

Optoelektronika

Katedra fyzikální elektroniky FJFI ČVUT

Letní semestr 2013-2014, 16. února - 15. května 2014, 2 (z+zK),
pro bakalářské obory 3FE, 3LASE a magisterský obor 2IT

Pondělí 11.30 – 13.15
přednášky: Trojanova 13, Praha 2, učebna T121
exkurze: podle rozvrhu na webu

Přednášející:

Prof. Ing. Jiří Čtyrský, DrSc., ÚFE AV ČR, v.v.i., ctyroky@ufe.cz

www.ufe.cz/~ctyroky/fjfi/opel

Anotace:

Fyzika a technologie optických vlnodů, vláknových zesilovačů a laserů;
fotonická integrace; aplikace v optickém sdělování a senzorech.

Osnova:

- Šíření optického záření v planárních a vláknových vlnovodech, základní vlastnosti vlnodů.
- Příprava planárních a vláknových vlnodů. *Exkurze do Laboratoře optických vláken ÚFE.*
- Základy teorie šíření optického záření v optických vláknech.
- Zesilování optického záření ve vlnovodech dopovaných ionty Er a Yb; vlnodné zesilovače a lasery. Stimulovaný Ramanův rozptyl, ramanovské zesilovače a lasery. *Exkurze do laboratoře vláknové optiky ÚFE.*
- Zpracování optických signálů. Integrovaná fotonika, fotonické krystaly, plazmonika.
- Přenosové vlastnosti optických vláken, časový a vlnový (spektrální) multiplex.
- Základy optických senzorů. Vláknové optické senzory s braggovskými mřížkami a mřížkami s dlouhou periodou. Vláknový gyroskop. Interferometrické senzory. Senzory s povrchovými plazmony. *Exkurze do laboratoře optických senzorů ÚFE.*

Doporučená literatura:

1. Podklady k přednáškám <http://www.ufe.cz/~ctyroky/fjfi/opel>
2. B. E. A. Saleh, M. C. Teich, Fundamentals of Photonics, John Wiley & Sons, 1991.
3. P. C. Becker, N. A. Olsson, J. R. Simpson, Erbium-Doped Fibre Amplifiers: Fundamentals and Technology, Academic Press, 1999.
4. S. Sudo, Optical Fibre Amplifiers, Artech House, 1997.
5. E. J. Murphy, Integrated Optical Circuits and Components: Design and Applications, Marcel Dekker Inc., 1999.
6. J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, J. N. Winn, Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton University Press, Princeton, 1995.
7. G. T. Reed and A. P. Knights, Silicon Photonics, an introduction. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2004.
8. L. Pavesi and D. J. Lockwood, Silicon Photonics. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2004.

OPTOELEKTRONIKA pro bakalářské obory 3FE, 3LASE a magisterský obor 2IT letní semestr 2013-2014, 17. února - 16. května 2014, 2 (z+zK)

Poř.	Datum	Téma	Přednáška, exkurze
1.	17.2.	--- (služební cesta přednášejícího)	---
2.	24.2.	Úvod do optoelektroniky. Základy vlnovodné optiky	přednáška
3.	3.3.	Základy teorie planárních vlnovodů	přednáška
4.	10.3.	Základy teorie vláknových vlnovodů	přednáška
5.	17.3.	Přenosové vlastnosti optických vláken	přednáška
6.	24.3.	Vláknové optické zesilovače a lasery	přednáška
7.	31.3.	Příprava optických vláknových vlnovodů. Laboratoř vláknové optiky ÚFE, Lysolaje	exkurze
8.	7.4.	Integrovaná fotonika	přednáška
9.	14.4.	Optické senzory	přednáška
10.	21.4.	Velikonoční pondělí	---
11.	28.4.	Optické senzory; laboratoř vláknových laserů ÚFE	exkurze
12.	5.5.	Plazmonika	přednáška
13.	12.5.	Fotonické krystaly	přednáška
14.	19.5.	konzultace, rezerva	---

