

OD JAZYKA K LOGICE

filosofický úvod do moderní logiky

Vladimír Svoboda a Jaroslav Peregrin

OBSAH

<u>ÚVOD</u>	<u>5</u>
<u>PODĚKOVÁNÍ</u>	<u>10</u>
<u>1 CO JE TO LOGIKA?</u>	<u>11</u>
1.1 HLEDÁNÍ PRAVIDEL ARGUMENTACE	11
1.2 TŘI POJETÍ PŘEDMĚTU LOGIKY	12
1.3 PSYCHOLOGISMUS, PLATONISMUS, PRAGMATISMUS	15
1.4 PRAVIDLA	18
<u>2 LOGICKÁ SYMBOLIKA A LOGICKÁ FORMA</u>	<u>22</u>
2.1 SPRÁVNÉ A NESPRÁVNÉ ÚSUDKY	22
2.2 ÚSUDKY A ARGUMENTACE	30
2.3 LOGICKÁ STRUKTURA A LOGICKÁ FORMA	33
2.4 LOGICKÁ ANALÝZA	42
<u>3 HLEDÁNÍ KRITÉRIÍ SPRÁVNOSTI ÚSUDKŮ</u>	<u>59</u>
3.1 SPRÁVNOST ÚSUDKŮ A PLATNOST ÚSUDKOVÝCH FOREM	59
3.2 TABULKOVÁ METODA	70
3.3 SÉMANTICKÉ STROMY	74
3.4 SÉMANTICKÉ STROMY PRO PREDIKÁTOVOU LOGIKU	78
3.5 PŘIROZENÁ DEDUKCE A AXIOMATIKA	83
<u>4 LOGICKÁ ANALÝZA PŘIROZENÉHO JAZYKA</u>	<u>89</u>
4.1 LOGICKÁ ANALÝZA JAZYKA JAKO CESTA K LOGICKÉ FORMĚ	89
4.2 CESTY LOGICKÉ ANALÝZY	97
4.3 URČITÉ DESKRIPTY A JEJICH RUSSELLOVSKÁ ANALÝZA	102
4.4 MEZE RUSSELLOVSKÉ ANALÝZY	108
<u>5 LOGICKÉ SYSTÉMY A KALKULY</u>	<u>113</u>
5.1 FORMÁLNÍ SYSTÉMY	113
5.2 SYSTÉM KLASICKÉ VÝROKOVÉ LOGIKY	118
5.3 LOGICKÝ SYSTÉM JAKO <i>NÁSTROJ</i> VS. JAKO <i>PŘEDMĚT</i> STUDIA	121
5.4 DESIGNAČNÍ A GENERATIVNÍ VYMEZENÍ ('SÉMANTIKA' VS. 'SYNTAX')	124
5.5 SYSTÉM KLASICKÉ PREDIKÁTOVÉ LOGIKY	129
5.6 OBECNÁ STRUKTURA LOGICKÉHO SYSTÉMU	133

