Plazmonika

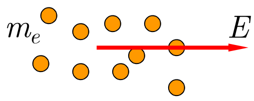
Povrchové plazmony v integrované optice

Typické aplikace:

1. **vlnovodné polarizátory**
2. **SPR senzory**
3. **vlnovodné struktury využívající povrchové plazmony (plazmonika)**

Permitivita kovu (Drudeho model)

„volný“elektronový plyn v elektromagnetickém poli



Pohybová rovnice: $-m_e \ddot{x} - m_e \gamma \dot{x} - eE = 0$

Pro harmonické pole $E = E_0 \exp(-i\omega t)$

získáme ustálené řešení: $x_0 = \dfrac{-eE_0}{m_e \omega^2 + i m_e \gamma \omega}$

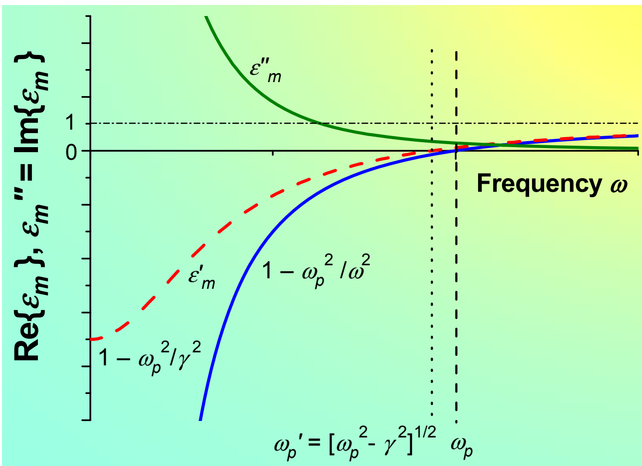
Polarizace: $P_0 = -n_e e x_0 = \dfrac{-e^2 n_e}{m_e \omega^2 + i m_e \gamma \omega} E_0 = \varepsilon_0 \chi E_0$

Permitivita: $\varepsilon_m = 1 + \chi = 1 - \dfrac{e^2 n_e / (m_e \varepsilon_0)}{\omega^2 + i\gamma\omega} = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}$

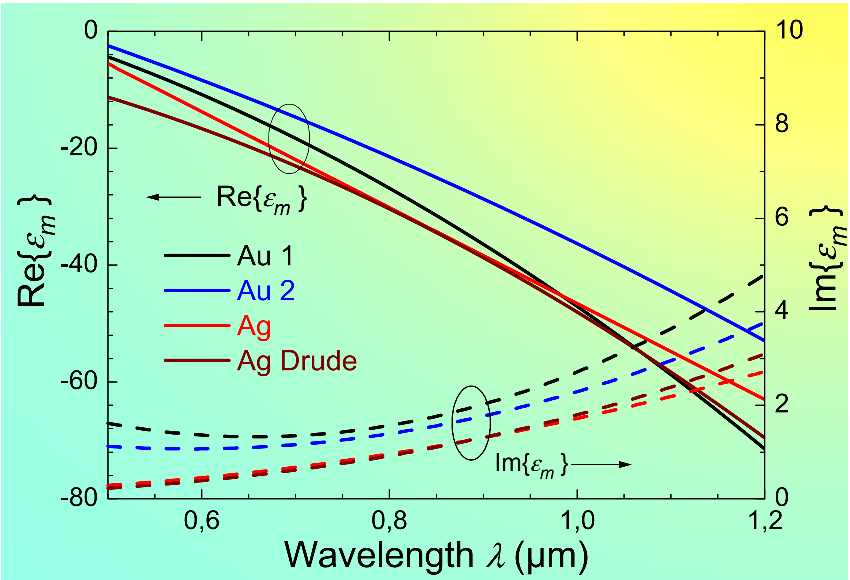
Plazmová frequence $\omega_p = e\sqrt{\dfrac{n_e}{m_e \varepsilon_0}}$

Disperze kovu (Drudeho model)

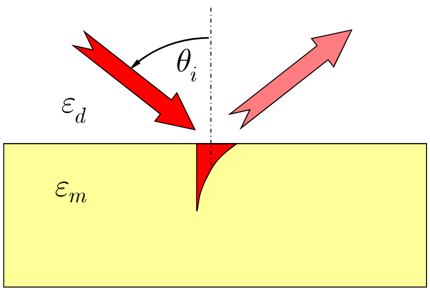
$$\varepsilon_m = \varepsilon'_m + i\varepsilon''_m = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i\frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$$



Disperze kovu (experimentální data)



Odraz optického záření od rozhraní s kovem



$$R^{TE} = \frac{\sqrt{\varepsilon_d - N^2} - \sqrt{\varepsilon_m - N^2}}{\sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \sqrt{\varepsilon_m - N^2}}$$

$$R^{TM} = \frac{\dfrac{\sqrt{\varepsilon_d - N^2}}{\varepsilon_m} - \dfrac{\sqrt{\varepsilon_m - N^2}}{\varepsilon_d}}{\dfrac{\sqrt{\varepsilon_d - N^2}}{\varepsilon_m} + \dfrac{\sqrt{\varepsilon_m - N^2}}{\varepsilon_d}}$$

$$N = \sqrt{\varepsilon_d} \sin \theta_i$$

Pro reálná $\varepsilon_m < 0$,

$$\sqrt{\varepsilon_m - N^2} = i\sqrt{N^2 - \varepsilon_m}$$

and $\left|R^{TE}\right| = \left|R^{TE}\right| = 1.$

Pro komplexní ε_m,

$$\left|R^{TE}\right| < 1, \ \left|R^{TE}\right| < 1.$$

Povrchová plazmová vlna
(povrchový plazmon-polariton, povrchový plazmon)

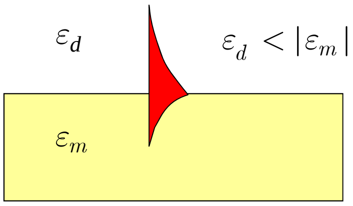
Vzájemně vázaná elektromagnetická a nábojová povrchová **vlna** localizovaná na rozhraní mezi dielectrikem a kovem

Pól $R(N^2) \Rightarrow N^2$ povrchové vlny

TE: $\sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \sqrt{\varepsilon_m - N^2} = 0$ neexistuje řešení

TM: $\varepsilon_m \sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \varepsilon_d \sqrt{\varepsilon_m - N^2} = 0$ **povrchový plazmon**

$$\boxed{N_{SP} = \sqrt{\frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_d + \varepsilon_m}}}$$

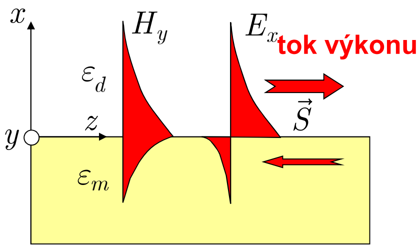


Rozložení pole povrchového plazmonu

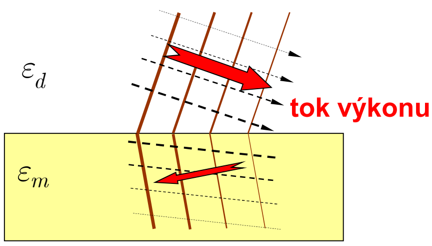
$$H_y(x,z) = H_0 e^{ik_0 N z} \begin{cases} e^{-k_0\sqrt{N^2-\varepsilon_d}\,x}, & x > 0 \\ e^{k_0\sqrt{N^2-\varepsilon_m}\,x}, & x < 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} 1\Big/k_0\sqrt{N^2-\varepsilon_d} &= 265 \text{ nm} \\ 1\Big/k_0\sqrt{N^2-\varepsilon_m} &= 26 \text{ nm} \end{aligned}$$

$$E_x(x,z) = Z_0 N H_0 e^{ik_0 N z} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_d} e^{-k_0\sqrt{N^2-\varepsilon_d}\,x}, & x > 0 \\ \frac{1}{\varepsilon_m} e^{k_0\sqrt{N^2-\varepsilon_m}\,x}, & x < 0 \end{cases}$$

Pro $\gamma = 0,\ \mathrm{Im}\{N\} = 0$



Pro $\gamma > 0,\ \mathrm{Im}\{N\} > 0$

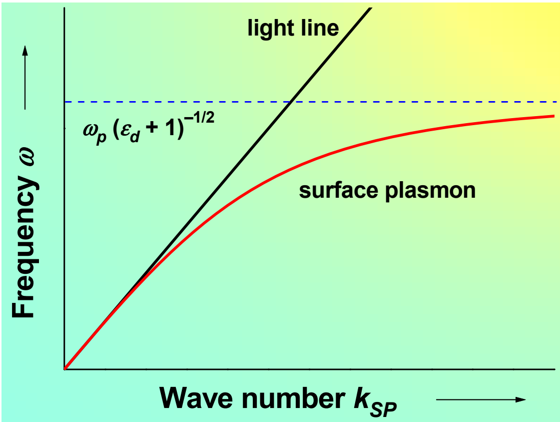


Disperzní vlastnosti povrchového plazmonu

Pro $\gamma = 0,\ \omega < \omega_p / \sqrt{(\varepsilon_d + 1)}$

$$k_{SP} = \frac{\omega}{c} N_{SP} = \frac{\omega n_d}{c} \underbrace{\sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2(\varepsilon_d + 1)}}}_{\text{faktor } <1}$$

"light line"



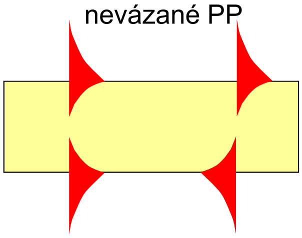
$\mathrm{Re}\{N_{SP}\} > n_d \quad \Rightarrow$

PP je **pomalá vlna**

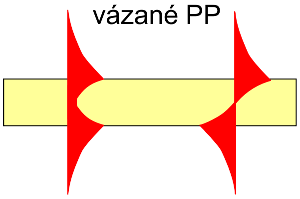
nemůže být excitována zářením z dielektrika