Exkurze

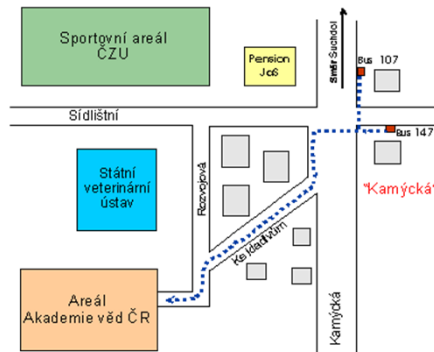
Podrobné informace na webu www.ufe.cz/~ctyroky/fjfi/opel

První exkurze se bude konat v pondělí 31. 3. 2014 (případná změna bude oznámena)

Příprava optických vláknových vlnovodů

Laboratoř optických vláken ÚFE, Rozvojevá 135, 160 00 Praha 6 - Lysolaje,
Dr. Ing. Kašík, exkurze od 11:30 hod.

Metro Dejvická, pak autobusem č. 107 nebo 147 do zastávky "Kamýcká". Sraz je v ?? hod. u vchodu. Požádejte vrátného, aby zavolal Ing. Kašíka z ÚFE. Pak přejděte do Laboratoře optických vláken (LOF) podle plánu.



Úvod do optoelektroniky

- Elektronika – Optoelektronika – **Fotonika**:
Postavení a úloha optoelektroniky
- Srovnání elektroniky a fotoniky na základě fyzikálních vlastností **elektronu** a **fotonu**
- Některé významné objevy a vynálezy
- Co v předmětu „Optoelektronika“ *nebude*
- Optický vlnovod jako „fotonický drát“

Elektronika – Fotonika – Optoelektronika

Postavení a úloha optoelektroniky

Uvažujme o generování, přenosu a zpracování *signálů*:

Elektronika: prvky a systémy pro generování, přenos a zpracování signálů *v elektrické formě*
(*elektrony* jako nosiče signálů)

Fotonika: prvky a systémy pro generování, přenos a zpracování signálů *v optické formě*
(*fotony* jako nosiče signálů)

Optoelektronika: prvky a systémy pro generování, přenos a zpracování signálů *v elektrické nebo optické formě*
(*elektrony nebo fotony jako nosiče signálu*)
+ *konverze mezi těmito dvěma formami*

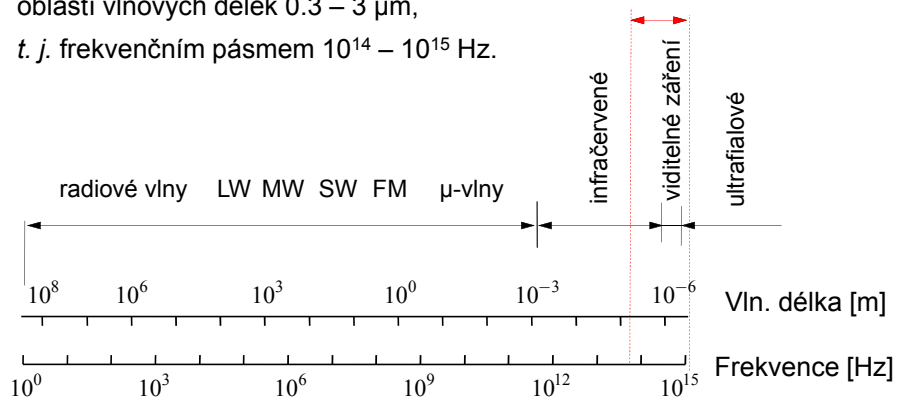
Porovnání fyzikálních vlastností elektronu a fotonu; důsledky pro elektroniku and fotoniku

fyzikální vlastnost	elektron	foton (~vidit. záření)
klidová hmotnost	$m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$ kg	0
„velikost“ (lokalizovatelnost)	$> 2.818 \times 10^{-15}$ m	$\approx 10^{-6}$ m
elektrický náboj	-1.602×10^{-19} C	0
Spin	$\frac{1}{2}$ (fermion)	1 (bozon)
energie	$\frac{1}{2} mv^2 + eU$	$h\nu = \hbar\omega = hc/\lambda$
Hybnost	$m\mathbf{v}$	$\mathbf{k}\hbar = \mathbf{k}^0 h/\lambda$
rychlost	$\mathbf{v} (< c)$	$c = 2.9979 \times 10^8$ m/s
síla v elektromagnetickém poli	$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$	0

Spektrum elektromagnetických vln

Optoelektronika se zabývá převážně oblastí vlnových délek 0.3 – 3 μm, t. j. frekvenčním pásmem 10¹⁴ – 10¹⁵ Hz.

