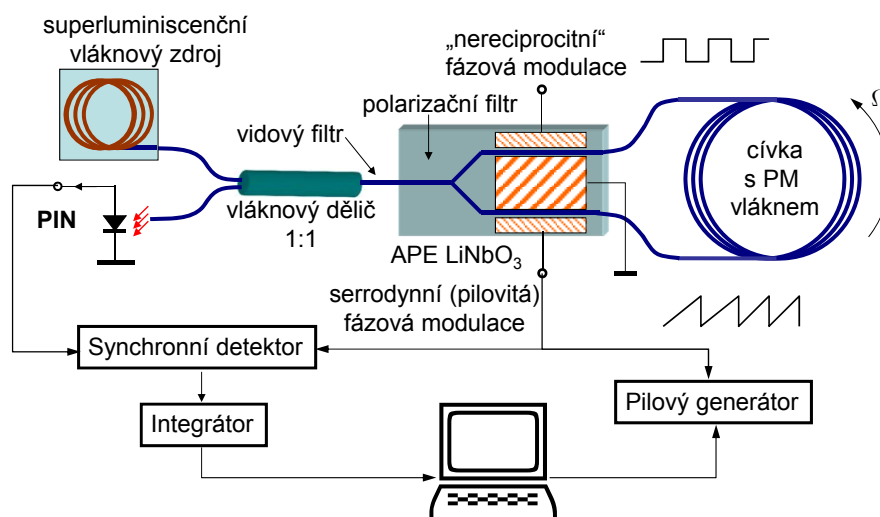
$$\Delta\varphi_S = \omega(t^+ - t^-) = 4\omega\pi RN \frac{R\Omega}{c^2} = \frac{8\pi^2}{\lambda c} R^2 N \Omega = \frac{2\pi}{\lambda c} LD\Omega.$$

Pro aplikaci v gyroskopech je zásadní, že **Sagnakov posuv nezávisí na indexu lomu** vlákna. Nemhou se proto uplatnit ani jeho fluktuace (např. vlivem teploty aj.)

Řádový odhad velikosti Sagnakova posuvu: pro  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ,  $L = 1 \text{ km}$ ,  $D = 10 \text{ cm}$  a  $\Omega = 15^\circ/\text{hod.}$  (rychlost úhlové rotace Země) je  $\Delta\varphi_S = 1.52 \times 10^{-4} \text{ rad} = 8.7 \times 10^{-3}^\circ$ .

Aplikace v inerciální navigaci vyžadují měřit úhlovou rotaci v rozmezí cca  $0,2^\circ/\text{h}$  až po  $720^\circ/\text{s}$ , tj. v rozmezí téměř 8 řádů (!!!)

### Technická realizace vláknového optického gyroskopu



## Popis funkce

„Nereciproční“ modulace (obdélníková nebo sinusová) s periodou  $T \approx t^{\pm}$

- nastavuje pracovní bod do inflexního bodu fázové charakteristiky
- umožňuje tak rozlišit směr rotace a zvýšit citlivost

Serodynní modulace se zdvihem  $2\pi$  posouvá kmitočet optické vlny o opakovací frekvenci modulátoru  $f$ . Tím dochází k fázovému posuvu  $\Delta\varphi = 2\pi fT$ , jímž se kompenzuje Sagnakov posuv. Výstupem je pak *frekvence* úměrná Sagnakovu posuvu.

## Aplikace

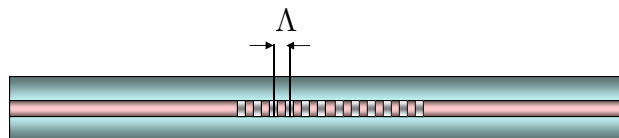
Vojenství (navigace letadel, navádění raket, ...)

Inerciální navigace dopravních letadel ( $3 \times$  gyroskop pro 3 osy +  $3 \times$  akcelerometr)

Levné gyroskopy – automobilový průmysl (regulace tuhosti nápravy podle kmitání poloosy detekované vláknovým gyroskopem)

....

## Braggovské mřížky v optickém vlákně - 1



$$k = \frac{2\pi}{\lambda_B} N_{eff} \quad 2k = K \Rightarrow \Lambda = \frac{\lambda_B}{2N_{eff}}$$

$$K = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

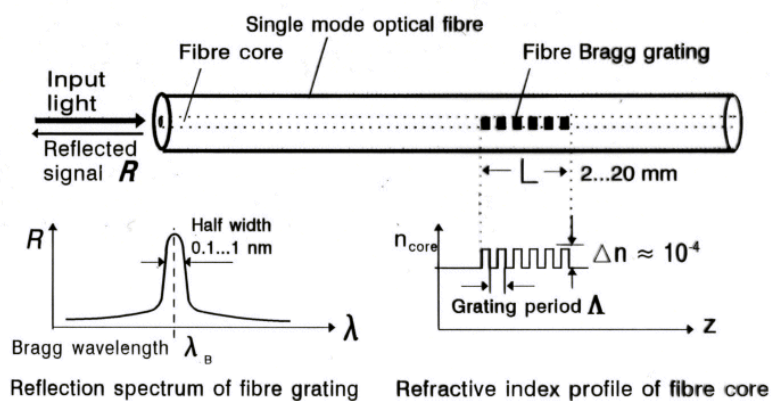
Braggovské mřížky **zpětně odrážejí** optické záření v úzkém pásmu vlnových délek

Vytváření: holografický záznam UV expozici (excimerový KrF laser)

Aplikace: měření deformací, namáhání, pnutí, teploty

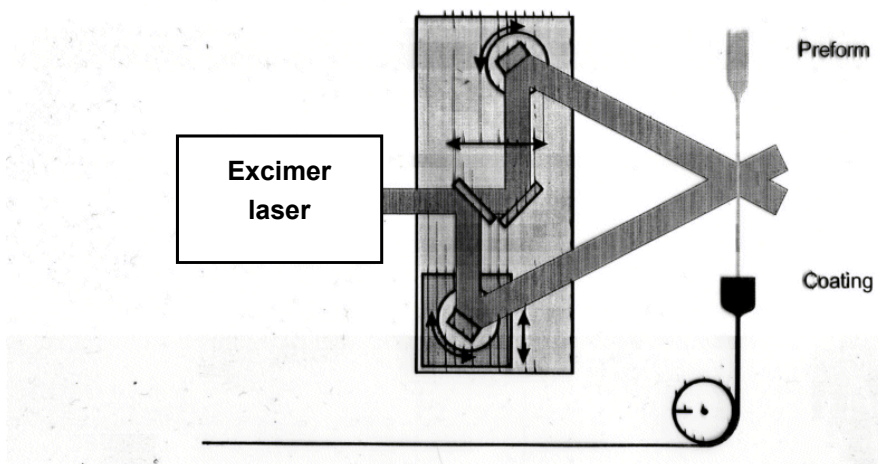
## Braggovské mřížky v optickém vlákně - 2

### Structure of Optical Fibre Gratings

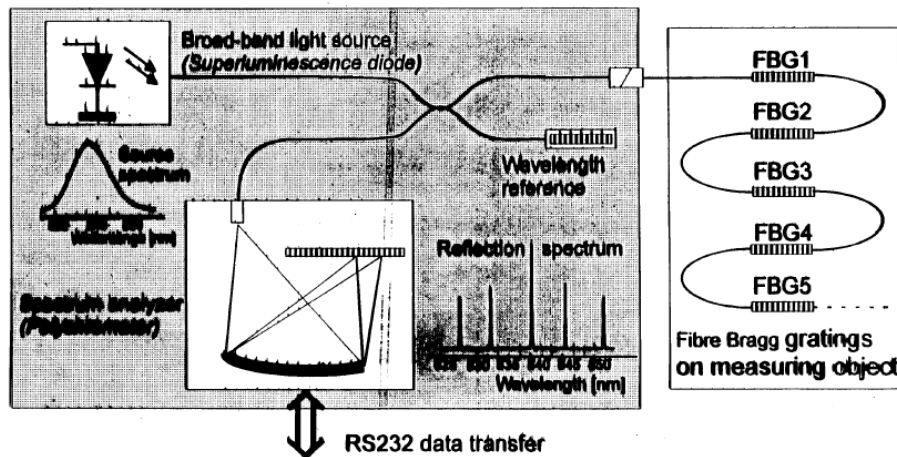


### „Zápis“ mřížek UV zářením do jádra vlákna

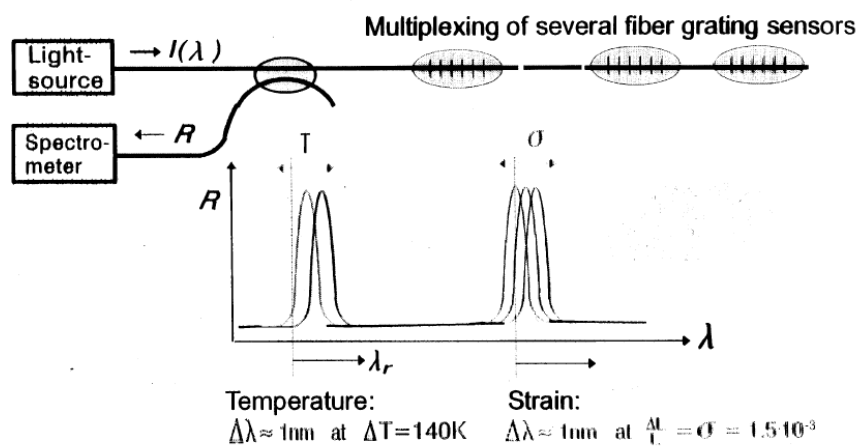
Fibre Grating Inscription in Interferometer Arrangement during Fibre Drawing Process