Povrchové plazmony na kovové vrstvě

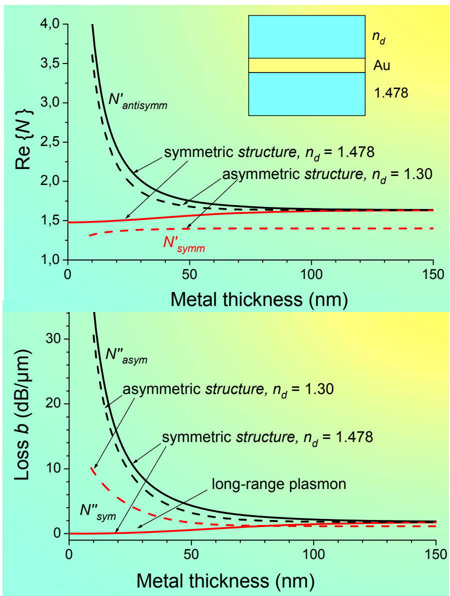
nevázané PP



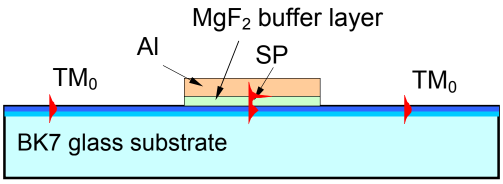
vázané PP

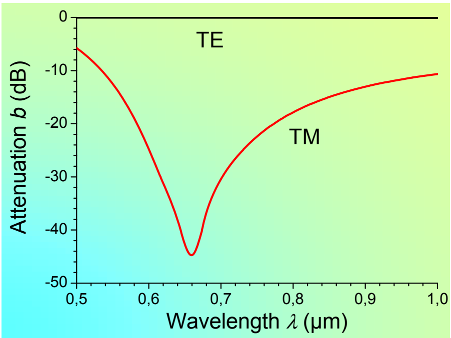


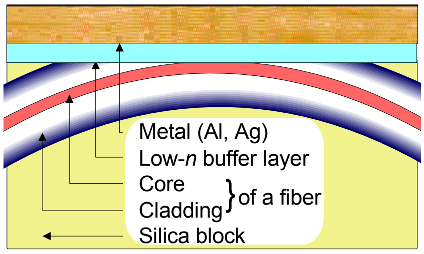
symetrický (vůči H_x) antisymetrický PP



Vlnovodný polarizátor založený na rezonanční excitaci PP



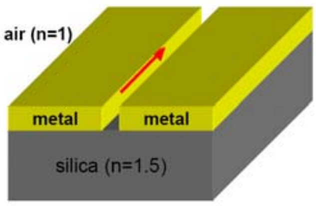


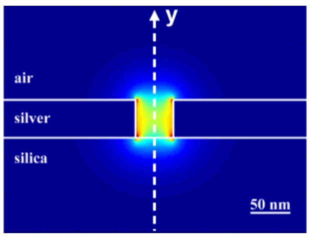


„Plazmonika"

(„fotonika" využívající povrchových plazmonů)

2D vedení povrchového plazmonu

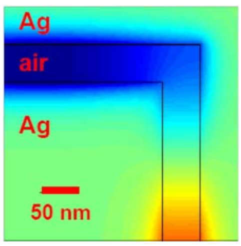




SP umožňuje lokalizovat optické záření ve velmi malém objemu,

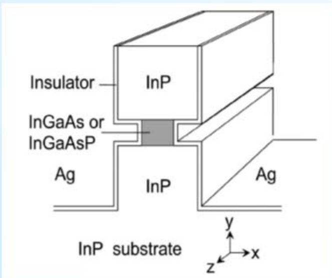
Silný útlum v důsledku „ohmických" ztrát v kovovém materiálu umožňuje šíření jen na vzdálenosti řádu 1-100 µm

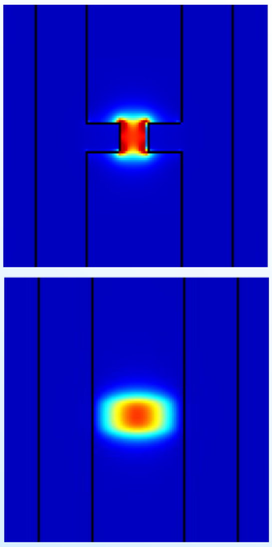
90° ohyb



Koncept „plazmonového polovodičového laseru“

(M. Hill, ECIO 2007)

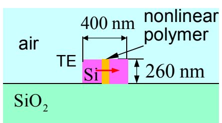




Rozměry aktivní oblasti laseru
26 × 26 × 82 nm

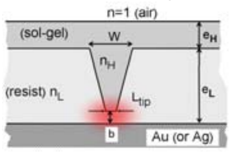
HYBRID DIELECTRIC-PLASMONIC SLOT WAVEGUIDE (HDPSW)

SOI “slot waveguide”



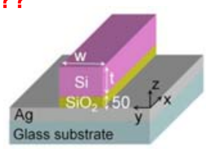
C. Koos & al., *Nat. Photonics* **3**(4), 16–219 (2009)

PIROW – plasmonic inverted rib optical waveguide



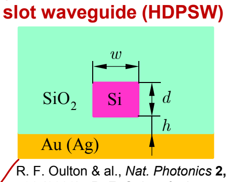
H. Benisty and M. Besbes, *J. Appl. Phys.* **108**(6), 063108 (2010).

??

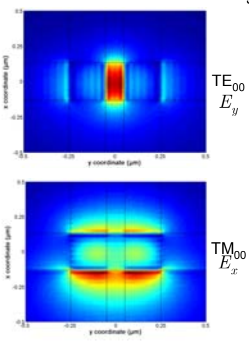


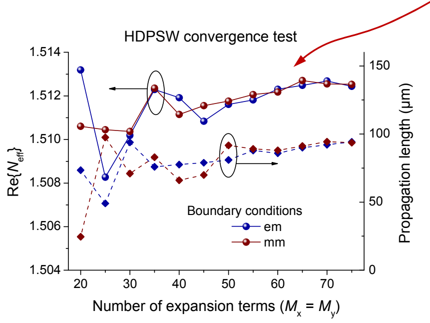
H.-S. Chu & al., *J. Opt. Soc. Am. B* **28**(12), 2895 (2011) (others, too)

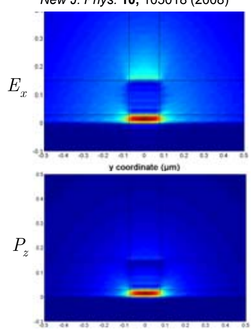
Hybrid dielectric-plasmonic slot waveguide (HDPSW)