Optické záření – doména optoelektroniky



Charakteristiky kontinuálního optického záření

Střední frekvence ν_0 , střední vlnová délka $\lambda_0 = c/\nu_0$

Spektrální výkonová hustota $S(\lambda)$ [W/(nm.m²)]

Celkový výkon $P = \int_{-\infty}^{\infty} S(\lambda) d\lambda$

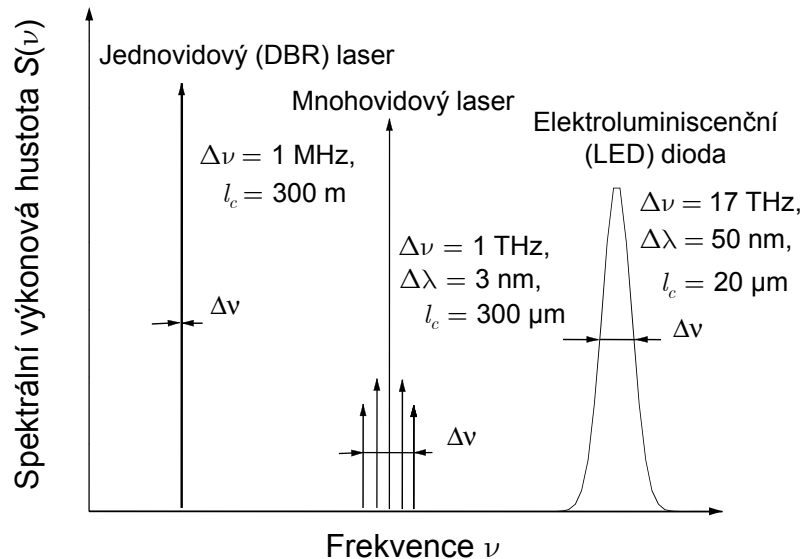
Spektrální (polo-)šířka $\Delta\lambda$ [nm], $\Delta\nu$ [Hz]

Délka koherence $l_c = \lambda_0^2/\Delta\lambda$ [m]

Doba koherence $t_c = l_c/c = 1/\Delta\nu$

Amplituda (\mathbf{E}), intenzita $I \sim |\mathbf{E}|^2$, fáze φ , polarizace \mathbf{E}

Spektrální výkonová hustota některých (polovodičových) zdrojů



Některé objevy a vynálezy významné pro rozvoj optoelektroniky

≈ 1861 Maxwellovy rovnice

≈ 1900 Bezdrátový přenos (Hertzovy experimenty)

Prvá polovina 20. století – kvantová mechanika

1940 – 1950 Mikrovlnná technika

1960 Laser (rubínový; 1961 He-Ne, 1962 polovodičový)

1960+ – integrované elektronické obvody, mikroelektronika

1966 – Kao: sklo může mít útlum < 20 dB/km !! (Nobelova cena 2009)

1969 – Integrovaná optika

1970 – Dvojitá polovodičová heterostruktura (Nobelova cena 2000)

1970 – 80 mnohovidová vlákna, útlum 3 dB/km

1980 – jednovidová vlákna, útlum 0.2 dB/km

1987 – fotonické krystaly

1990 – optické vláknové zesilovače a lasery

1995 – „modré“ diody a lasery

...