6	<u>ZA HRANICEMI KLASICKÉ LOGIKY I: MODÁLNÍ LOGIKY</u>	137
6.1	ALTERNATIVNÍ REGLEMENTACE LOGICKÉHO VÝRAZIVA	137
6.2	SYSTÉMY MODÁLNÍ LOGIKY	142
6.3	MODALITY A MOŽNÉ SVĚTY	152
6.4	SÉMANTIKA MODÁLNÍ LOGIKY	157
6.5	MODÁLNÍ PREDIKÁTOVÁ LOGIKA	161
6.6	MODÁLNÍ LOGIKA JAKO NÁSTROJ LOGICKÉ ANALÝZY	165
7	<u>ZA HRANICEMI KLASICKÉ LOGIKY II: PŘÍKLADY DALŠÍCH LOGIK</u>	168
7.1	EPITEMICKÁ LOGIKA	168
7.2	DEONTICKÁ LOGIKA	173
7.3	ALTERNATIVNÍ VERZE KLASICKÝCH LOGICKÝCH OPERÁTORŮ?	178
7.4	INTUICIONISTICKÁ LOGIKA	181
7.5	VÍCEHODNOTOVÉ LOGIKY	186
8	<u>CO JE TO VÝZNAM?</u>	191
8.1	DVĚ ÚROVNĚ SÉMANTIKY	191
8.2	VÝZNAM VÝROKU, VÝZNAM VÝPOVĚDI, SDĚLENÍ	195
8.3	LOGICKÁ EXPLIKACE VÝZNAMU	198
9	<u>DOSAHI LOGIKY</u>	202
9.1	VÝROKY V PŘIROZENÉM JAZYCE	202
9.2	PROBLEMATICKÉ VÝROKY	208
9.3	NEOZNAMOVACÍ VÝROKY?	212
9.4	LOGIKA PŘÍKAZŮ A OTÁZEK?	215
9.5	HRANICE APLIKOVATELNOSTI LOGICKÝCH TEORIÍ	219
10	<u>PARADOXY</u>	221
10.1	PŮVOD A POVAHA PARADOXŮ	221
10.2	PARADOXY NA ÚSVITU MODERNÍ LOGIKY	225
10.3	ANATOMIE A FYZIOLOGIE PARADOXŮ	228
10.4	PREVENCE VNIKU RUSSELLOVA PARADOXU POMOCÍ TEORIE TYPŮ	231
10.5	PARADOX LHÁŘE A TARSKÉHO HIERARCHIE JAZYKŮ	234
10.6	GÖDELŮV DŮKAZ NEÚPLNOSTI	237
	<u>DODATEK A. SYSTÉM KLASICKÉ VÝROKOVÉ LOGIKY</u>	241
A.1	SYNTAX A SÉMANTIKA KVL	241
A.2	SÉMANTICKÉ STROMY	243
A.3	SYSTÉM PŘIROZENÉ DEDUKCE KVL	245
A.4	SEKVENTOVÝ KALKUL PRO KVL	250
A.5	HILBERTOVSKÝ KALKUL PRO KVL	257
A.6	KOREKTNOST A ÚPLNOST KVL	260

<u>DODATEK B. SYSTÉM KLASICKÉ PREDIKÁTOVÉ LOGIKY.....</u>	262
B.1. SYNTAX A SÉMANTIKA KPL	262
B.2 SÉMANTICKÉ STROMY PRO KPL	265
B.3 SYSTÉM PŘIROZENÉ DEDUKCE PRO KPL.....	267
B.4 SEKVENTOVÝ KALKUL PRO KPL	270
B.5 HILBERTOVSKÝ KALKUL PRO KPL.....	272
B.6 KOREKTNOST A ÚPLNOST KPL	275
<u>DODATEK C. SYSTÉMY NEKLASICKÝCH LOGIK.....</u>	276
C.1 SYNTAX A SÉMANTIKA	276
C.2 SÉMANTICKÉ STROMY	278
C.3 KALKULY PŘIROZENÉ DEDUKCE.....	282
C.4 SEKVENTOVÉ KALKULY.....	285
C.5 HILBERTOVSKÉ KALKULY	287
C.6 KOREKTNOST, ÚPLNOST, ROZHODNUTELNOST.....	288
<u>LITERATURA</u>	290

ÚVOD

Jestliže je podmínka v souvětí, kterým začíná tato kniha, pravdivá, pak je tato kniha nejlepší knihou o logice, která kdy byla napsána. Toto tvrzení zní možná trochu nabubřele, ale přesto se neobáváme, že by mezi našimi kolegy, kteří se zabývají logikou, mohlo vzbudit zásadní nesouhlas. Důvodem naší sebejistoty ovšem není naše přesvědčení o tom, že budou touto knihou všichni nadšeni (a někteří z nich asi skutečně nebudou; názory na logiky, které v ní předkládáme, zdaleka ne všichni sdílejí). Jsme pouze přesvědčeni o tom, že každý z nich snadno nahlédne bláhovost snahy její úvodní tvrzení vyvracet. Věříme, že totéž bude platit i pro čtenáře, kteří tuto knihu přečtou.