R. F. Oulton & al., *Nat. Photonics* **2,** 496 (2008); R. F. Oulton & al., *New J. Phys.* **10,** 105018 (2008)

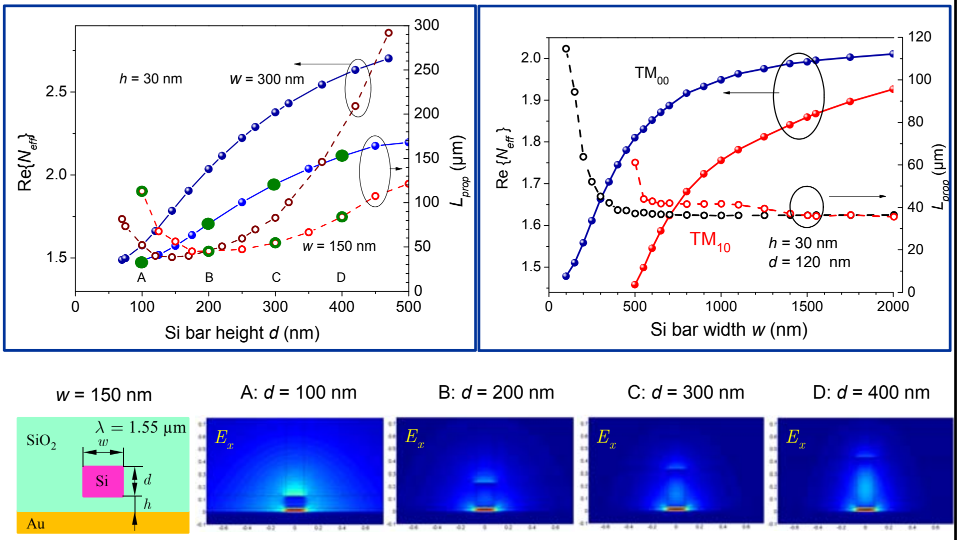




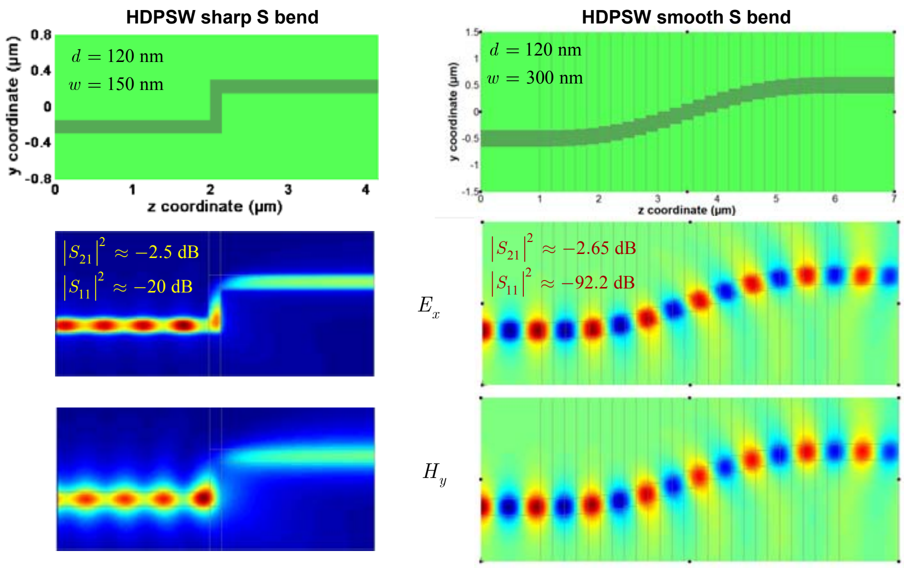


HDPSW PROPERTIES

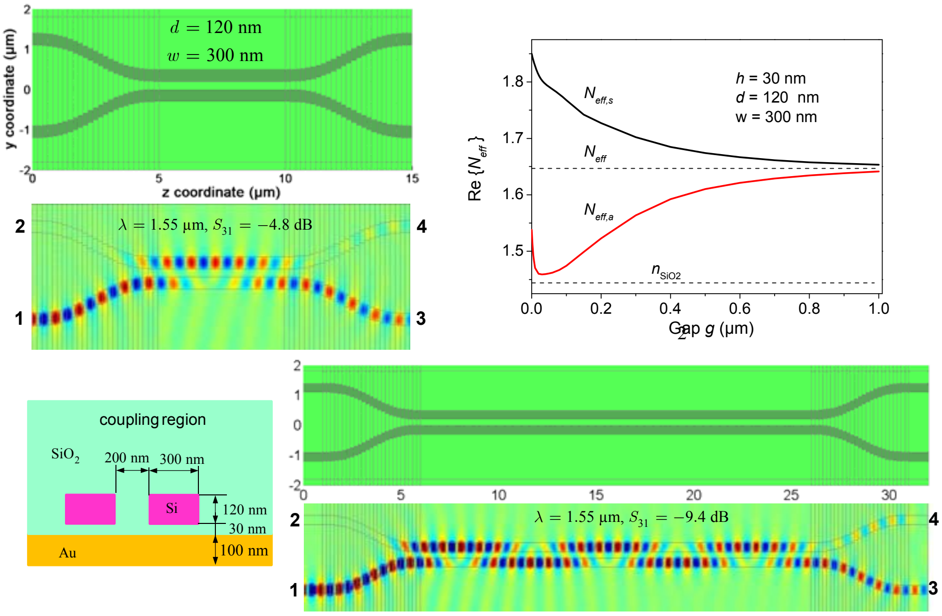
Influence of basic geometric parameters



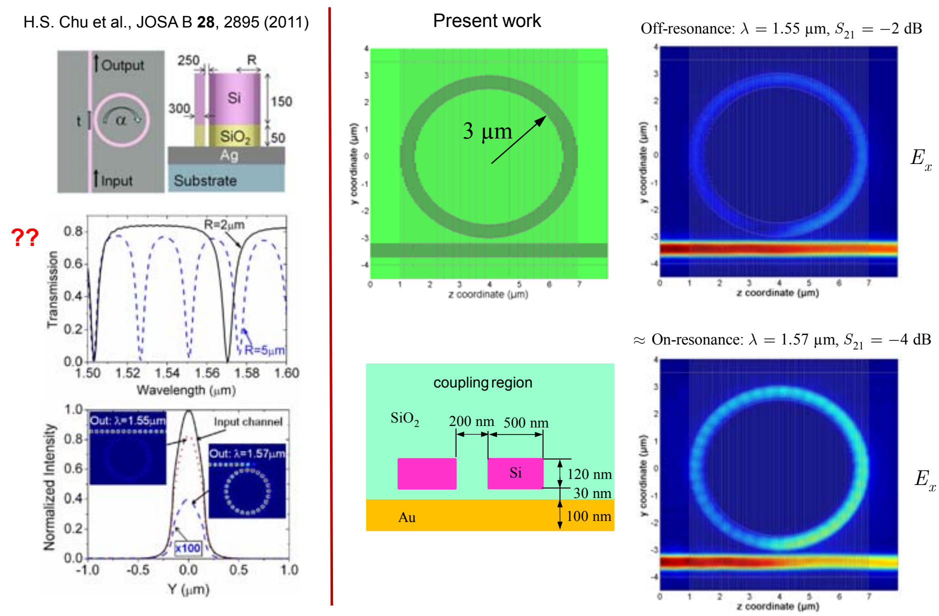
HDPSW DEVICES



DIRECTIONAL COUPLER

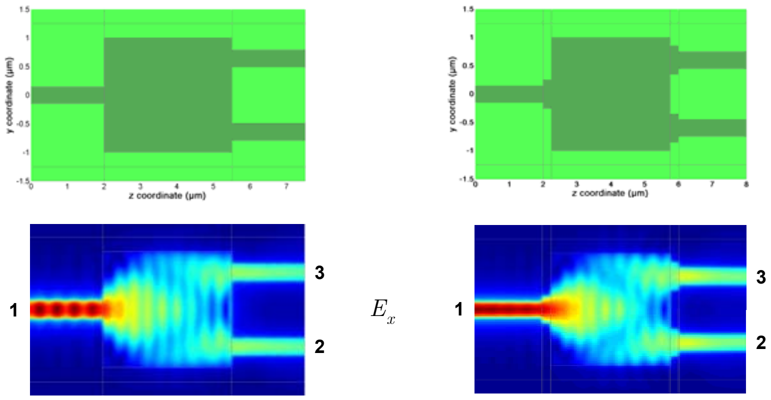


RING MICRORESONATOR



MULTIMODE INTERFERENCE COUPLER

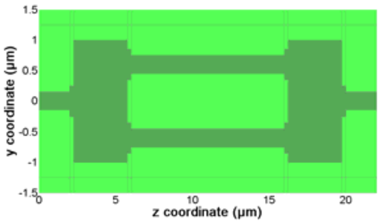
1x2 MMI – simple configuration | **1x2 MMI – improved configuration**

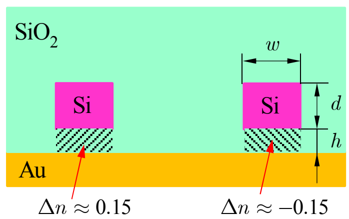


$S_{11} = -24$ dB,
$S_{21} = -6$ dB

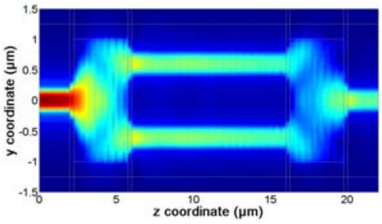
$S_{11} = -51$ dB,
$S_{21} = -5.5$ dB

MACH-ZEHNDER INTERFEROMETER



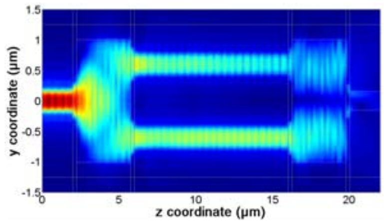


“On” state



$S_{11} = -37$ dB
$S_{21} = -6$ dB

“Off” state



$S_{11} = -25$ dB
$S_{21} = -21$ dB

Optické senzory

Optické vláknové senzory

Základní typy vláknových senzorů:

1. Extrinsické: optické vlákno slouží ***k přenosu*** informace (signálu)
2. Intrinsické (vlastní): vlákno slouží ***jako čidlo***
3. Smíšené (nelze jednoznačně odlišit obě funkce)

Příklady extrinsického senzoru:

Optická závora s vláknovým vstupem a výstupem;
Senzor chemických veličin založený na fotoluminiscenci

Příklady intrinsického senzoru:

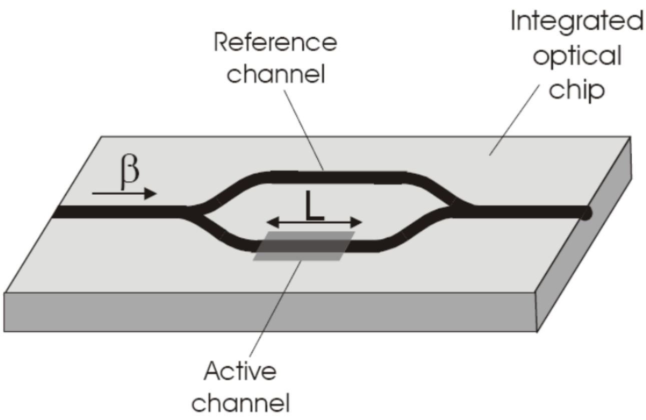
Vlákno s Braggovou mřížkou; vláknový gyroskop

Příklady smíšeného senzoru:

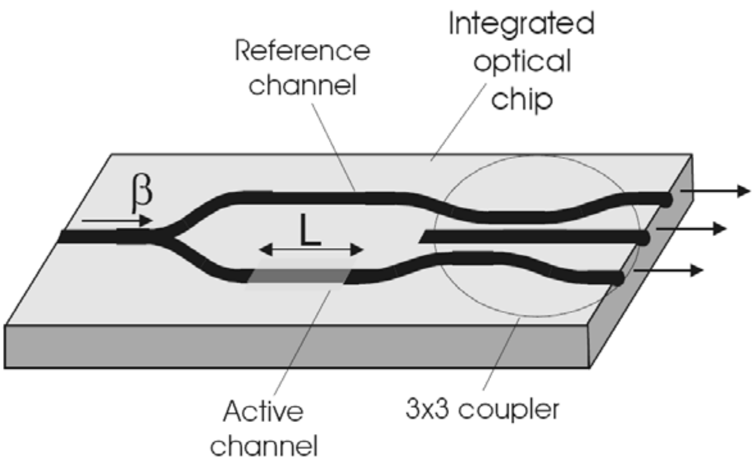
Čidlo polohy založené na vazbě mezi vlákny;

Biochemický senzor využívající rezonanční excitace povrchových plazmonů

Vlnovodný senzor na bázi Machova – Zehnderova interferometru

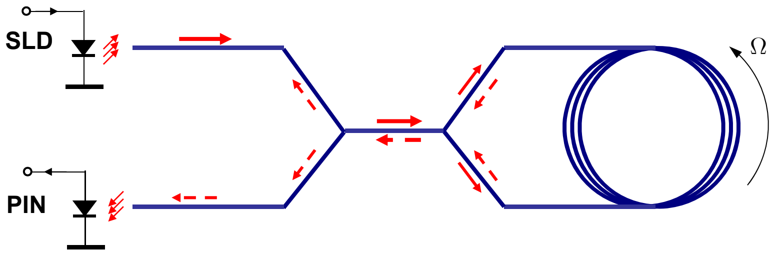


Vlnovodný Machův – Zehnderův interferometr s vazebním členem 3×3



Vláknový optický gyroskop

Sagnakův fázový posuv optického záření — **relativistický efekt**



Rotuje-li smyčka vůči inerciální soustavě úhlovou rychlostí Ω,

vzniká mezi vlnami šířícími se v opačných směrech **fázový posuv**

$$\Delta\varphi_S = \frac{2\pi}{\lambda c} LD\Omega = \frac{8\pi^2}{\lambda c} R^2 N\Omega,$$

D je průměr cívky, R poloměr, N počet závitů, L celková délka vlákna,
λ vlnová délka optického záření (ve vakuu)

Aproximativní odvození Sagnakova posuvu
s pomocí speciální teorie relativity

Označme t^+ resp. t^- dobu průchodu optického záření smyčkou ve směru úhlové rotace a v protisměru. Fázový posuv je pak dán výrazem

$\Delta\varphi_S = \omega\left(t^+ - t^-\right)$, v němž $\omega = 2\pi c/\lambda$ je kruhová frekvence záření.

Označme podobně v^+ resp. v^- fázovou rychlost optického signálu šířícího se ve směru rotace a v protisměru. Pak

$$\Delta\varphi_S = \omega\left(\frac{L}{v^-} - \frac{L}{v^+}\right) = \frac{2\pi c L}{\lambda}\left(\frac{1}{v^-} - \frac{1}{v^+}\right)$$

Podle pravidla pro relativistické skládání rychlostí $v = \left(v_1 + v_2\right)\Big/\left(1 + v_1 v_2 / c^2\right)$

platí $v^\pm = \dfrac{\dfrac{c}{n} \pm R\Omega}{1 \pm \dfrac{R\Omega}{nc}}$, kde c/n je fázová rychlost šíření vidu ve vlákně,

$R\Omega$ je postupná obvodová rychlost bodu na obvodu smyčky.
Za dobu $t^\pm$ se smyčka pootočí o úhel $\Omega t^\pm$, dráha se tedy prodlouží (zkrátí) o $\pm R\Omega t^\pm$:

Pak $t^\pm = \dfrac{2\pi RN \pm \Omega R t^\pm}{v^\pm}$, neboli $t^\pm = \dfrac{2\pi RN}{v^\pm}\left(1 \pm \dfrac{\Omega R}{v^\pm}\right) \approx \dfrac{2\pi RN}{v^\pm}\left(1 \pm \dfrac{n\Omega R}{c}\right)$.