Co v předmětu „Optoelektronika“ nebude (ačkoli to tam patří)

- Zdroje záření, zejména polovodičové^{*)} (výjimka: vláknové a vlnovodné lasery)
- Fotodetektory a obrazové snímací prvky (CCD, CMOS)^{**)}
- Displeje klasické, plasmové, LCD, organické LCD
- Optické paměti, CD, DVD, magnetooptické
- Projektory (datové i jiné)
- Čtečky čárových kódů aj.
-

^{*)} přednášky Doc. Huliciuse

^{**)} přednášky Doc. Píny

Nejvýznamnější aplikační oblasti optoelektroniky

1. Optické komunikace

(zdroje a detektory záření, modulátory, spektrální (vlnové) a časové de/multiplexory, vláknové zesilovače, regenerátory, konvertory vlnových délek, zařízení pro kompenzaci disperze, řízení polarizace, ...)

2. Optické senzory

(objemové, vláknové; vlastní, nevlastní; vláknový gyroskop, akcelerometr, senzory biologických a/nebo chemických látek, biosenzory pro medicínské aplikace, kontrolu jakosti potravin, monitorování životního prostředí, ...)

3. Osvětlovací technika, sluneční články

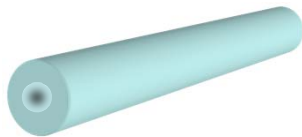
(„bílé“ LED diody, signální světla, dopravní značky a signalizace, reflektory automobilů, reklamní průmysl; konverze sluneční energie na elektrickou ...)

4. ...

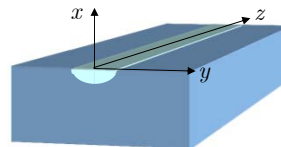
Optický vlnovod – základ (mnoha) optoelektronických prvků

Příklady pasivních fotonických vlnovodných struktur

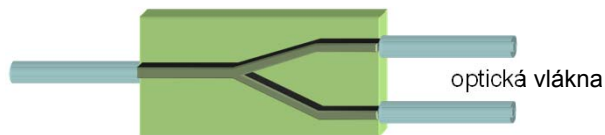
Optické vlákno



Kanálkový optický vlnovod

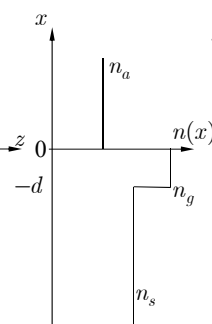
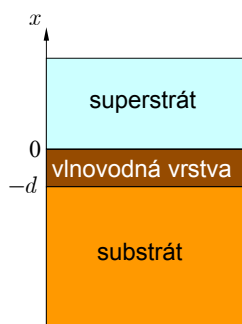


integrovane optický
vlnovodný dělič výkonu
s připojenými optickými vlákny

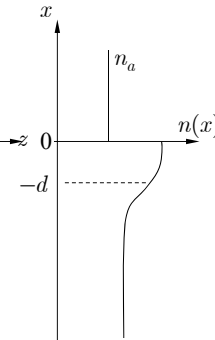
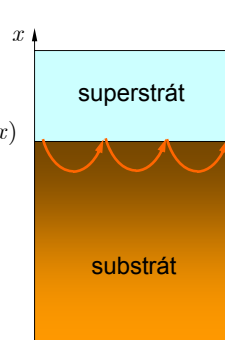


Základy teorie optických vlnovodů

Vrstvový vlnovod



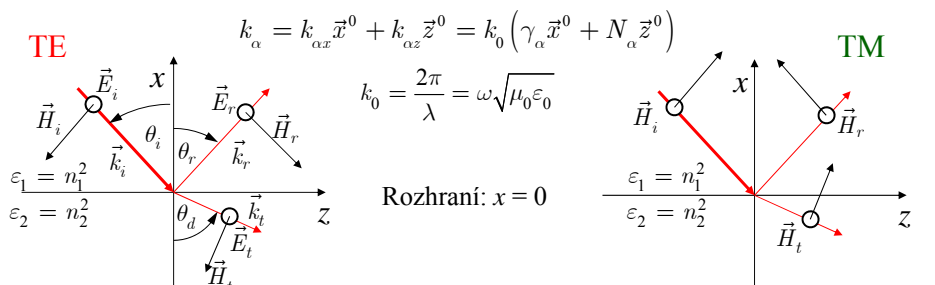
„Gradientní“ (nehomogenní)
vlnovod



Vedení optického záření v planárních vlnovodech

a. Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik

$$\vec{E}_\alpha = E_{\alpha 0} \vec{y}^0 \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} - i\omega t) \quad \vec{H}_\alpha = H_{\alpha 0} \vec{y}^0 \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} - i\omega t)$$