Jak naznačuje tento trochu podivný úvod, kniha, kterou máte před sebou, není určena lidem, kteří neradi opouštějí pevnou půdu toho, co se jim jeví jako zdravý selský rozum. Logika, a zvláště ta její část, která sousedí s filosofií, totiž mnohdy zápolí s problémy, nad kterými tento rozum zůstává stát (a nebývá jednoduché si srovnat v hlavě, že vůbec nejde o *vyvracení* selského rozumu, ale o výzvu k jeho rozpohybování a k reflexi toho, nakolik jsou základy, o které se při běžném uvažování opíráme, skutečně pevné). Je ovšem třeba hned přiznat, že v případě řady problémů, s nimiž se logika potýká, nedošlo mezi logiky ani po desetiletích (a v některých případech dokonce staletích) debat ke shodě o tom, jak se s nimi vypořádat. Je možná poněkud překvapivé, že to vše se děje právě na půdě disciplíny, která si zakládá na přesnosti, jasnosti a spolehlivé odůvodněnosti tvrzení, s nimiž pracuje. Paradoxně je právě tato snaha o přesnost a spolehlivost zdrojem mnoha problémů. A abychom si s těmito problémy dokázali poradit, musíme si udělat úplné jasno o tom, jaká je povaha oněch nároků, které bývají na logiku obvykle kladeny.

Běžná učebnice logiky obvykle začíná nějakým všeobecným povídáním o tom, jak je důležité lidské usuzování zkoumat a kultivovat, a od toho se pak bezprostředně přesouvá k definicím symbolů, jako jsou \wedge , \neg nebo \rightarrow (je-li autorem příslušné učebnice matematik, pak bývá to, že jde o definice, vyznačeno explicitně, a tyto definice bývají navíc podloženy obecnějšími definicemi formálního jazyka, interpretace atd.) a ke zkoumání důsledků těchto definic. Fakt, že je toto zkoumání bezprostředně relevantní pro studium našeho faktického usuzování, se přitom obvykle bere za hotovou věc; nedovídáme se prakticky nic o tom, proč by tomu tak mělo být – proč by mělo být pitvání chování nějakých uměle zavedených symbolů podstatné z hlediska toho, jak usuzujeme či jak argumentujeme. Jsou snad tyto symboly něčím, co v našich úsudcích figuruje, aniž o tom víme, či reprezentují něco takového? Pokud by tomu mělo tak být, pak by se dalo očekávat, že bude podstatná část výkladu logiky věnována vysvětlení toho, proč tomu tak je a jak se na to logikům podařilo přijít; nic takového ale v učebnicích logiky obvykle nenacházíme.

Jedním z hlavních cílů této knihy je vklínit se právě do onoho prostoru mezi úvodem a první kapitolou běžné učebnice logiky. Snažíme se totiž především rozebrat, jaká cesta vede od faktického usuzování a racionální argumentace k běžně přijímaným logickým symbolům a k umělým jazykům na nich založeným. Zkoumáme také jak se na tuto cestu přirozeným způsobem dostáváme, chceme-li systematicky posuzovat správnost úsudků a zejména

chceme-li stanovit obecná kritéria správnosti usuzování (či dokazování). Logické symboly se rodí, tvrdíme, právě z úsilí o formulaci těchto kritérií; a jako takové musejí být chápány. Nejsou to tedy prostředky popisu nějaké předem dané a definitivně uspořádané 'logické skutečnosti' schované někde za onou pro nás běžně přístupnou (a ne zcela přehledně a jednoznačně uspořádanou) skutečností, se kterou se potýkáme, když se zabýváme tvrzeními formulovanými v přirozeném jazyce a úsudky, které jsou z nich utvořeny. Jsou spíše našimi nástroji *zpřehledňování* faktických úsudků a argumentů, protože nám umožňují budování jistých idealizovaných modelů, které nám dovolují zmapovat logickou strukturu řeči a potažmo racionálního uvažování.