Poněvadž $\frac{1}{v^{\pm}} = \frac{1 \pm \frac{R\Omega}{nc}}{\frac{c}{n} \pm R\Omega} \approx \frac{n}{c}\left(1 \pm \frac{R\Omega}{nc}\right)\left(1 \mp \frac{nR\Omega}{c}\right)$, platí v prvém řádu Ω

$$t^{\pm} \approx \frac{2\pi RNn}{c}\left(1 \pm \frac{n\Omega R}{c}\right)\left(1 \pm \frac{R\Omega}{nc}\right)\left(1 \mp \frac{nR\Omega}{c}\right) \approx 2\pi RN\left(\frac{n}{c} \pm \frac{R\Omega}{c^2}\right).$$

Pro Sagnakův posuv pak dostaneme

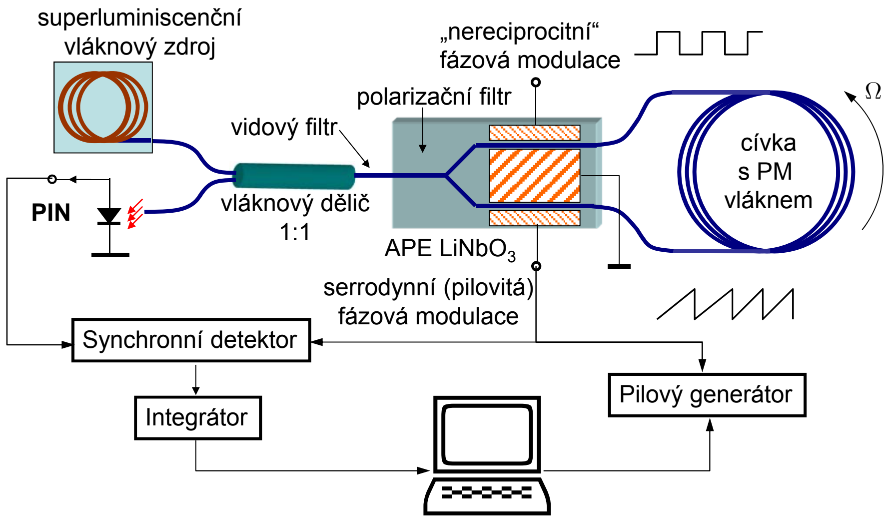
$$\Delta\varphi_S = \omega\left(t^{+} - t^{-}\right) = 4\omega\pi RN\frac{R\Omega}{c^2} = \frac{8\pi^2}{\lambda c}R^2N\Omega = \frac{2\pi}{\lambda c}LD\Omega\,.$$

Pro aplikaci v gyroskopech je zásadní, že **Sagnakův posuv nezávisí na indexu lomu** vlákna. Nemhou se proto uplatnit ani jeho fluktuace (např. vlivem teploty aj.)

Řádový odhad velikosti Sagnakova posuvu: pro λ = 1 μm, L = 1 km, D = 10 cm a Ω = 15°/hod. (rychlost úhlové rotace Země) je $\Delta\varphi_S$ = 1.52×10^{-4} rad = 8.7×10^{-3} °.

Aplikace v inerciální navigaci vyžadují měřt úhlovou rotaci v rozmezí cca 0,2°/h až po 720°/s, tj. v rozmezí téměř 8 řádů (!!!)

Technická realizace vláknového optického gyroskopu



Popis funkce

„Nereciprocitní“ modulace (obdélníková nebo sinusová) s periodou $T \approx t^{\pm}$

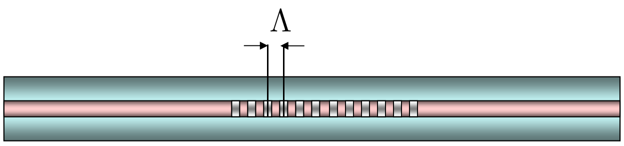
- nastavuje pracovní bod do inflexního bodu fázové charakteristiky
- umožňuje tak rozlišit směr rotace a zvýšit citlivost

Serodynní modulace se zdvihem 2π posouvá kmitočet optické vlny o opakovací frekvenci modulátoru f. Tím dochází k fázovému posuvu $\Delta\varphi = 2\pi f T$, jímž se kompenzuje Sagnakův posuv. Výstupem je pak *frekvence* úměrná Sagnakovu posuvu.

Aplikace

Vojenství (navigace letadel, navádění raket, ...)
Inerciální navigace dopravních letadel (3 × gyroskop pro 3 osy + 3 × akcelerometr)
Levné gyroskopy – automobilový průmysl (regulace tuhosti nápravy podle kmitání poloosy detekované vláknovým gyroskopem)
....

Braggovské mřížky v optickém vlákně - 1



$$k = \frac{2\pi}{\lambda_B} N_{eff}$$

$$K = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

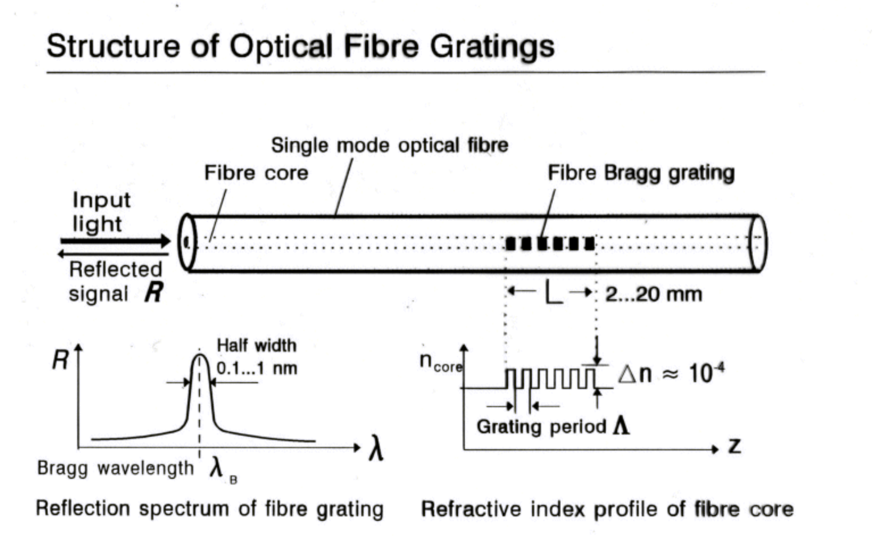
$$2k = K \quad \Rightarrow \quad \Lambda = \frac{\lambda_B}{2N_{eff}}$$

Braggovské mřížky **zpětně odrážejí** optické záření v úzkém pásmu vlnových délek

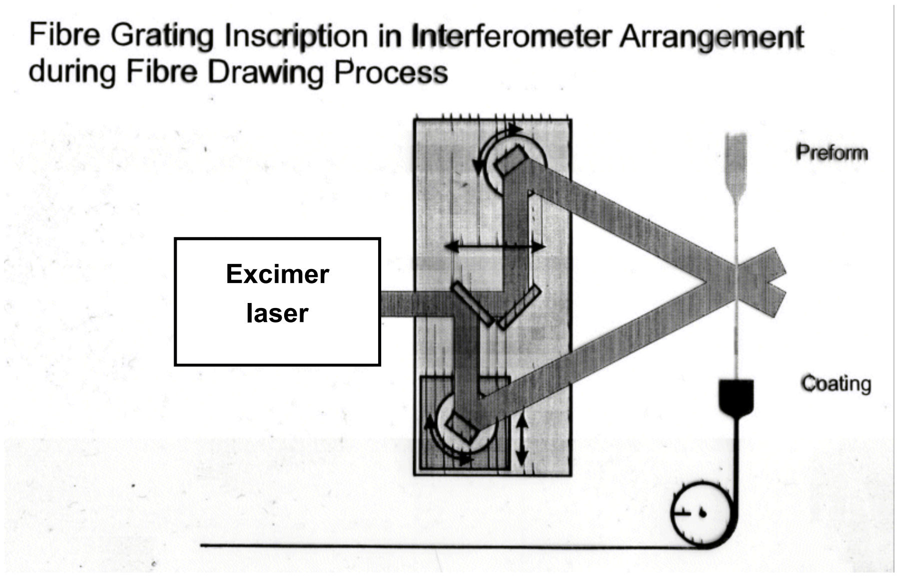
Vytváření: holografický záznam UV expozici (excimerový KrF laser)

Aplikace: měření deformací, namáhání, pnutí, teploty

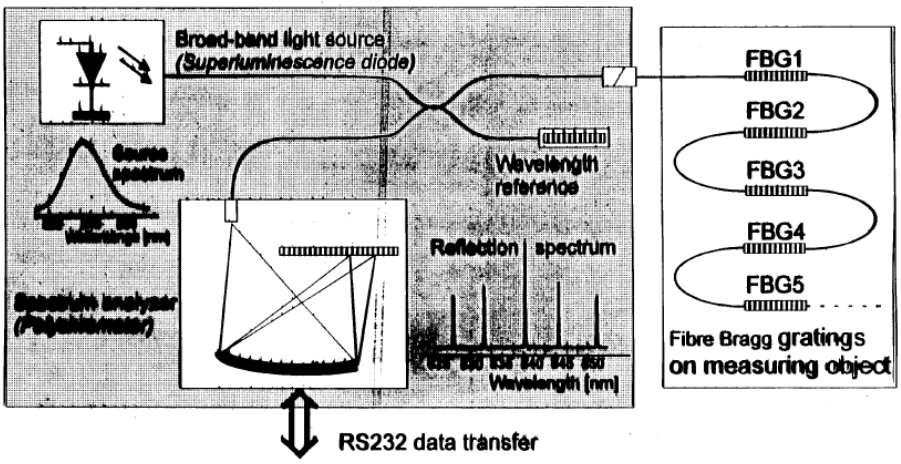
Braggovské mřížky v optickém vláknĕ - 2



„Zápis“ mřížek UV zářením do jádra vlákna

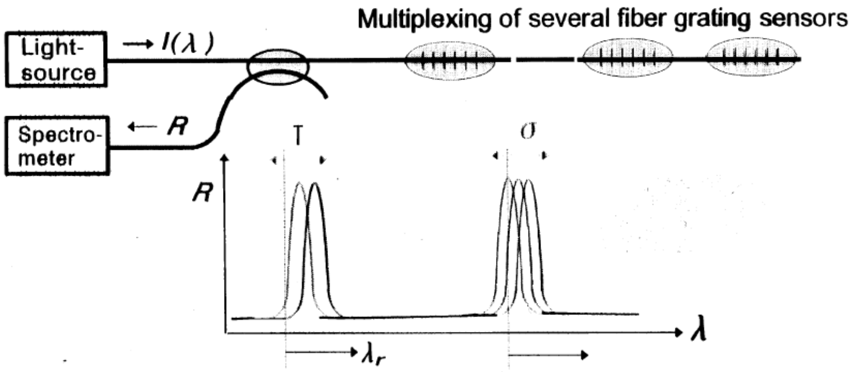


Spectroscopic Evaluation of Fibre-Optic Sensor Network



Application of Optical Fiber Gratings

Sensor Network for Measurement of Temperature and Strain

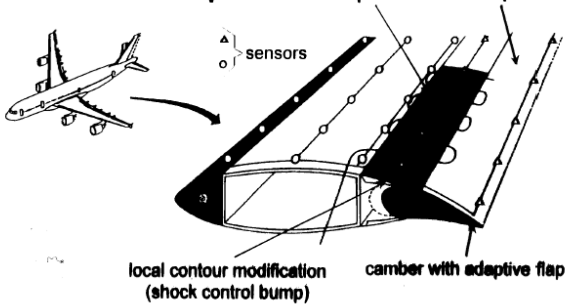


Temperature:
$\Delta\lambda \approx 1\text{nm}$ at $\Delta T = 140K$

Strain:
$\Delta\lambda \approx 1\text{nm}$ at $\frac{\Delta L}{L} = \sigma = 1.5 \cdot 10^{-3}$

Adaptive wing

DASA Airbus concept

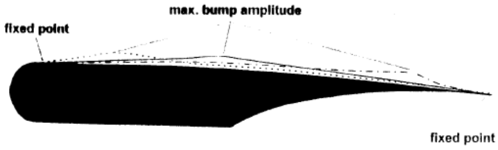


objectives:

- improved fuel economy
- increased payload
- lower operating costs

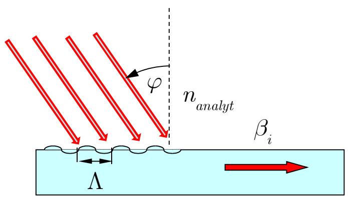
Bragg grating application:

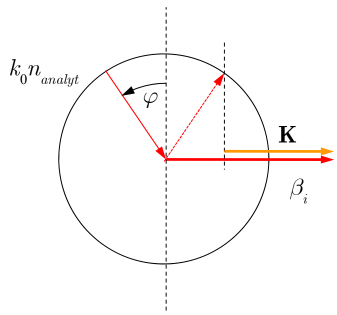
measurement of the contour modification of variable wing geometries (e.g. position of the shock control bump).