## Spectroscopic Evaluation of Fibre-Optic Sensor Network

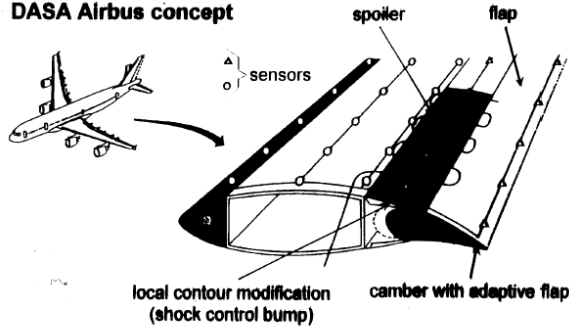


## Application of Optical Fiber Gratings Sensor Network for Measurement of Temperature and Strain



## Adaptive wing

### DASA Airbus concept

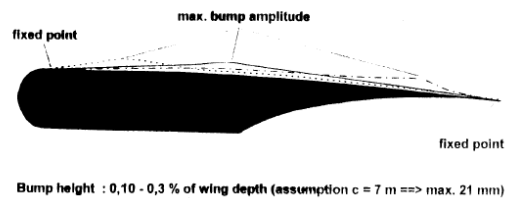


#### objectives:

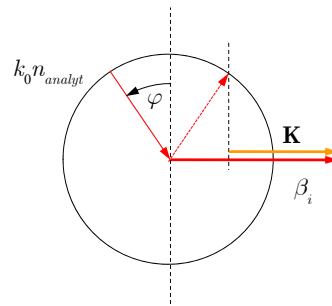
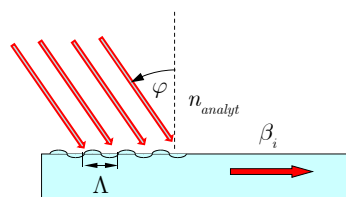
- improved fuel economy
- increased payload
- lower operating costs

#### Bragg grating application:

measurement of the contour modification  
of variable wing geometries (e.g. position  
of the shock control bump).



## Vlnovodný senzor založený na excitaci vlnovodu mřížkou



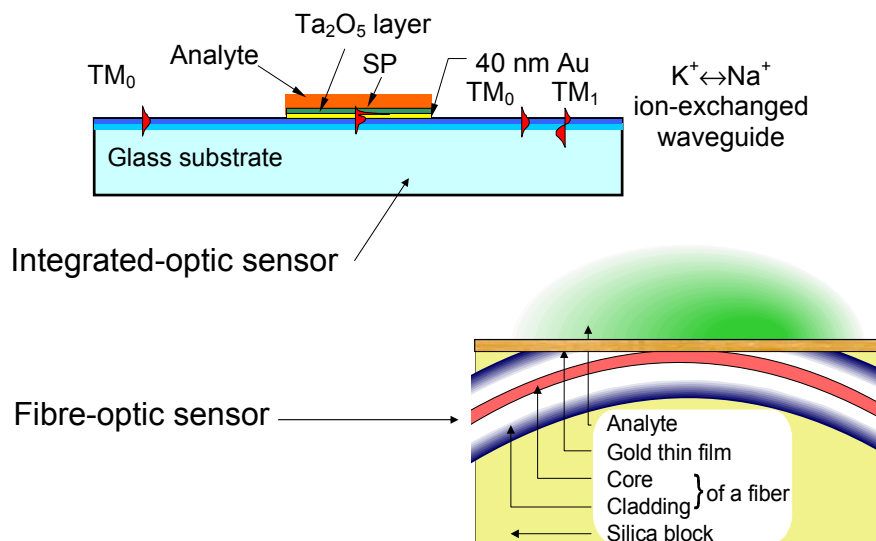
$$\beta_i = k_0 N_i = k_0 n_{\text{analyt}} \sin \varphi + K$$

$$k_0 N_i = k_0 n_{\text{analyt}} \sin \varphi + K, \quad n_{\text{analyt}} = \frac{N_i - \lambda/\Lambda}{\sin \varphi},$$

$$\delta n_{\text{analyt}} = -\left(N_i - \lambda/\Lambda\right) \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} \delta \varphi = -\frac{N_i - \lambda/\Lambda}{\sin \varphi \tan \varphi} \delta \varphi$$

Měřením malých změn synchronního úhlu  $\varphi$   
můžeme určovat změnu indexu lomu analytu.

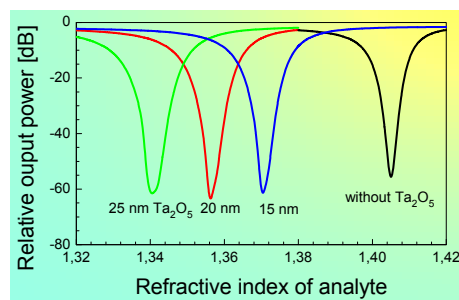
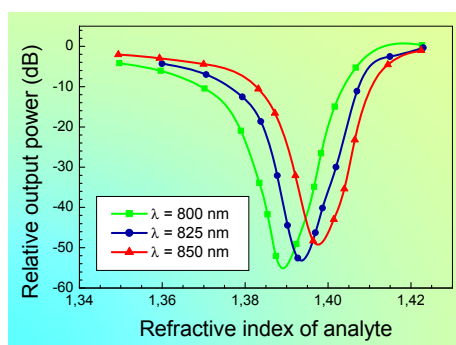
## Vlnovodné senzory využívající rezonanční excitace povrchových plazmonů



## Průchod optického záření senzorem s PP

### 1. závislost na indexu lomu analytu (zkoumaného prostředí)

2D (planární) model

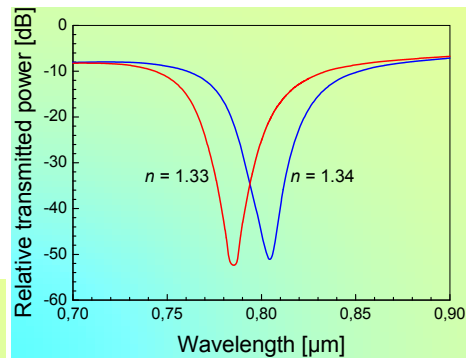
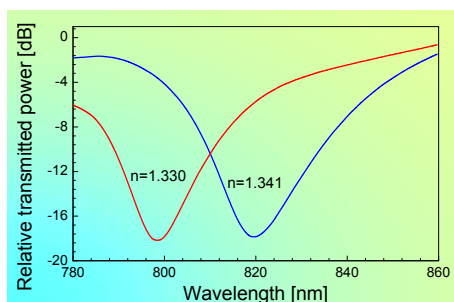


měření laditelným  
Ti:safírovým laserem

## Průchod optického záření IO senzorem s PP

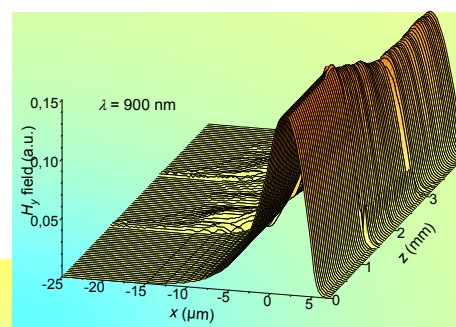
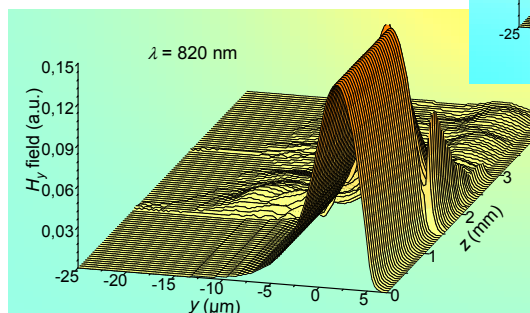
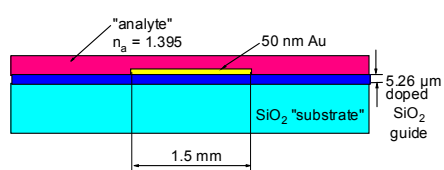
### 2. spektrální závislost