$$\vec{H}_{\alpha 0} = \frac{1}{\omega \mu_0} \vec{k}_\alpha \times \vec{E}_{\alpha 0}; \quad H_{\alpha z} = \frac{k_{\alpha x}}{\omega \mu_0} E_{\alpha z} \quad \vec{E}_{\alpha 0} = -\frac{1}{\omega \epsilon_0 \epsilon_\alpha} \vec{k}_\alpha \times \vec{H}_{\alpha 0}; \quad E_{\alpha z} = -\frac{k_{\alpha x}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_\alpha} H_{\alpha 0}$$

$$\text{Spojitost } E_y \text{ při } x = 0 : E_{i0} \exp(ik_{iz}z) + E_{r0} \exp(ik_{rz}z) = E_{t0} \exp(ik_{tz}z)$$

Důsledek:

$$\boxed{k_{iz} = k_{rz} = k_{tz},}$$

$$\boxed{N_i = N_r = N_t = N}$$

$$\boxed{N = n_1 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r = n_2 \sin \theta_t}$$

$$|\vec{k}_\alpha| = k_0 n_\alpha, \quad \gamma_\alpha = \sqrt{n_\alpha^2 - N^2}$$

Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik: Fresnelovy vzorce pro TE polarizaci

$$\text{spojitost } E_y \text{ pro } x = 0 : E_{i0} + E_{r0} = E_{t0},$$

$$\text{spojitost } H_z \text{ pro } x = 0 : k_{ix} E_{i0} + k_{rx} E_{r0} = k_{tx} E_{t0}.$$

neboli

$$-\sqrt{n_1^2 - N^2} E_{i0} + \sqrt{n_1^2 - N^2} E_{r0} = -\sqrt{n_2^2 - N^2} E_{t0}. \quad (N = n_1 \sin \theta_i)$$

Řešením soustavy pro E_{r0} a E_{t0} je

$$R^{TE} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2} - \sqrt{n_2^2 - N^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + \sqrt{n_2^2 - N^2}},$$

$$T^{TE} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\sqrt{n_1^2 - N^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + \sqrt{n_2^2 - N^2}}.$$

Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik: Fresnelovy vzorce pro TM polarizaci

spojitost H_y pro $x = 0$: $H_{i0} + H_{r0} = H_{t0}$,

spojitost E_z pro $x = 0$: $\frac{k_{ix}}{n_1^2} H_{i0} + \frac{k_{rx}}{n_1^2} H_{r0} = \frac{k_{tx}}{n_2^2} H_{t0}$.

neboli
$$-\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} H_{i0} + \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} H_{r0} = -\frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2} H_{t0}. \quad (N = n_1 \sin \theta_i)$$

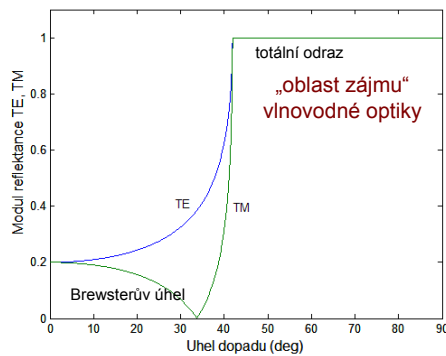
Řešením soustavy pro H_{r0} a H_{t0} je

$$R^{TM} = \frac{H_{r0}}{H_{i0}} = \frac{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} - \frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}}{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + \frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}},$$

$$T^{TM} = \frac{H_{t0}}{H_{i0}} = \frac{\frac{2\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2}}{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + \frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}}.$$