Bump height : 0,10 - 0,3 % of wing depth (assumption c = 7 m ==> max. 21 mm)

Vlnovodný senzor založený na excitaci vlnovodu mřížkou





$$\beta_i = k_0 N_i = k_0 n_{analyt} \sin\varphi + K$$

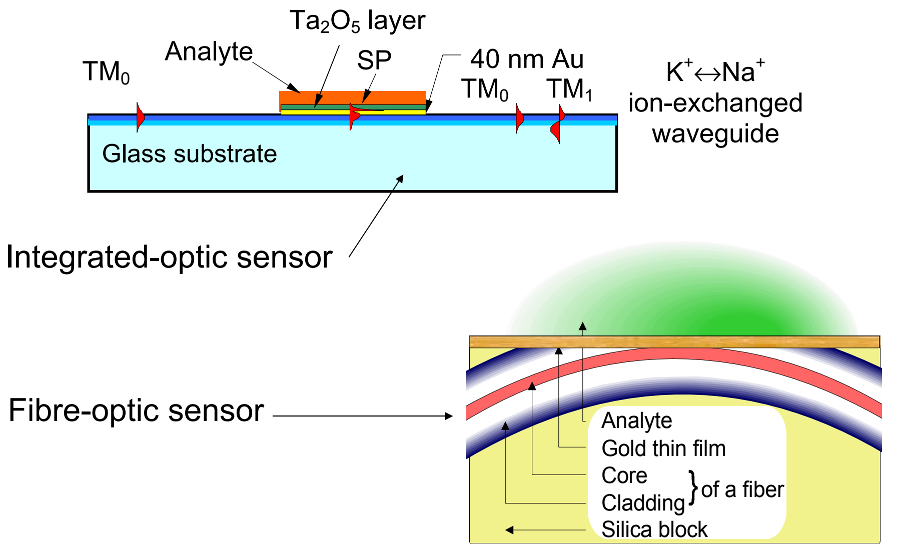
$$k_0 N_i = k_0 n_{analyt} \sin\varphi + K,$$

$$n_{analyt} = \frac{N_i - \lambda/\Lambda}{\sin\varphi},$$

$$\delta n_{analyt} = -\left(N_i - \lambda/\Lambda\right)\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi}\delta\varphi = -\frac{N_i - \lambda/\Lambda}{\sin\varphi\tan\varphi}\delta\varphi$$

Měřením malých změn synchronního úhlu φ můžeme určovat změnu indexu lomu analytu.

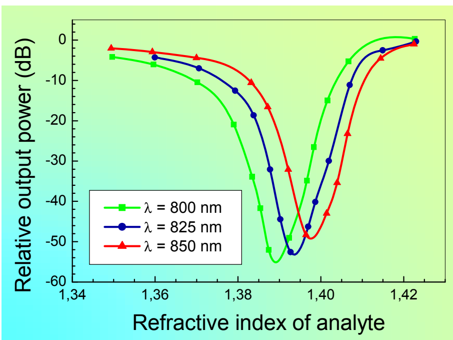
Vlnovodné senzory využívající rezonanční excitace povrchových plazmonů

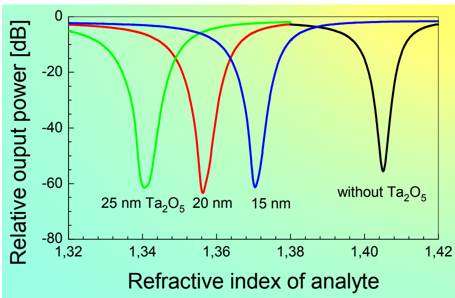


Průchod optického záření senzorem s PP

1. závislost na indexu lomu analytu (zkoumaného prostředí)

2D (planární) model



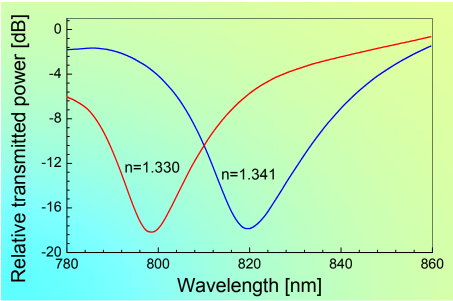


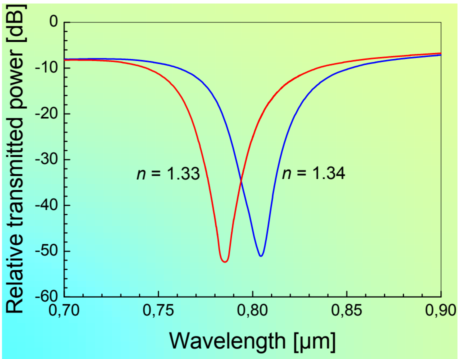
měření laditelným Ti:safírovým laserem

Průchod optického záření IO senzorem s PP

2. spektrální závislost

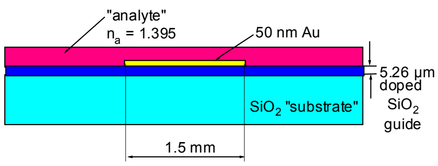
2D (planární) model

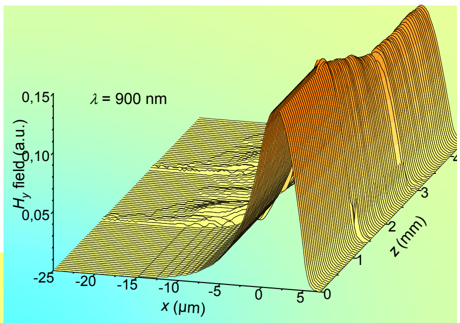


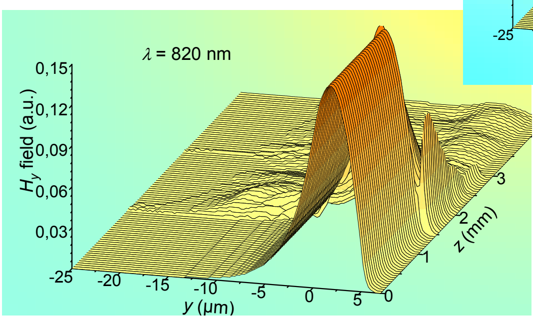


měřeno s širokopásmovou SLD a spektrálním analyzátorem

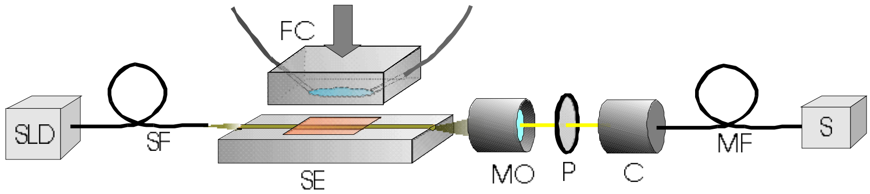
Rozložení optického záření ve vlnovodu s úsekem, na němž se může šířit PP

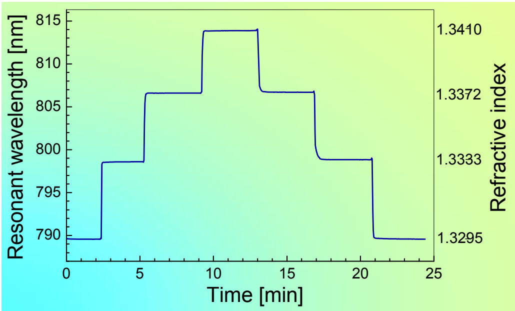






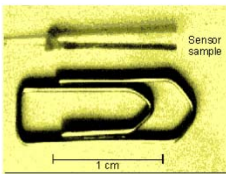
Experimentální uspořádání integrovaně-optického senzoru s PP

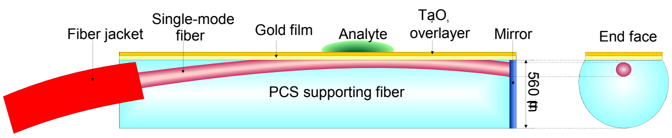


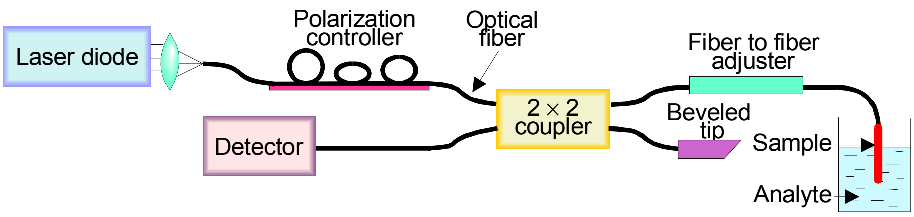


Rozlišení změn indexu lomu menších než 1.2×10^{-6}

Miniaturised surface plasmon resonanace fibre-optic sensor

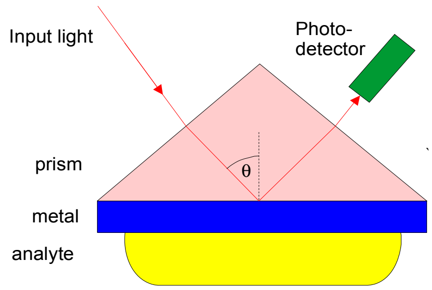




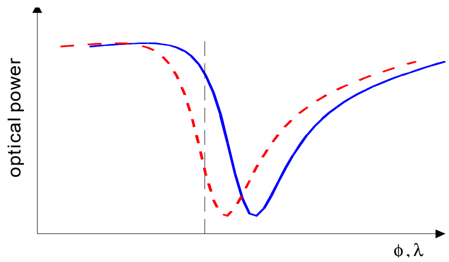


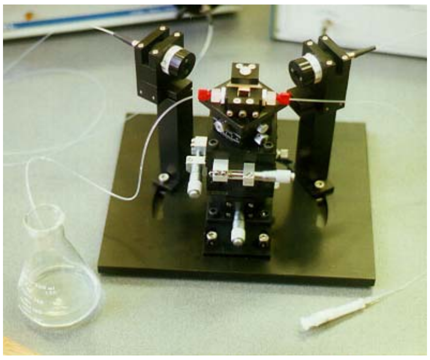
Refractive index resolution better than 2×10^{-5}