2D (planární) model

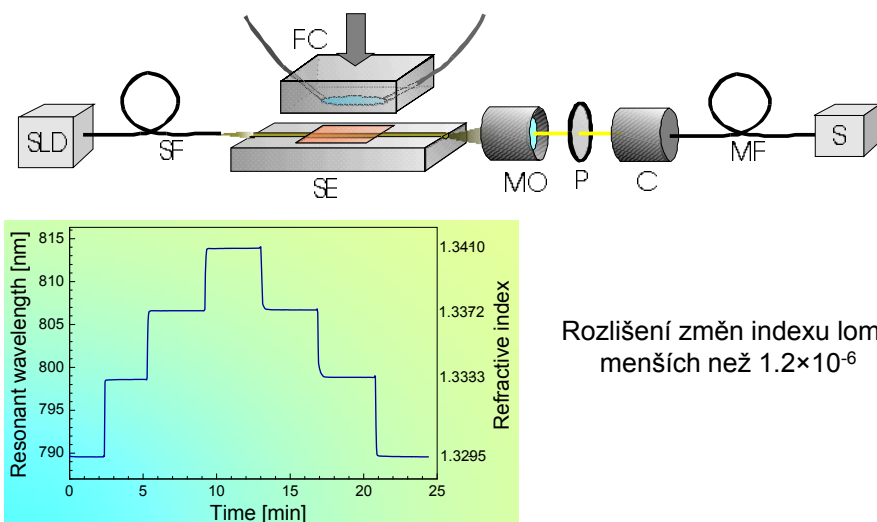


měřeno s širokopásmovou SLD a spektrálním analyzátozem

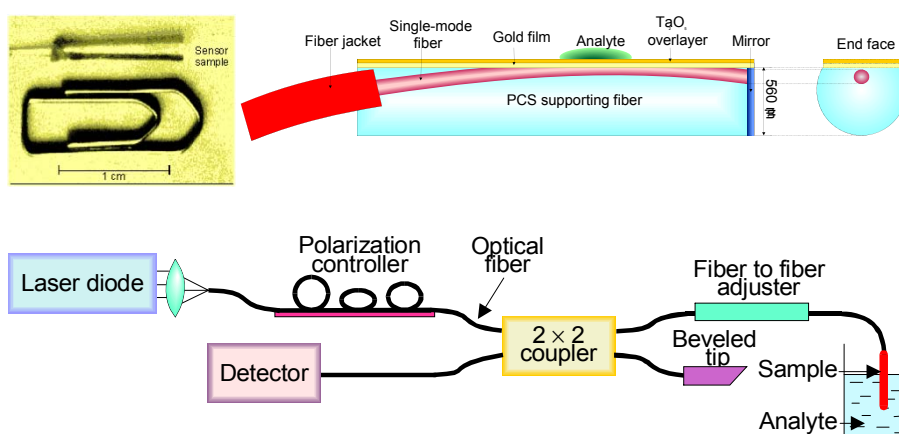
## Rozložení optického záření ve vlnovodu s úsekem, na němž se může šířit PP



## Experimentální uspořádání integrovaně-optického senzoru s PP

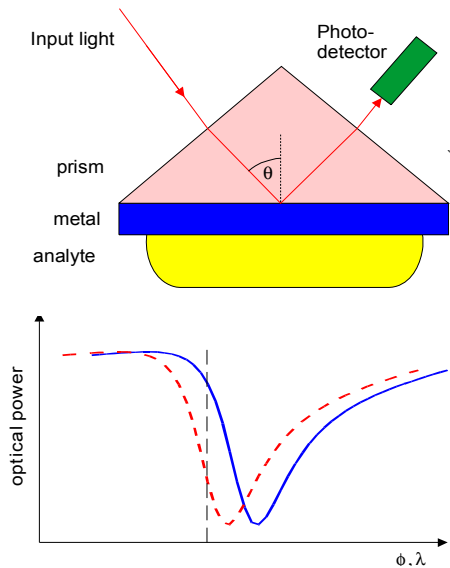


## Miniaturised surface plasmon resonance fibre-optic sensor

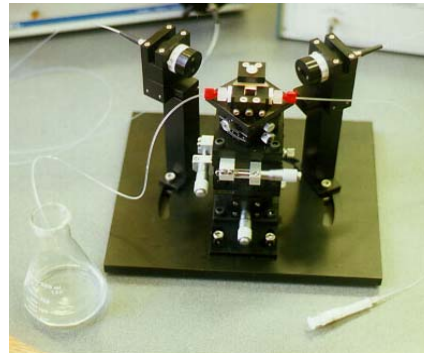


Refractive index resolution better than  $2 \times 10^{-5}$

## Objemové senzory s PP



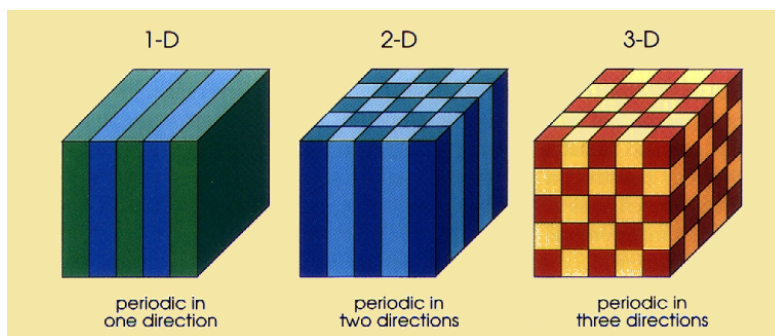
Rozlišení změn indexu lomu  
menších než  $5 \times 10^{-7}$



# Fotonické krystaly

## Fotonické krystaly

1D, 2D nebo 3D periodické struktury s velkým kontrastem permitivity



E. Yablonovitch: „Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics“, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2059–2062, 1987

J. D. Joannopoulos *et al.*: *Photonic Crystals: molding the flow of light*, Princeton University Press 1995

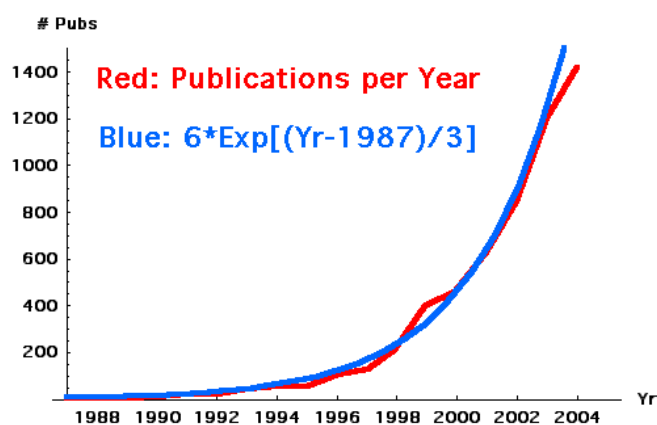
S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos: *Photonic Crystals, The road from theory to practice*, Kluwer Academic Publishers 2003

J.-M. Lourtioz *et al.*: *Photonic Crystals : Towards Nanoscale Photonic Devices*, Springer 2005

...

## Publikační aktivita od „okamžiku zrodu“ (Yablonovitch 1987)

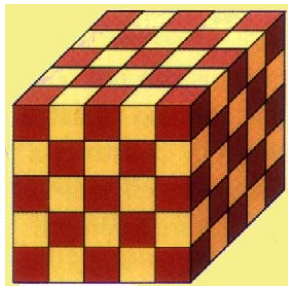
<http://home.earthlink.net/~jpdowling/pbgbib.html>



Zdvojnásobení počtu publikací každé 2 roky

**Fotony** se v periodickém dielektrickém prostředí pohybují „podobně“ jako **elektrony** v periodickém potenciálovém poli

Za jistých podmínek existuje **zakázaný pás energií fotonů**. Fotony s energií uvnitř zakázaného pásu se v periodickém prostředí nemohou šířit, záření se tudíž **totálně odráží zpět**



Z pohledu vlnové optiky jde o **braggovský odraz vlny od periodického prostředí**. Totální odraz je možno využít k vytvoření **optických vlnodů ve fotonických krystalech**

Vytvořit trojrozměrné periodické prostředí je však technologicky obtížné.