Náš přístup tak lze vnímat jako alternativu k rozšířené představě, podle níž logika postihuje – pomocí svých základních výrazových prostředků, jako jsou logické operátory, kvantifikátory atp. – nějaké velice abstraktní a velice fundamentální zákony, které vymezují pole působnosti rozumu (ať už lidského nebo jakéhokoli jiného) a kterými se musí racionální člověk řídit i tehdy, když se vyjadřuje v přirozeném jazyce, jakkoli ten se jejich přímé aplikaci kvůli své nedokonalosti často vzpírá. Chceme se pokusit ukázat, že toto právě naznačené pojetí logiky jako, řečeno s Wittgensteinem (1956, §I.8), "jakési 'ultrafyziky' – popisu logické výstavby světa, kterou poznáváme skrze nějakou ultra-zkušenost (třeba rozum)" – rozhodně nelze brát prostě za samozřejmost. Snažíme se obhájit pojetí, podle kterého musí logika u přirozeného jazyka jak *začínat*, tak *končit* (musí začínat tím, že z přirozeného jazyka vyextrahuje určité základní struktury a končit tím, že výsledky získané jejich studiem promítne zpět na přirozený jazyk); a logické zkoumání přirozeného jazyka tak není správné vidět jen jako jakýsi nepovinný přívazek, kterému se logik může věnovat, když chce udělat něco navíc nad rámec své hlavní, podstatné práce.

Naše chápání povahy logiky nás vede k závěru, že ('filosofický') logik se z povahy své práce pohybuje na hranicích. Jeho zájem se na jedné straně obrací k formálním strukturám, v nichž jsou doma matematici resp. matematictí logikové, a na druhé straně se obrací k přirozenému jazyku – jinak doméně jazykovědců – a jeho prostřednictvím k proměnlivému a prchavému světu naší zkušenosti. Logik se tedy většinu času musí pohybovat ve světě matematické nutnosti, kde není místo pro žádnou nepřesnost či neurčitost, ale to jenom proto, aby výsledky svých zkoumání tohoto světa promítl do onoho běžného světa, ve kterém fakticky argumentujeme a usuzujeme a ve kterém není nic dokonale přesné a určité.

Postavení logika se tak dá příměrem britského filosofa G. Ryla přirovnat k postavení kartografa. Ten se snaží vytvořit svou mapu krajiny (přetvářené zemědělci, lesníky a stavbaři). Na jedné straně se obrací ke světu geometrie, který mu dává k dispozici nástroje umožňující měření vzdáleností a promítání různých tvarů do plochy, na druhé straně se ale musí pozorně dívat na krajinu a rozhodovat se, kde a jakým způsobem tyto postupy při své práci využít. Pokud má být výsledek jeho práce uspokojivý, musí se starat nejenom o to, aby obraz, který předkládá, respektoval geometrické principy, ale i o to, aby v mapě bylo co nejadekvátněji zachyceno to, co zachyceno být má, a aby navíc zobrazení bylo uživatelsky vstřícné. Je přitom zřejmé, že obdobně jako praktické problémy kartografie přinášejí nové úkoly geometrii, může i zkoumání praktického užívání přirozeného jazyka v různých oblastech přinášet nové úkoly v oblasti tvorby a zkoumání formálně-logických struktur.

Není ale takové zjednodušování a idealizování, na jakém jsou logické teorie založeny, vlastně pouhým znásilňováním skutečnosti, které logikové praktikují hlavně proto, že si odmítají dát práci se zkoumáním jazyka v celé jeho bohatosti? Jsme přesvědčeni, že nikoli. Zakresluje-li kartograf do mapy namísto krásných románských kostelíků či úchvatných horských vodopádů strohé značky, jistě to také není znásilňování. Všichni víme, že to je – pro ty, kdo umí tyto značky číst – velice užitečná věc. Je ovšem zřejmé, že používání i sebelepší mapy může být na závalu tehdy, kdyby někdo získal bláhový pocit, že mu její prohlížení může nahradit výlety do míst, která jsou na ní zachycena.