Objemové senzory s PP



Rozlišení změn indexu lomu menších než 5×10^{-7}

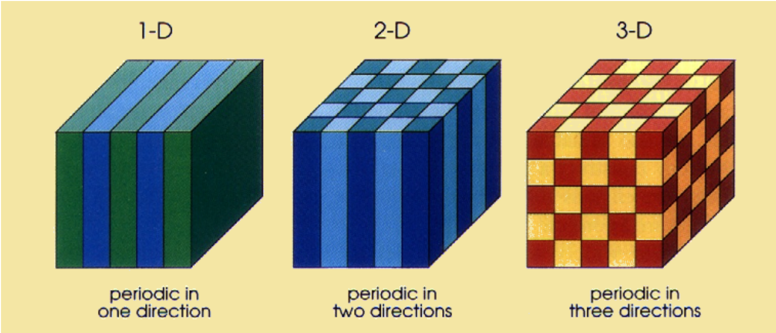




Fotonické krystaly

Fotonické krystaly

1D, 2D nebo 3D periodické struktury s velkým kontrastem permitivity



E. Yablonovitch: „Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics“, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2059–2062, 1987

J. D. Joannopoulos *et al.*: *Photonic Crystals: molding the flow of light*, Princeton University Press 1995

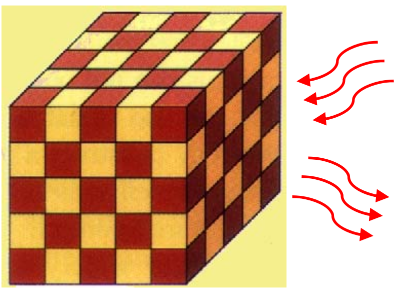
S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos: *Photonic Crystals, The road from theory to practice,* Kluwer Academic Publishers 2003

J.-M. Lourtioz *et al.*: *Photonic Crystals : Towards Nanoscale Photonic Devices*, Springer 2005

…

Fotony se v periodickém dielektrickém prostředí pohybují „podobně“ jako **elektrony** v periodickém potenciálovém poli

Za jistých podmínek existuje **zakázaný pás energií fotonů.** Fotony s energií uvnitř zakázaného pásu se v periodickém prostředí nemohou šířit, záření se tudíž **totálně odráží zpět**



Z pohledu vlnové optiky jde o **braggovský odraz vlny od periodického prostředí**. Totální odraz je možno využít k vytvoření **optických vlnovodů ve fotonických krystalech**

Vytvořit trojrozměrné periodické prostředí je však technologicky obtížné.

“Pohybové rovnice” pro elektrony a fotony v krystalech

Schrödingerova rovnice pro elektron v periodickém potenciálu:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_e^*}\Delta + V(\mathbf{r})\right]\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r})$$

$$V(\mathbf{r}+\mathbf{a}) = V(\mathbf{r}) \qquad K = \frac{2\pi}{|\mathbf{a}|}$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_m u_m(\mathbf{r})\, e^{im\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}$$

periodický potenciál vlnová funkce energie fotonu (Floquetova)-Blochova vlna,

Aproximativní (jednočásticové) přiblížení

“Vlnová rovnice” pro fotony v periodické permitivitě

$$\nabla\times\mathbf{E} = i\omega\mu_0\mathbf{H}, \qquad \nabla\times\mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E},$$

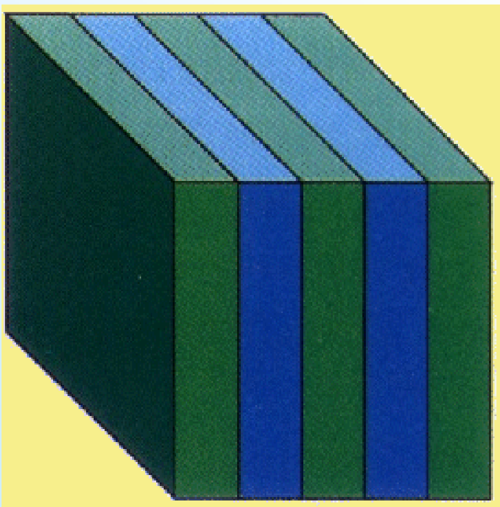
$$\boxed{\nabla\times\left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})}\nabla\times\mathbf{H}(\mathbf{r})\right) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\mathbf{H}(\mathbf{r})}$$

Přesná (“mnohočásticová”) teorie

Rovnice pro vlastní hodnoty energie fotonů a F-B funkce

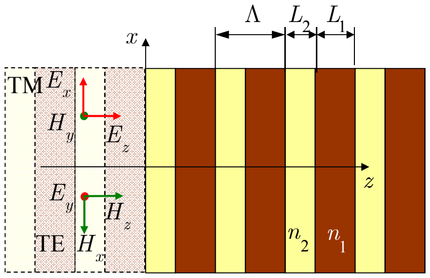
Tento přístup je jednoduchý a průzračný,
ale standardně nebere v úvahu *disperzi permitivity* $\varepsilon(\mathbf{r},\omega)$

Periodická vrstevnatá struktura jako jednorozměrný fotonický krystal



Jednorozměrný fotonický krystal

Existence zakázaného pásu odvozená metodou přenosové matice
(fotonická analogie Kronigova - Penneyova modelu krystalu)



Normalizace souřadnic a vln. vektorů

$$\xi = k_0 x, \quad \zeta = k_0 z, \quad k_0 = 2\pi/\lambda$$

$$\mathbf{k}_l = k_0\left(\gamma \mathbf{x}^0 + N_l \mathbf{z}^0\right), \quad l = 1, 2, \ldots, L$$

$$\gamma^2 + N_l^2 = \varepsilon_l = \begin{cases} n_1^2 \\ n_2^2 \end{cases}$$

γ – příčná konst. šíření ***stejná***

konst. šíření

Elektromagnetické pole je popsáno komplexními amplitudami $p_l(\zeta), q_l(\zeta)$

TE

$$E_{y,l}(x,z) = \sqrt{2k_0 Z_0 / N_l}\, p_l(\zeta) e^{i\gamma\xi},$$
$$H_{x,l}(x,z) = -\sqrt{2k_0 Y_0 N_l}\, q_l(\zeta) e^{i\gamma\xi},$$
$$H_{z,l}(x,z) = \sqrt{2k_0 Y_0 / N_l}\, \gamma p_l(\zeta) e^{i\gamma\xi},$$

TM

$$H_{y,l}(x,z) = \sqrt{2k_0 Y_0 \varepsilon_l / N_l}\, p_l(\zeta) e^{i\gamma\xi},$$
$$E_{x,l}(x,z) = \sqrt{2k_0 Z_0 N_l / \varepsilon_l}\, q_l(\zeta) e^{i\gamma\xi},$$
$$E_{z,l}(x,z) = -\sqrt{2k_0 Y_0 / (\varepsilon_l N_l)}\, \gamma\, p_l(\zeta) e^{i\gamma\xi},$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \quad Y_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vidy

Průchod l-tou vrstvou je popsán přenosovou maticí $\mathbf{A}_l$

$$\begin{pmatrix} p_l(\zeta+\Delta\zeta) \\ q_l(\zeta+\Delta\zeta) \end{pmatrix} = \mathbf{A}_l \cdot \begin{pmatrix} p_l(\zeta) \\ q_l(\zeta) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_l = \begin{pmatrix} \cos N_l\Delta\zeta & i\sin N_l\Delta\zeta \\ i\sin N_l\Delta\zeta & \cos N_l\Delta\zeta \end{pmatrix},$$

průchod rozhraním $l \to l+1$ a $l+1 \to l$ je popsán maticemi

$${}^{l+1,l}\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 1/\rho \end{pmatrix}, \qquad \rho = \sqrt{N_{l+1}/N_l} \qquad \text{pro TE polarizaci a}$$

$${}^{l,l+1}\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1/\rho & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix} \qquad \rho = \sqrt{N_{l+1}\varepsilon_l / N_l\varepsilon_{l+1}} \qquad \text{pro TM polarizaci.}$$

Přenosová matice jedné celé periody je ${}^{\Lambda}\mathbf{A} = {}^{12}\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}_2\cdot{}^{21}\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}_1$.

Floquetův-Blochův „vid“ (vlna) je definován pomocí vlastní funkce matice ${}^{\Lambda}\mathbf{A}$,

$${}^{\Lambda}\mathbf{A}\cdot\begin{pmatrix} p_1^F \\ q_1^F \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} p_1^F \\ q_1^F \end{pmatrix}, \quad s = \exp\left(i\varphi^F\right), \quad \varphi^F = k^F\Lambda,$$

k^F je konstanta šíření F-B vidu.

k^F je určen až na aditivní konstantu $K = 2\pi/\Lambda$: $\exp(ik^F\Lambda) = \exp\left[i\left(k^F + K\right)\Lambda\right]$

Proto stačí určit k^F v intervalu $-K/2 < k^F \le K/2$ $\Rightarrow$ *první Brillouinova zóna.*

Vlastní hodnoty a fotonický zakázaný pás

Označme $\Lambda = L_1 + L_2, \quad \varphi_1 = k_0 N_1 L_1, \quad \varphi_2 = k_0 N_2 L_2,$

matice ${}^{\Lambda}\mathbf{A}$ má pak vlastní čísla

$$s = \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \frac{1}{2}\left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \pm \sqrt{\left[\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \frac{1}{2}\left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\varphi_1 \sin\varphi_2\right]^2 - 1}\ .$$

FB vid se „šíří“ , jen pokud $|s| = 1,$ *t.j.*, pokud

$$\left|\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \frac{1}{2}\left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\varphi_1 \sin\varphi_2\right| \leq 1.$$