### “Pohybové rovnice” pro elektrony a fotony v krystalech

Schrödingerova rovnice pro elektron v periodickém potenciálu:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \Delta + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}) \quad V(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = V(\mathbf{r}) \quad K = \frac{2\pi}{|\mathbf{a}|}$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_m u_m(\mathbf{r}) e^{im\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}}$$

periodický potenciál    vlnová funkce    energie fotonu    (Floquetova)-Blochova vlna,

*Aproximativní* (jednočásticové) přiblížení

“Vlnová rovnice” pro fotony v periodické permitivitě

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E},$$

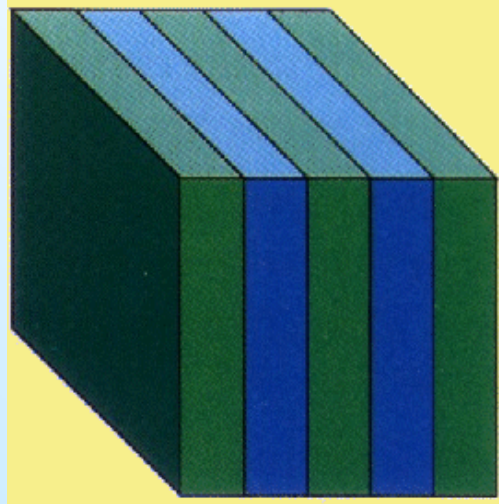
$$\nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

Přesná  
 (“mnohočásticová”)  
teorie

Rovnice pro vlastní hodnoty energie fotonů a F-B funkce

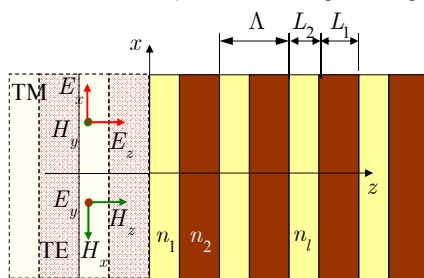
Tento přístup je jednoduchý a průzračný,  
ale standardně nebere v úvahu *disperzi permittivity*  $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)$

## Periodická vrstevnatá struktura jako jednorozměrný fotonický krystal



### Jednorozměrný fotonický krystal

Existence zakázaného pásu odvozená metodou přenosové matice  
(fotonická analogie Kronigova - Penneyova modelu krystalu)



Normalizace souřadnic a vln. vektorů

$$\xi = k_0 x, \quad \zeta = k_0 z, \quad k_0 = 2\pi / \lambda$$

$$\mathbf{k}_l = k_0 (\gamma \mathbf{x}^0 + N_l \mathbf{z}^0), \quad l = 1, 2, \dots, L$$

$$\gamma^2 + N_l^2 = \epsilon_l = \begin{cases} n_1^2 \\ n_2^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \gamma - \text{příčná konst.} \\ \text{konst. šíření} \end{array} \quad \text{šíření } \textbf{stejná}$$

Elektromagnetické pole je popsáno  
komplexními amplitudami  $p_l(\zeta), q_l(\zeta)$

TE

TM

$$\begin{aligned} E_{y,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Z_0 / N_l} p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & H_{y,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Y_0 \epsilon_l / N_l} p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & Z_0 &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \\ H_{x,l}(x, z) &= -\sqrt{2k_0 Y_0 N_l} q_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & E_{x,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Z_0 N_l / \epsilon_l} q_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, \\ H_{z,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Y_0 / N_l} \gamma p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & E_{z,l}(x, z) &= -\sqrt{2k_0 Y_0 / (\epsilon_l N_l)} \gamma p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & Y_0 &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \end{aligned}$$

## Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vidy

Průchod  $l$ -tou vrstvou je popsán přenosovou maticí  $\mathbf{A}_l$  
$$\begin{pmatrix} p_l(\zeta + \Delta\zeta) \\ q_l(\zeta + \Delta\zeta) \end{pmatrix} = \mathbf{A}_l \cdot \begin{pmatrix} p_l(\zeta) \\ q_l(\zeta) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_l = \begin{pmatrix} \cos N_l \Delta\zeta & i \sin N_l \Delta\zeta \\ i \sin N_l \Delta\zeta & \cos N_l \Delta\zeta \end{pmatrix},$$

průchod rozhraním  $l \rightarrow l+1$  a  $l+1 \rightarrow l$  je popsán maticemi

$${}^{l+1,l} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 1/\rho \end{pmatrix}, \quad \rho = \sqrt{N_{l+1}/N_l} \quad \text{pro TE polarizaci a}$$

$${}^{l,l+1} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1/\rho & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix}, \quad \rho = \sqrt{N_{l+1}\varepsilon_l / N_l\varepsilon_{l+1}} \quad \text{pro TM polarizaci.}$$

Přenosová matice jedné celé periody je  ${}^{\Lambda} \mathbf{A} = {}^{12} \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_2 \cdot {}^{21} \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_1$ .

Floquetův-Blochův „vid“ (vlna) je definován pomocí vlastní funkce matice  ${}^{\Lambda} \mathbf{A}$ ,

$${}^{\Lambda} \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} p_1^F \\ q_1^F \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} p_1^F \\ q_1^F \end{pmatrix}, \quad s = \exp(i\varphi^F), \quad \varphi^F = k^F \Lambda, \quad k^F \text{ je konstanta šíření F-B vidu.}$$

$k^F$  je určen až na aditivní konstantu  $K = 2\pi/\Lambda$ :  $\exp(ik^F \Lambda) = \exp[i(k^F + K)\Lambda]$

Proto stačí určit  $k^F$  v intervalu  $-K/2 < k^F \leq K/2 \Rightarrow$  *první Brillouinova zóna*.

## Vlastní hodnoty a fotonický zakázaný pás

Označme  $\Lambda = L_1 + L_2$ ,  $\varphi_1 = k_0 N_1 L_1$ ,  $\varphi_2 = k_0 N_2 L_2$ ,

matice  ${}^{\Lambda} \mathbf{A}$  má pak vlastní čísla

$$s = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \pm \sqrt{\left[ \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right]^2 - 1}.$$

FB vid se „šíří“, jen pokud  $|s| = 1$ , t.j., pokud

$$\left| \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right| \leq 1.$$

Normovaná konstanta šíření je pak

$$k^{F'} = \frac{k^F}{K/2} = \frac{1}{\pi} \arccos \left[ \cos \left( \frac{\omega}{c} N_1 L_1 \right) \cos \left( \frac{\omega}{c} N_2 L_2 \right) - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \left( \frac{\omega}{c} N_1 L_1 \right) \sin \left( \frac{\omega}{c} N_2 L_2 \right) \right].$$

$$\text{Pokud } \left| \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right| > 1,$$

$k^F$  je komplexní, a vlna se nemůže šířit podél nekonečně dlouhého krystalu.

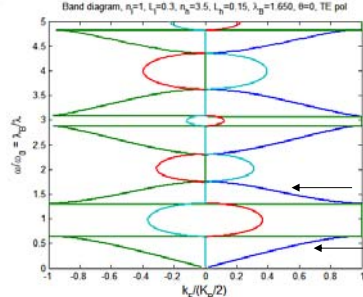
Tak vzniká **fotonický zakázaný pás**.