Můžeme tedy říci, že zatímco učebnice logiky jsou obvykle z velké části věnovány výkladu a procvičování *technik* zacházení se standardními symboly a s kalkuly, které jsou na nich založené, my budeme mnohem větší pozornost věnovat otázce *smyslu* těchto technik a výkladu toho, k čemu nám vlastně jsou či mohou být. Zejména se chceme pokusit ukázat, jak je logické techniky možné vidět jako přirozené vyústění našich snah o nalezení efektivních metod posuzování úsudků. Čtenář, který již nějakou knihu o logice přečetl, by tedy neměl očekávat, že se zde pouze utvrdí v tom, co už ví – ambicí této knihy je spíše přimět čtenáře k zamyšlení nad věcmi, které se v úvodech do logiky obvykle přeskakují jako samozřejmé, a dovést jej k tomu, aby si uvědomil, že některé z nich tak jednoduché a samozřejmé, jak se zdají být, ve skutečnosti nejsou.

Logika byla ovšem tradičně často považována nikoli jenom za věc zkoumání správnosti úsudků, ale za nauku, která má mnoho co říci i k tradičním filosofickým problémům z oblasti ontologie (nauky o tom, co je), epistemologie (nauky o tom, jak my to, co je, můžeme poznat) či sémantiky (nauky o významech jazykových výrazů). Některým z takových problémů se nevyhneme ani v této knize. Náš pokus o vyjasnění podstaty logických teorií nám však, domníváme se, dovolí lépe rozpoznat možnosti a meze uplatnění logiky i v těchto oblastech.

Struktura knihy, která je před vámi, je následující. V první kapitole se zamyslíme nad tím, co to logika je, čím se zabývá a jakými metodami chce svých cílů dosahovat. Budeme konstatovat, že otázka, co je vlastně předmětem logiky, není zdaleka neproblematická, ale že pro většinu účelů můžeme logiku považovat za teorii platnosti určitých velice obecných a velice fundamentálních druhů úsudků a potažmo za teorii vyplývání v jeho nejobecnější podobě. Ve druhé kapitole se pak podrobněji zamyslíme nad tím, jakým způsobem je vůbec možné o správnosti úsudků rozhodovat, a ukážeme, že k formulaci efektivních rozhodovacích postupů nutně potřebujeme přirozený jazyk, ve kterém jsou naše úsudky primárně formulovány, nějakým způsobem 'zjednodušit' a 'zpřesnit' – čili, jak budeme říkat, *reglementovat*. Ve třetí kapitole ukážeme, jak tato reglementace vede k vytvoření *logických kalkulů* – jakýchsi zjednodušených modelů jazyka, v jejichž rámci lze o platnosti rozhodovat v podstatě mechanickými metodami. Ukážeme hned několik takových metod, lišících se především v tom, do jaké míry využívají *technik*, kterým se v rámci kalkulů říká *sémantické*. Ve čtvrté kapitole potom na některých příkladech rozebereme postupy, kterými se cestou logické reglementace dostáváme od výroků či úsudků formulovaných v přirozeném jazyce k jejich logickým strukturám či logickým formám. V páté kapitole se potom zamyslíme nad obecnou povahou a strukturou formálně-logických systémů – oněch 'matematických modelů' přirozeného jazyka, které nám slouží ke zmapování tvarů našich úsudků a k formulování

obecných kritérií jejich správnosti. V této kapitole také nastíníme formální systém, který se obvykle označuje jako *klasická* nebo *standardní logika*.