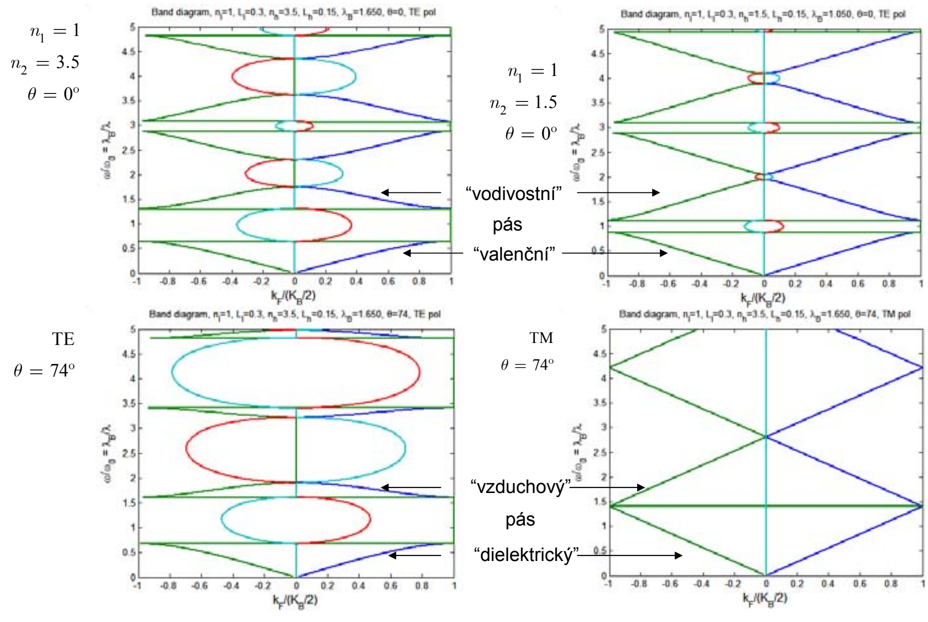
Normovaná konstanta šíření je pak

$$k^{F\prime} = \frac{k^F}{K/2} = \frac{1}{\pi}\arccos\left[\cos\left(\frac{\omega}{c}N_1L_1\right)\cos\left(\frac{\omega}{c}N_2L_2\right) - \frac{1}{2}\left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\left(\frac{\omega}{c}N_1L_1\right)\sin\left(\frac{\omega}{c}N_2L_2\right)\right].$$

Pokud $\left|\cos\left(\frac{\omega}{c}N_1L_1\right)\cos\left(\frac{\omega}{c}N_2L_2\right) - \frac{1}{2}\left(\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\left(\frac{\omega}{c}N_1L_1\right)\sin\left(\frac{\omega}{c}N_2L_2\right)\right| > 1,$

k^F je komplexní, a vlna se nemůže šířit podél nekonečně dlouhého krystalu. Tak vzniká **fotonický zakázaný pás.**

Pásová struktura jednorozměrného krystalu



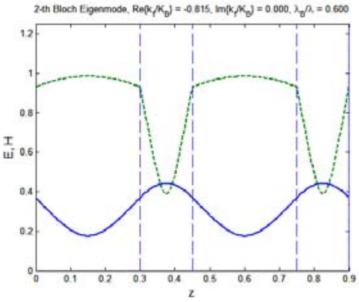
Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vidy

$n_1 = 1$

$n_2 = 3.5$

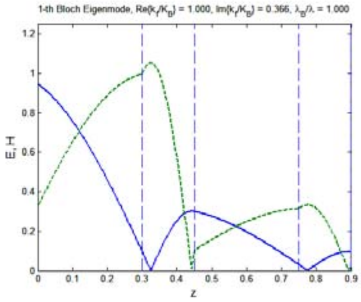
$\lambda_B / \lambda = 0.6$

"dielektr." pás



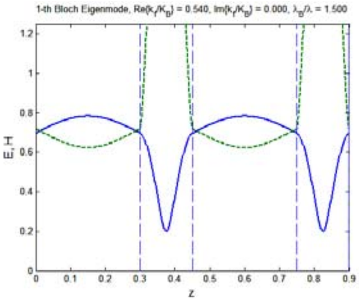
$\lambda_B / \lambda = 1.0$

uvnitř zakázaného pásu



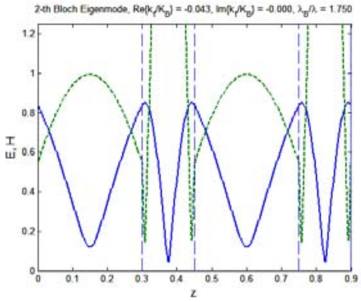
$\lambda_B / \lambda = 1.5$

"vzduch." pás



$\lambda_B / \lambda = 1.75$

blízko okraje Brillouinovy zóny



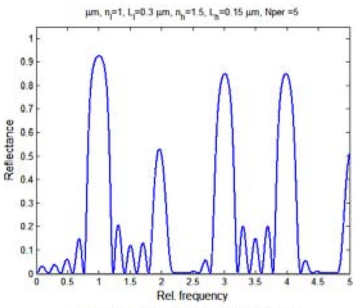
Spektrální reflektance

$n_1 = 1$

$n_2 = 1.5$

$n_{per} = 5$

nízký kontrast, málo period

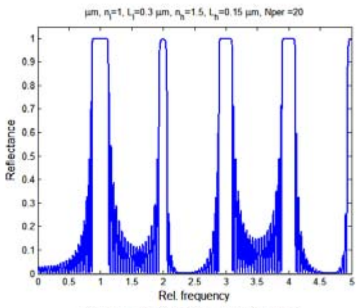


$n_1 = 1$

$n_2 = 1.5$

$n_{per} = 20$

nízký kontrast, víc period

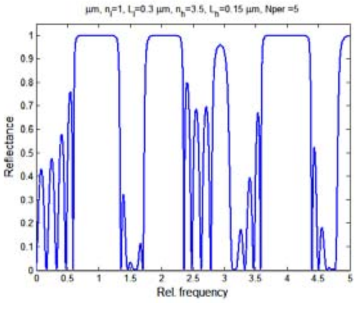


$n_1 = 1$

$n_2 = 3.5$

$n_{per} = 5$

velký kontrast, málo period

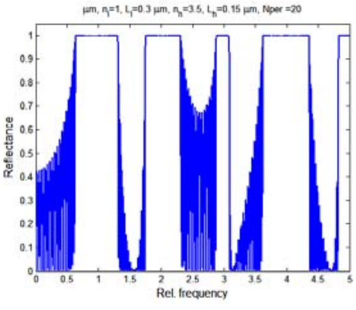


$n_1 = 1$

$n_2 = 3.5$

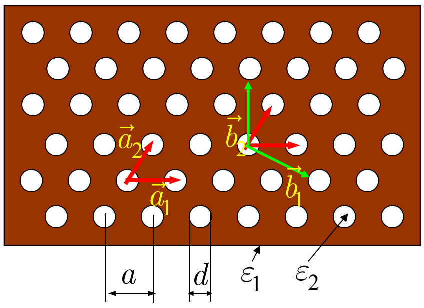
$n_{per} = 20$

velký kontrast, více period



Fotonické krystaly odpovídají často spíše „nanokrystalům“

Dvojrozměrné „fotonické krystaly"

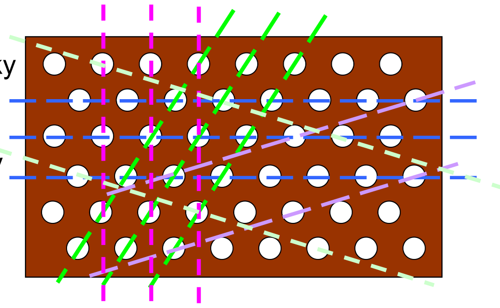


Periodické uspořádání otvorů;
Blochův – Floquetův teorém

$$\left.\begin{matrix} E_z \\ H_z \end{matrix}\right\} = u_{\vec{k}}\left(\vec{r}_{\parallel}\right) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_{\parallel}} e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}_{\parallel}},$$

$$u_{\vec{k}}\left(\vec{r}_{\parallel}\right) = u_{\vec{k}}\left(\vec{r}_{\parallel} + \vec{a}_1\right) = u_{\vec{k}}\left(\vec{r}_{\parallel} + \vec{a}_2\right)$$

$$\vec{G} = m\vec{b}_1 + n\vec{b}_2;\ m,\ n \text{ celé}$$



Elementární vektory prostorové mřížky

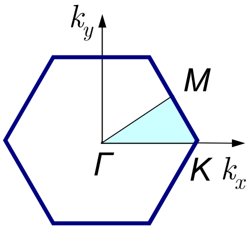
$$\vec{a}_1 = (a, 0); \qquad \vec{a}_2 = (a/2, \sqrt{3}a/2)$$

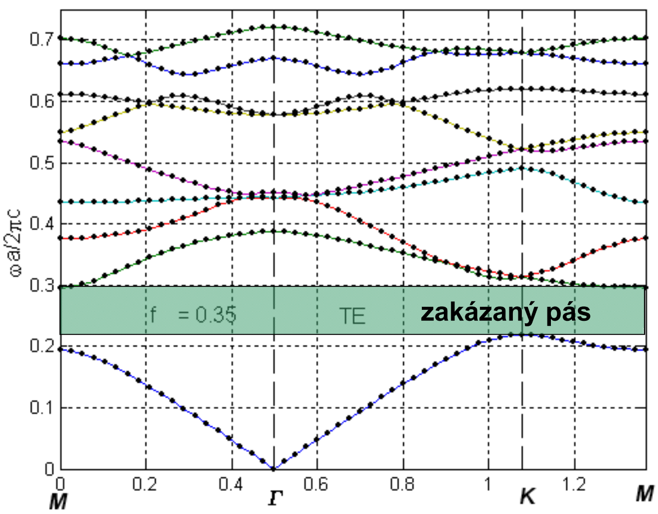
Elementární vektory reciproké mřížky

$$\vec{b}_1 = \left(\frac{1}{a}, \frac{1}{a\sqrt{3}}\right), \qquad \vec{b}_2 = \left(0, \frac{2}{a\sqrt{3}}\right)$$

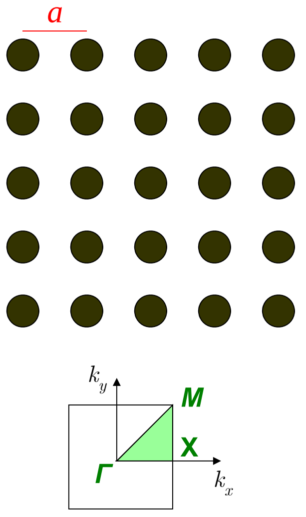
Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu s trojúhelníkovou mřížkou

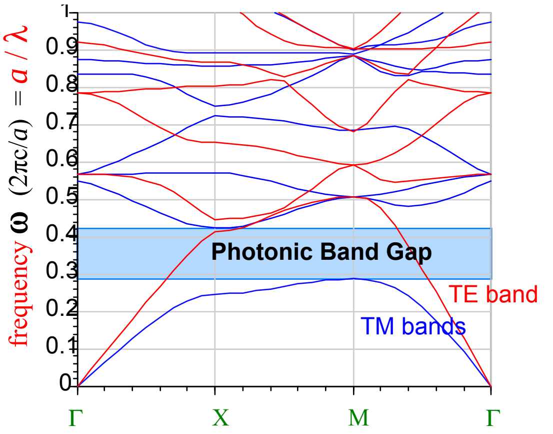
první Brillouinova zóna prostoru vlnových vektorů