## Pásová struktura jednorozměrného krystalu

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = 3.5$$

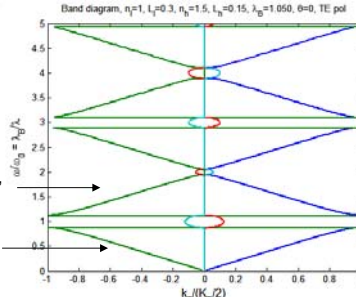
$$\theta = 0^\circ$$



$$n_1 = 1$$

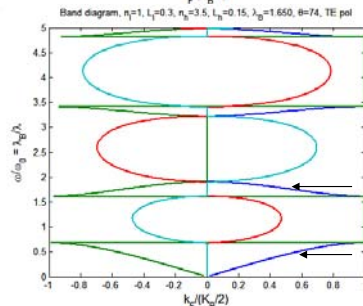
$$n_2 = 1.5$$

$$\theta = 0^\circ$$



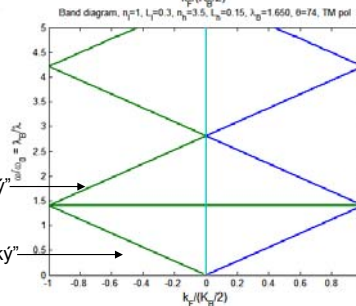
$$\text{TE}$$

$$\theta = 74^\circ$$



$$\text{TM}$$

$$\theta = 74^\circ$$



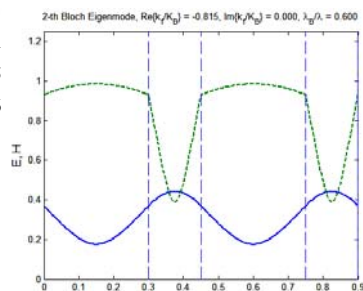
## Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vlny

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = 3.5$$

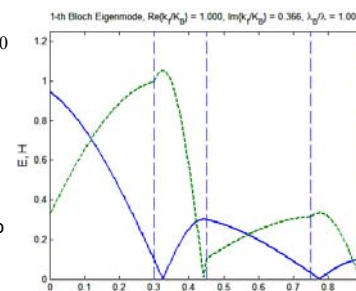
$$\lambda_B / \lambda = 0.6$$

“dielektr.”  
pás



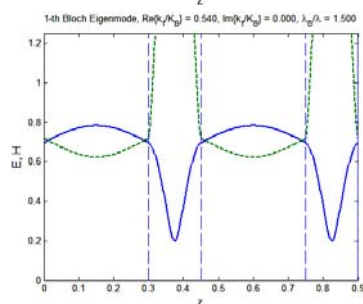
$$\lambda_B / \lambda = 1.0$$

uvnitř  
zakázaného  
pásu



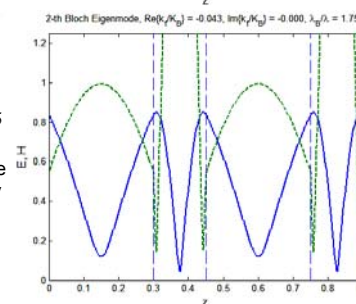
$$\lambda_B / \lambda = 1.5$$

“vzduch.”  
pás

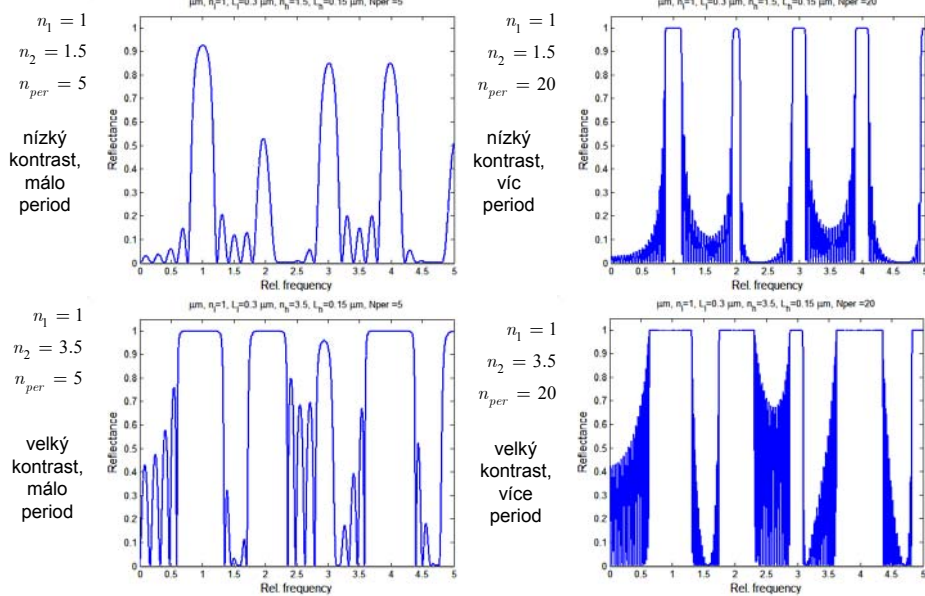


$$\lambda_B / \lambda = 1.75$$

blízko okraje  
Brillouinovy  
zóny

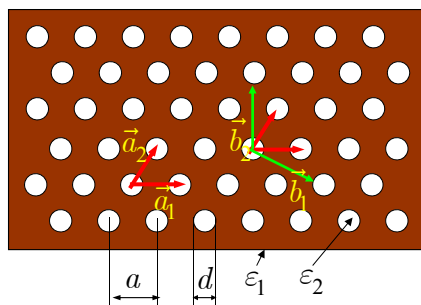


## Spektrální reflektance



Fotonické krystaly odpovídají často spíše „nanokrystalům“

## Dvojměrné „fotonické krystaly“



Periodické uspořádání otvorů;  
Blochův – Floquetův teorém

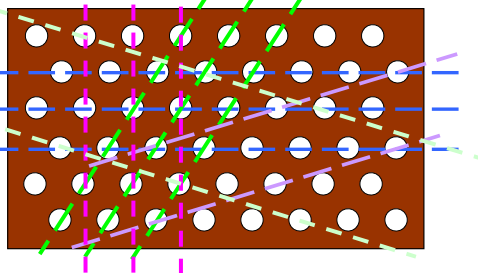
$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} E_z \\ H_z \end{aligned} \right\} &= u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{\parallel}} e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}_{\parallel}}, \\ u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel}) &= u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel} + \vec{a}_1) = u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel} + \vec{a}_2) \\ \vec{G} &= m\vec{b}_1 + n\vec{b}_2; \quad m, n \text{ celé} \end{aligned}$$

Elementární vektory prostorové mřížky

$$\vec{a}_1 = (a, 0); \quad \vec{a}_2 = (a/2, \sqrt{3}a/2)$$

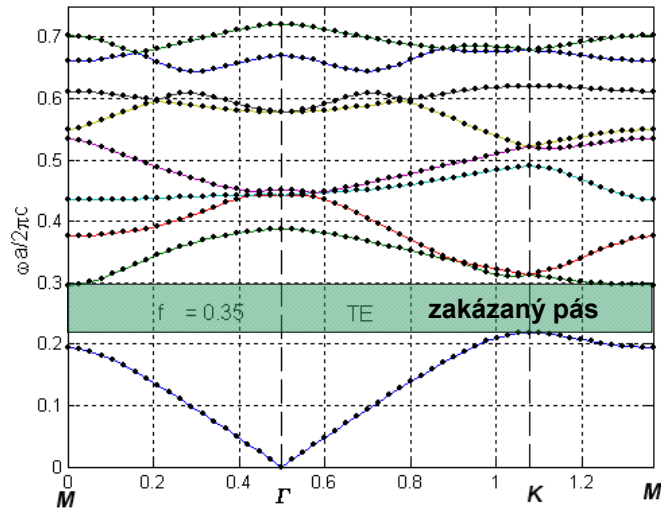
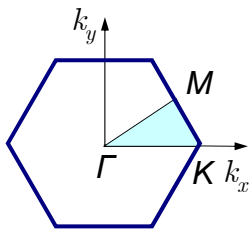
Elementární vektory reciproké mřížky

$$\vec{b}_1 = \left( \frac{1}{a}, \frac{1}{a\sqrt{3}} \right), \quad \vec{b}_2 = \left( 0, \frac{2}{a\sqrt{3}} \right)$$

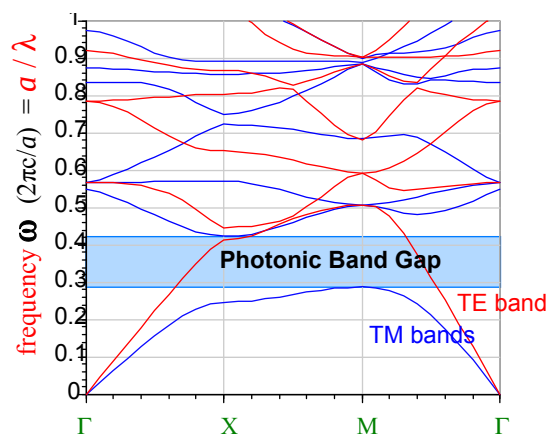
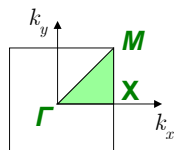
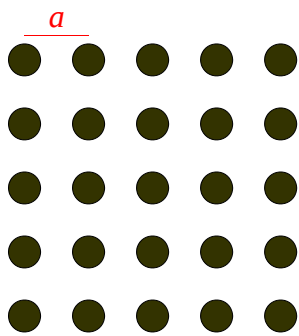


## Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu s trojúhelníkovou mřížkou

první  
Brillouinova  
zóna  
prostoru  
vlnových vektorů



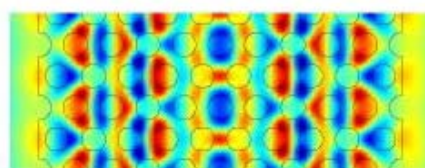
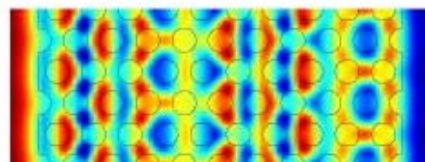
## Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu se čtvercovou mřížkou



## Odraz rovinné vlny od 2D fotonického krystalu s trojúhelníkovou mřížkou otvorů v InP

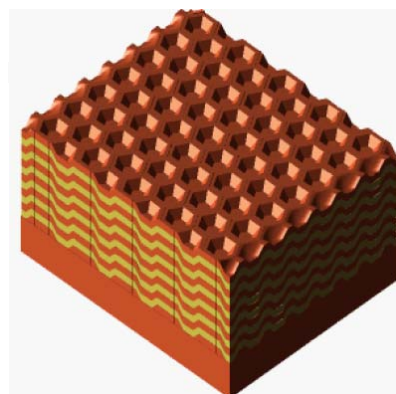
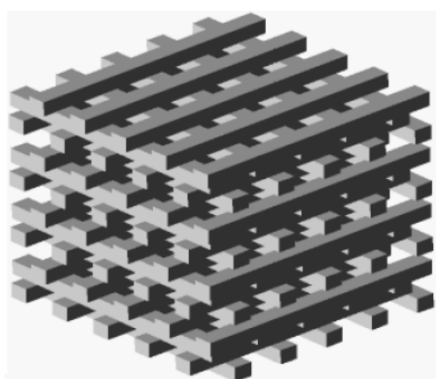
Uvnitř zakázaného pásu

Vně zakázaného pásu

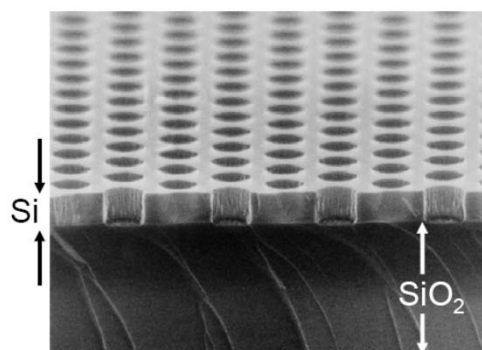
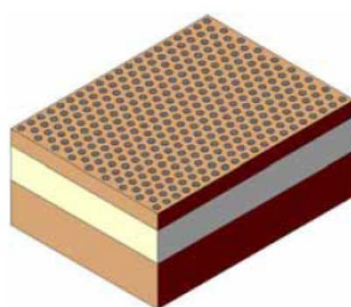


(Ing. Jiří Petráček, Dr., VUT Brno)

## Příklady trojdimenzionálních fotonických krystalů

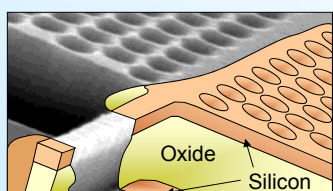


## „2.5-dimenzionální fotonické krystaly“

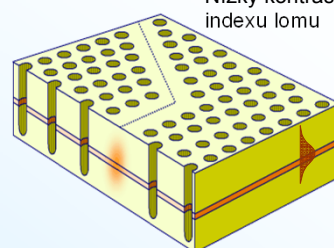


## Fotonické krystaly × vlnovody

### 1. 2D fotonický krystal + vertikální vlnovod

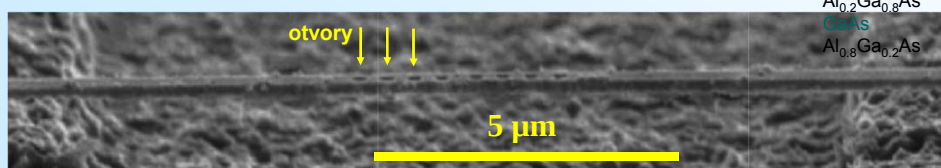


Vysoký  
kontrast  
indexu  
lomu

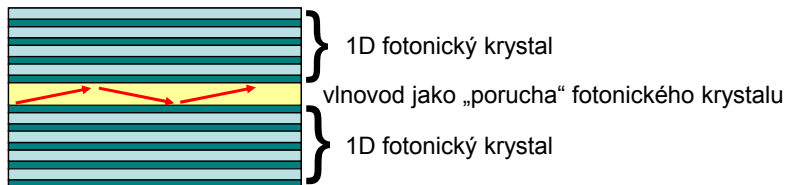


Nízký kontrast  
indexu lomu

### 2. Čárový 2D dielektrický vlnovod s 1D „fotonickým krystalem“



## Vlnovody v 1D fotonickém krystalu



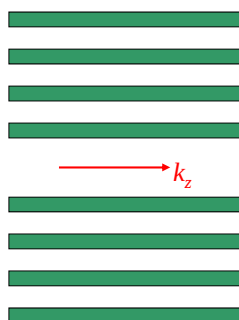
Princip znám od 80. let jako „braggovský vlnovod“  
(antiresonant reflecting optical waveguide, ARROW)

**Rozdíly ARROW vlnovodu vůči konvenčnímu vlnovodu:**

1. pro příslušný úhel dopadu vlny **musí** existovat **zakázaný pás**
2. počet period musí být dostatečný, jinak vzniká **útlum vytékáním** („tunelováním“); v krystalu konečných rozměrů existují **pouze vytékající vlny** s komplexní konstantou šíření

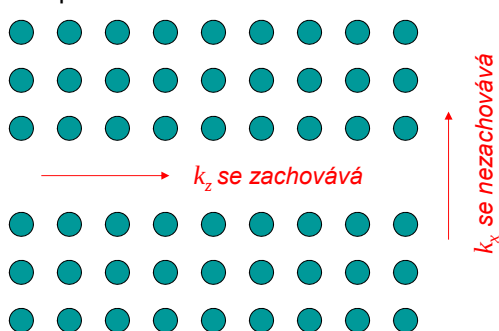
## Vlnovod ve fotonickém krystalu

Braggovský vlnovod  
(ARROW waveguide)



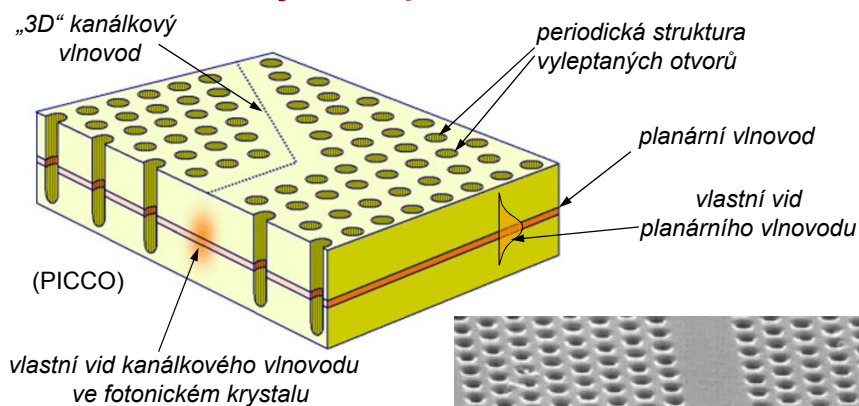
Spojité hodnoty  $k_z$

„Čárový defekt“ jako **vlnovod**  
1D periodicitu

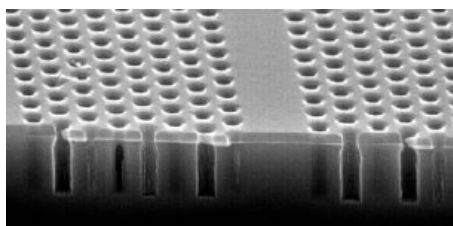


Diskrétní hodnoty  $k_z \Rightarrow$   
FB módy

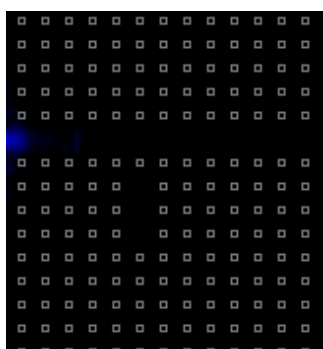
## Realizace 2D fotonických krystalů: 2D krystal v planárním vlnovodu