V šesté kapitole přejdeme k alternativám ke klasické logice – naznačíme, jaké motivy vedou logiky k pokusům o budování logických systémů, které jsou založeny na jiných principech než klasická logika a poté se soustředíme na *modální logiku* jako na nejkošatější soustavu neklasických logik. Další příklady neklasických logik (epistemickou logiku, deontickou logiku, intuicionistickou logiku a vícehodnotové logiky) pak budeme probírat v sedmé kapitole. V kapitole osmé se pak obrátíme k pojmu *význam* a budeme se obecně zabývat otázkou, nakolik se logika překrývá se sémantikou – naukou o významu. V deváté kapitole se potom budeme věnovat otázce, do kterých oblastí přirozeného jazyka vlastně může logická teorie zasahovat (budeme například uvažovat o možnosti něčeho takového, jako by byla 'logika otázek' či 'logika příkazů'). Poslední, desátá kapitola je pak věnována tradičnímu problému logických paradoxů – budeme v ní zejména zkoumat, jak se lze z hlediska našeho vidění logiky vypořádávat s případy, kdy nás zdánlivě zcela neproblematické vyjadřovací prostředky přirozeného jazyka, promítnuté i do jeho reglementovaných verzí, vedou na scestí. Kniha je doplněna třemi dodatky, ve kterých jsou formální logické systémy, které v textu charakterizujeme někdy ne zcela pořádně, vymezeny exaktně.

Snažili jsme se knihu psát tak, aby nevyžadovala žádné předběžné znalosti z oblasti logiky; to ale neznamená, že by šlo o knihu populární, která by se četla snadno. Lze očekávat, že ti, kdo mají s logikou jistou zkušenost, se některými jejími obtížnějšími místy budou prokousávat snadněji než ti, pro něž je logika zcela neznámým prostorem. Není-li někdo poznamenán standardní logickou průpravou, může to pro něj být i jistou výhodou – může se totiž na probíraná témata dívat nepředpojatě, bez předem zafixovaných představ o samozřejmé správnosti určitého přístupu. Podstatná část textu je takové povahy, že by měla být soustředěnému čtenáři srozumitelná i při plynulém čtení; Na řadě míst bude ovšem patrně třeba se zastavit a příslušný argument, úvahu či příklad pečlivěji promyslet. Přitom v okamžiku, kdy se pro někoho některá obtížnější pasáž – půjde patrně zejména o pasáže, v nichž je zaveden a využíván nějaký formální aparát – ukáže těžko stravitelnou, není třeba propadat panice. Obvykle je možné pokračovat dál, aniž by to zásadně ohrozilo srozumitelnost výkladu dalších témat. Doufáme, že i díky tomu má tato kniha co nabídnout čtenářům různého typu a zaměření.

Možná přece jen dlužíme čtenářům, kteří měli dost trpělivosti, aby se prokousali až k závěru tohoto úvodu, alespoň náznak vysvětlení jeho podivného začátku. Úvodní souvětí této knihy je podivné nejen z hlediska zdravého selského rozumu, ale i z pohledu logické analýzy. Je jasné, že začít autory této knihy obviňovat z nepřiměřeného sebevědomí, je možné až tehdy, když se prokáže, že je splněna podmínková věta tohoto souvětí, to jest že je pravdivá věta *podmínka v souvětí, kterým začíná tato kniha, je pravdivá*. Jak by ale někdo mohl něco takového prokázat? Vzhledem k tomu, že uvedená podmínka odkazuje sama na sebe, není jedinou (nicméně nezbytnou) podmínkou její pravdivosti nic jiného než zase její pravdivost – žádnou 'vnější' oporu k dispozici nemáme. Potenciální kritik naší nabubřelosti se tak ocitá v neřešitelné situaci – snaha prokázat pravdivost oné úvodní podmínky totiž připomíná snahu

zvednout sebe sama za vlasy do vzduchu. (Blíže o podivných větách tohoto druhu a možných přístupech k nim viz poslední kapitola.)