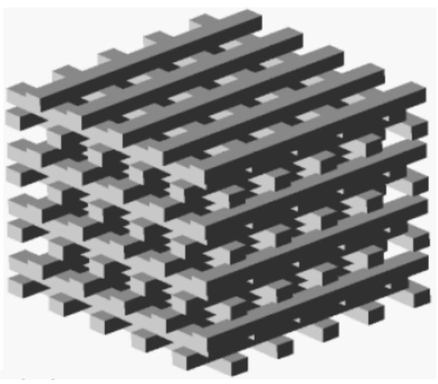


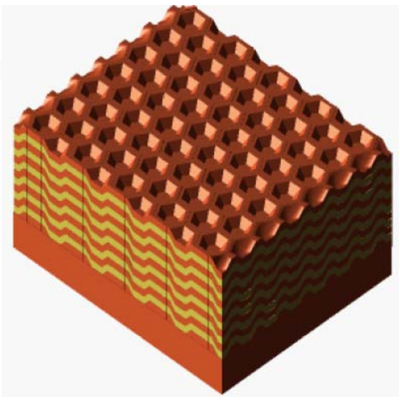
Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu se čtvercovou mřížkou



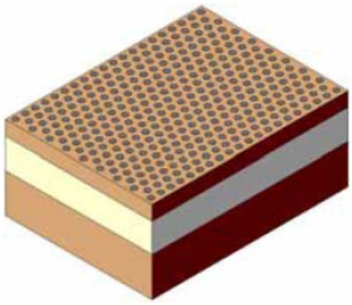


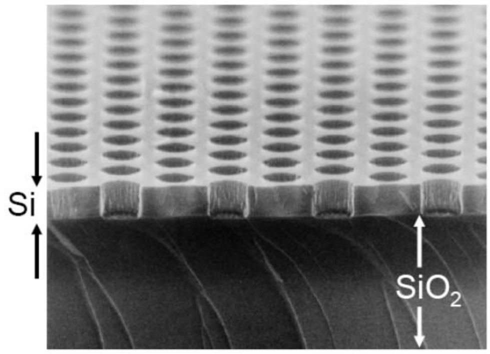
Příklady trojdimenzionálních fotonických krystalů





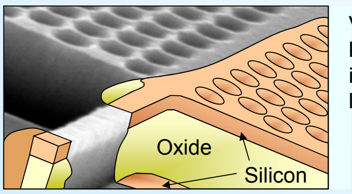
„2.5-dimenzionální fotonické krystaly“





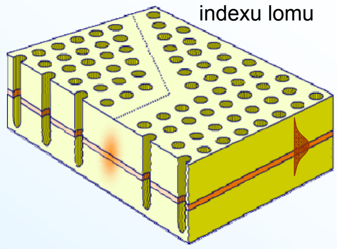
Fotonické krystaly × vlnovody

1. 2D fotonický krystal + vertikální vlnovod

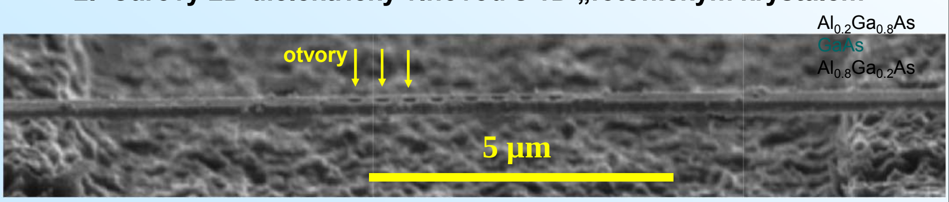


Vysoký kontrast indexu lomu

Nízký kontrast indexu lomu

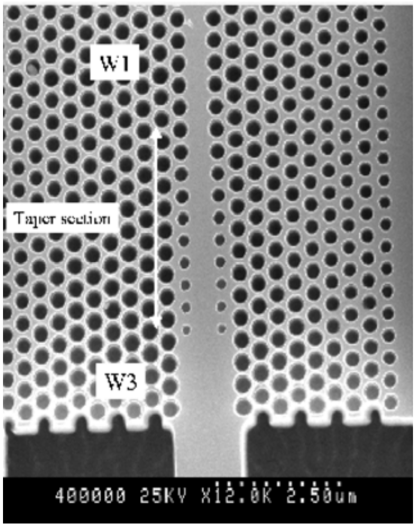


2. Čárový 2D dielektrický vlnovod s 1D „fotonickým krystalem“



Vazba s vlnovodem ve fotonickém krystalu

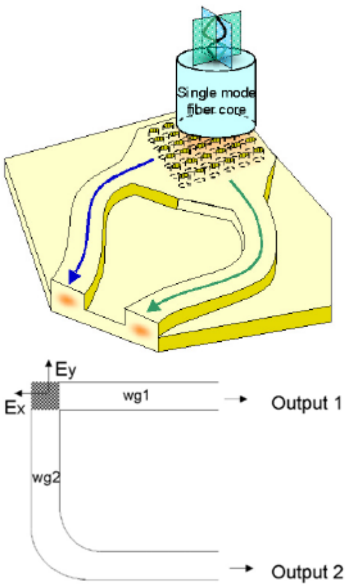
CNRS – LPN, Anne Talneau, Ph. Lalanne

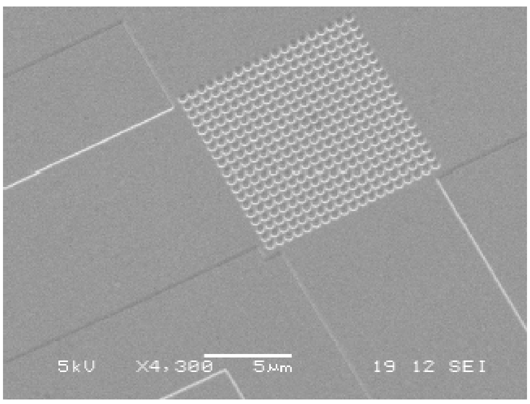


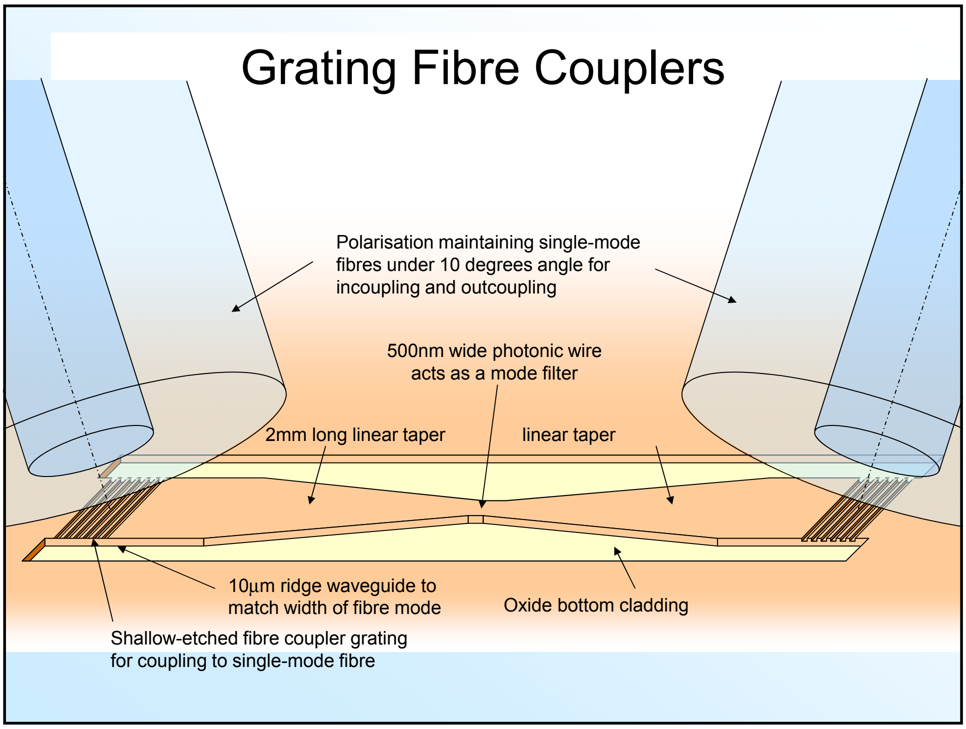
CNRS French patent
(2001)

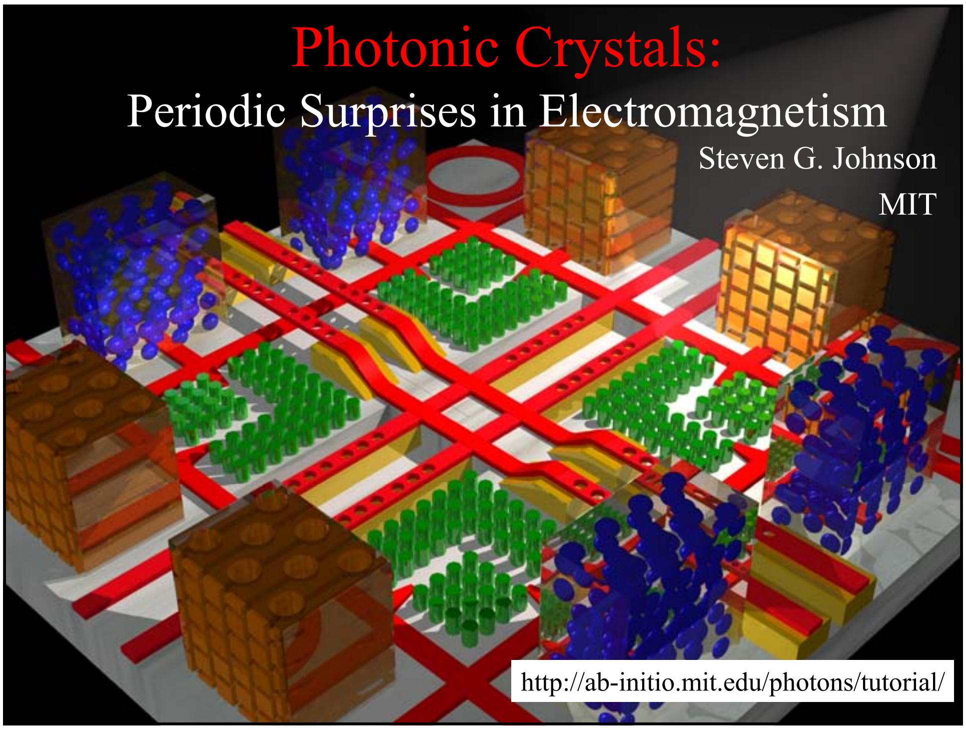
Vlnovodné aplikace: polarizačně nezávislý mřížkový vazební člen

Ghent University,






Grating Fibre Couplers
Polarisation maintaining single-mode fibres under 10 degrees angle for incoupling and outcoupling
500nm wide photonic wire acts as a mode filter
2mm long linear taper
linear taper
10µm ridge waveguide to match width of fibre mode
Oxide bottom cladding
Shallow-etched fibre coupler grating for coupling to single-mode fibre


Photonic Crystals:
Periodic Surprises in Electromagnetism
Steven G. Johnson
MIT
http://ab-initio.mit.edu/photons/tutorial/