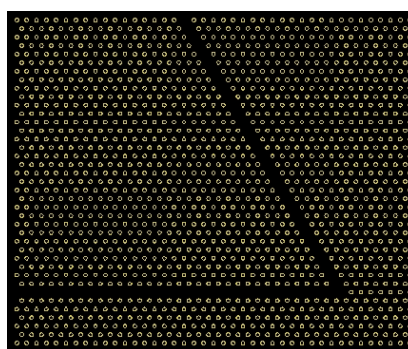
**Zásadní problém:**  
ztráty vyzařováním  
z roviny vlnovodu



## Numerické modelování šíření vln ve fotonických krystalech



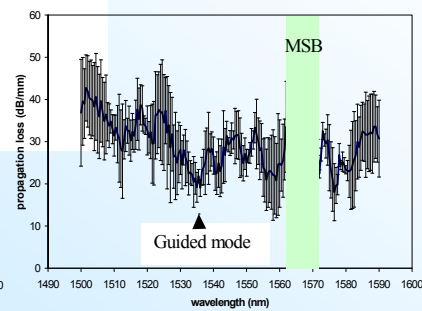
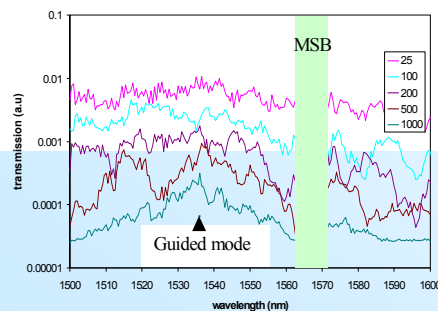
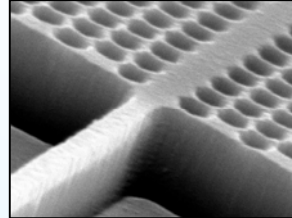
Buzení mikrodutiny  
ve fotonickém krystalu  
femtosekundovým impulsem  
(FDTD, Uni Twente, NL)



Šíření femtosekundového impulzu  
vlnovodným ohybem ve fotonickém  
krystalu (**F. Lederer et al.**,  
Friedrich-Schiller-Universität Jena, D)

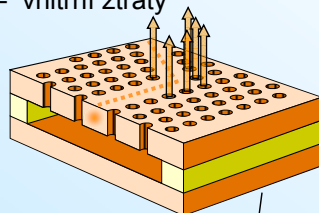
## Vlnovody ve fotonických krystalech v SOI

- Příprava:
  - „hluboká“ UV litografie a leptání
- vlnovod W1
  - perioda 500nm,  $\varnothing$  337nm
  - Mini-stop band
  - Nejnižší ztráty:  $20 \pm 3$  dB/mm (lichý vid!)

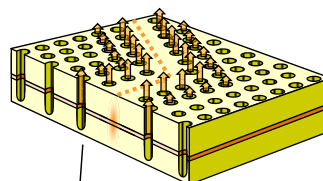


## Ztráty vyzařováním z roviny krystalu

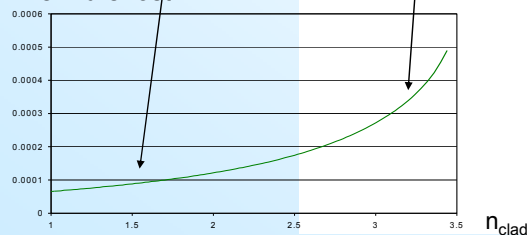
- Vysoký „vertikální“ kontrast indexu lomu
  - vnitřní ztráty
- Malý „vertikální“ kontrast indexu lomu
  - vnitřní ztráty



– ztráty vlivem drsnosti

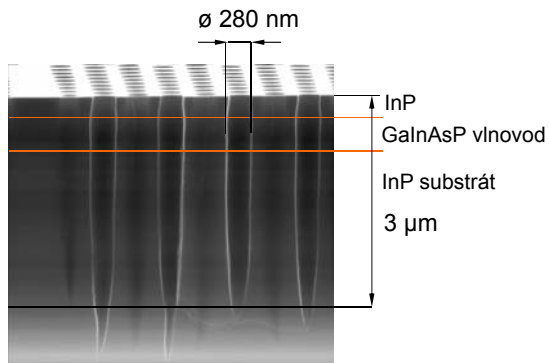


– ztráty vlivem drsnosti

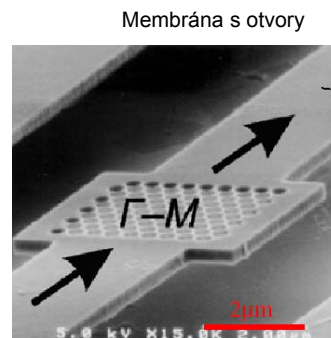


## Potlačení ztrát vyzařováním do substrátu

1. Leptání hlubokých otvorů:  
záření „nevnímá“ substrát  
(kromě vlnovodu ??)

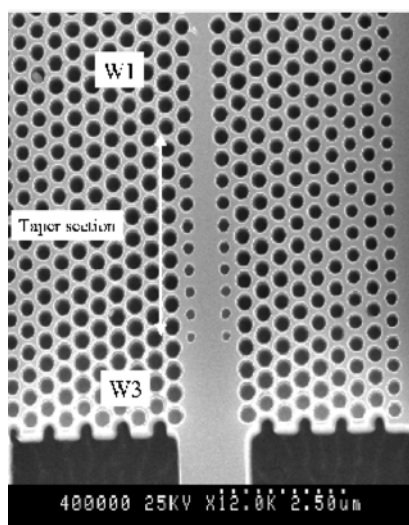


2. Úplné odstranění substrátu  
(technologicky náročné)



## Vazba s vlnovodem ve fotonickém krystalu

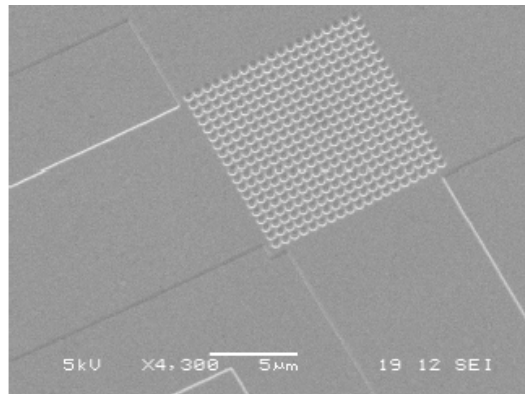
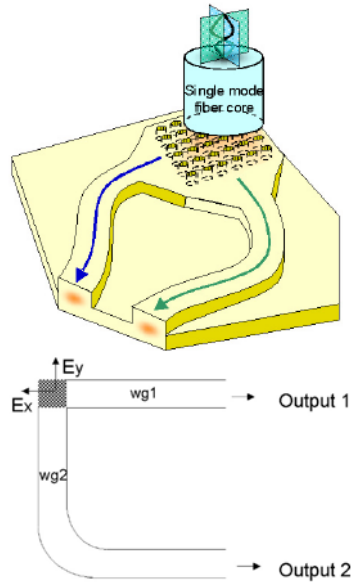
CNRS – LPN, Anne Talneau, Ph. Lalanne



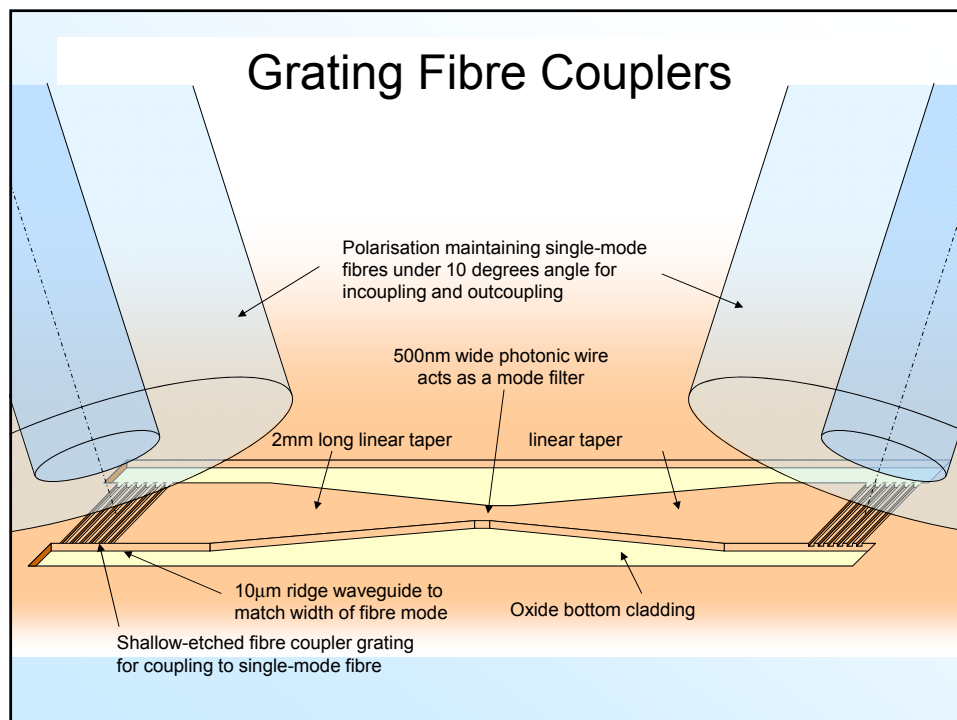
CNRS French patent  
(2001)

## Vlnovodné aplikace: polarizačně nezávislý mřížkový vazební člen

Ghent University, *Picco*

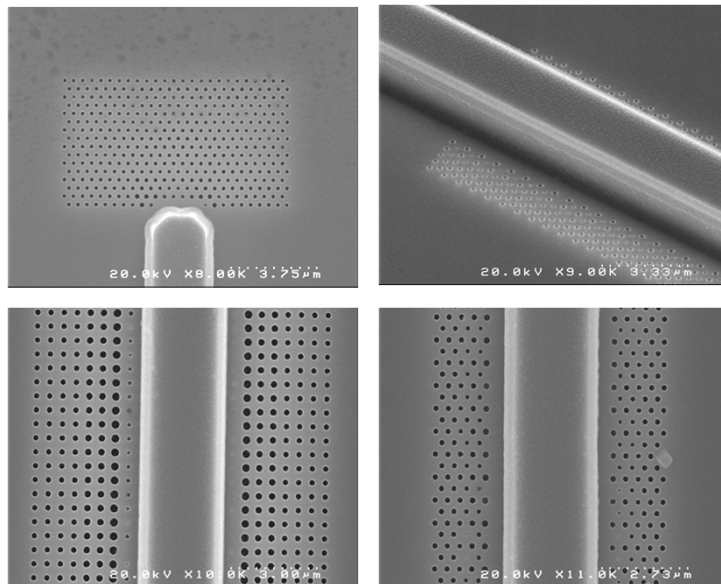


## Grating Fibre Couplers



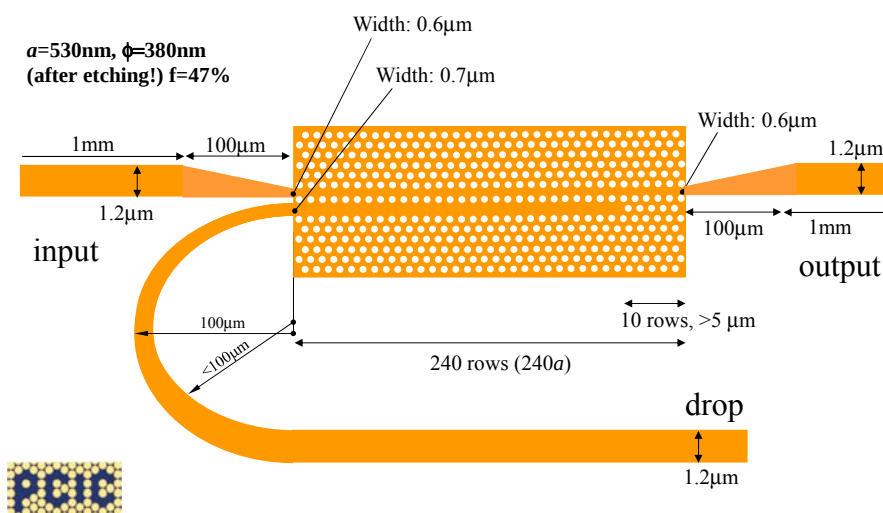
## 2D fotonické krystaly jako zrcadla polovodičových laserů

(Alcatel, 2002-3)

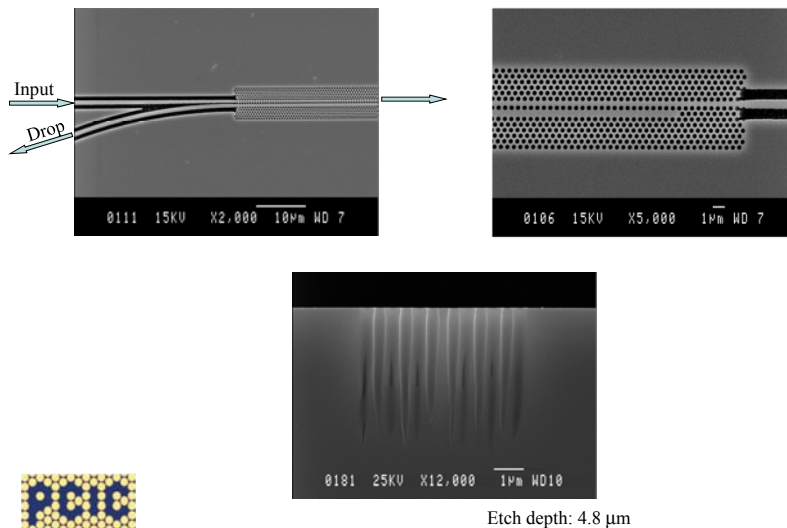


## PC Add-Drop Layout

KTH Stockholm, Min Qiu

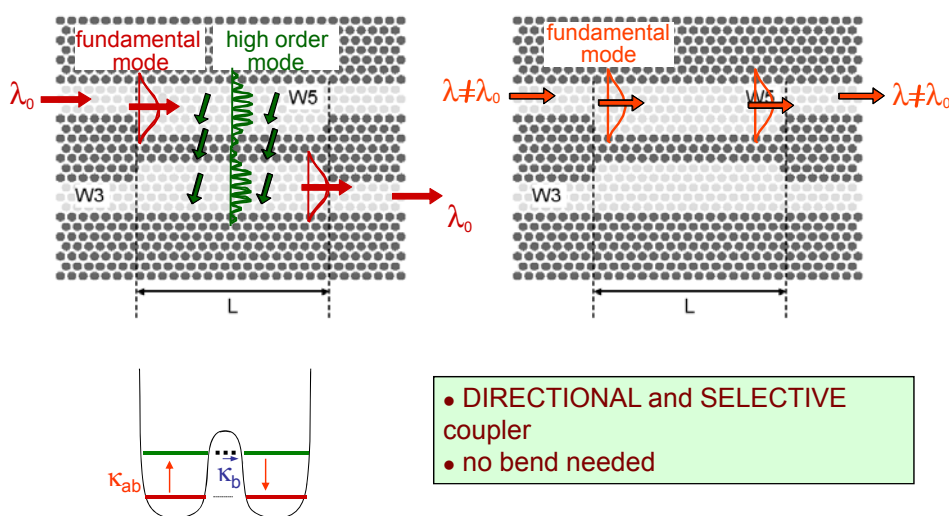


## Fabrication and Characterisation

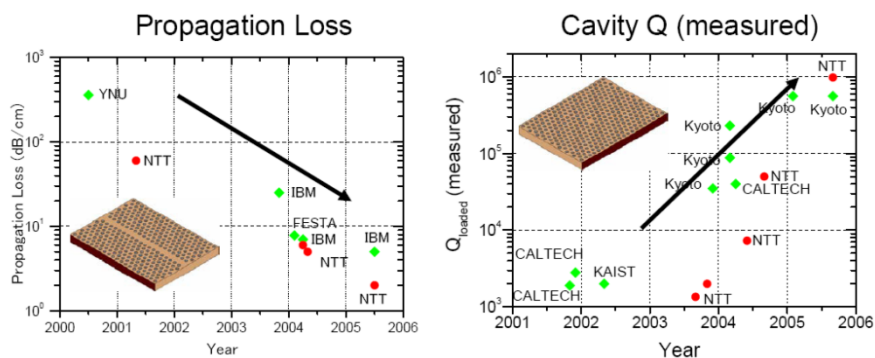


## Principle of the add-drop filter

EPP France, H. Benisty, Segolene Olivier



## Pokrok v realizaci vlnovodných struktur ve fotonických krystalech



Dr. Masaya Notomi, NTT Basic Research Laboratories, Photonic Nanostructure Research Group,  
talk on ePIXnet Winter School 2006

## Photonic Crystals: Periodic Surprises in Electromagnetism

Steven G. Johnson  
MIT