Vlastnosti činitele odrazu

$N = n_1 \sin \theta_i \geq n_2, \quad \sin \theta_i \geq n_2/n_1,$

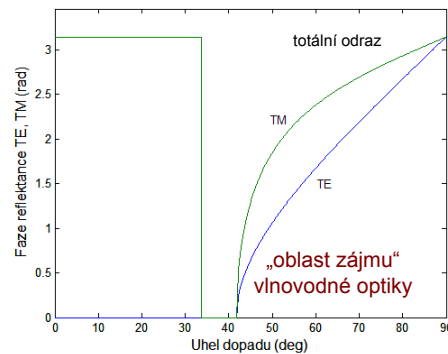


$$R^{TM} = \frac{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} - i \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{n_2^2}}{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + i \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{n_2^2}} = e^{i \arg\{R^{TM}\}},$$

$$\arg\{R^{TM}\} = -2 \arctan \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2}} \right].$$

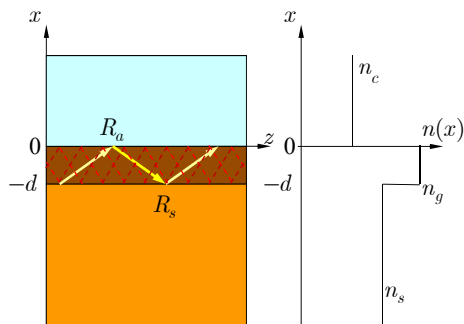
$$R^{TE} = \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2} - i \sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + i \sqrt{N^2 - n_2^2}} = e^{i \arg\{R^{TE}\}},$$

$$\arg\{R^{TE}\} = -2 \arctan \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2}}.$$



V oblasti totálního odrazu je modul reflektance roven 1 a fáze závisí na úhlu dopadu.

Disperzní rovnice planárního vrstvého vlnovodu



Podmínka příčné rezonance
(podmínka selfkonzistence):

rovinná vlna se po dvou průchodech
vrstvou a dvou odrazech od rozhraní
musí „zreprodukovat“ i co do fáze:

$$e^{i(k_x d + k_z L)} R_a e^{i(k_x d + k_z L)} R_s \stackrel{!}{=} e^{2ik_z L}$$

$$R_a R_s e^{2ik_x d} = 1$$

$$2k_x d + \arg R_s + \arg R_a = 2\pi m$$

$$\nu = \begin{cases} 0, & \text{TE} \\ 1, & \text{TM} \end{cases}$$

$$k_0 d \sqrt{n_g^2 - N^2} = \arctan \left(\frac{n_g}{n_s} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_s^2}{n_g^2 - N^2}} + \arctan \left(\frac{n_g}{n_c} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_c^2}{n_g^2 - N^2}} + m\pi,$$

Disperzní diagram planárního vlnovodu

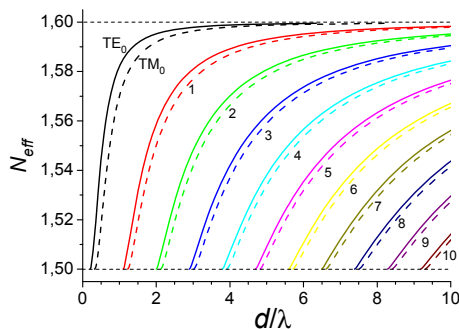
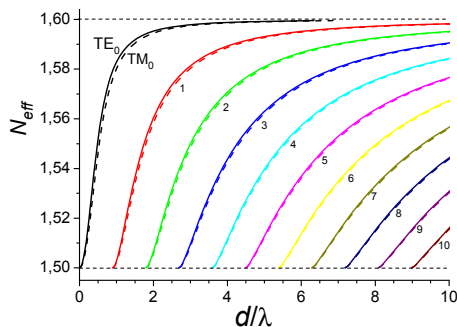
Nesymetrický vlnovod

$$n_c < n_s < n_g$$

Počet vidů:

$$M^{TM} \leq M^{TE} \leq M^{TM} + 1$$

$$N_m^{TE} > N_m^{TM}$$



Symetrický vlnovod

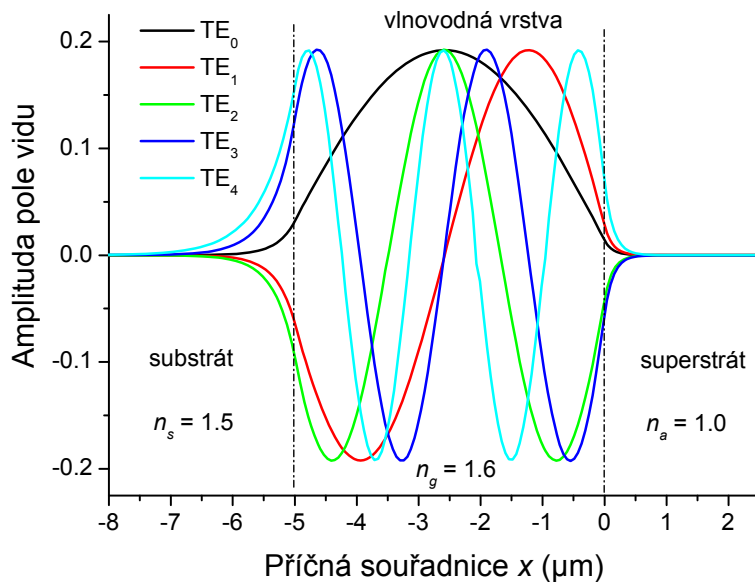
$$n_c = n_s < n_g$$

Počet vidů: $M^{TE} = M^{TM}$

$$N_m^{TE} \geq N_m^{TM}$$

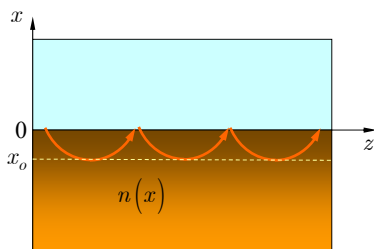
vlnovodový dvojlom je menší

Rozložení pole vidů vrstevného vlnovodu



Disperzní rovnice gradientního vlnovodu ve WKB aproximaci

Paprskový model šíření vlny



$$k_x \rightarrow k_x(x) \approx k_0 \sqrt{n^2(x) - N^2}$$

$$k_y d \rightarrow k_0 \int_0^{x_0} \sqrt{n^2(x) - N^2} dx$$

$$\text{Bod obratu: } k_x(x_0) = 0 \Rightarrow n(x_0) = N$$

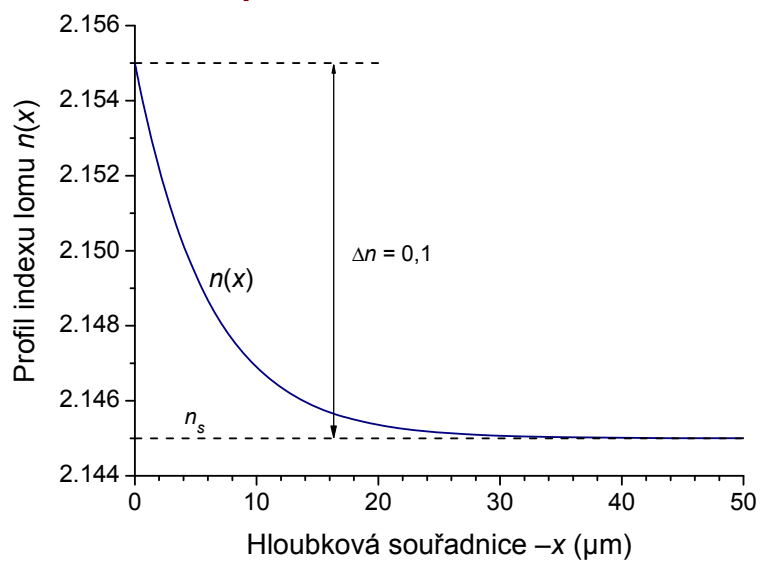
$$R_s \rightarrow \exp(-i\pi/2)$$

$$\nu = \begin{cases} 0, & \text{TE} \\ 1, & \text{TM} \end{cases}$$

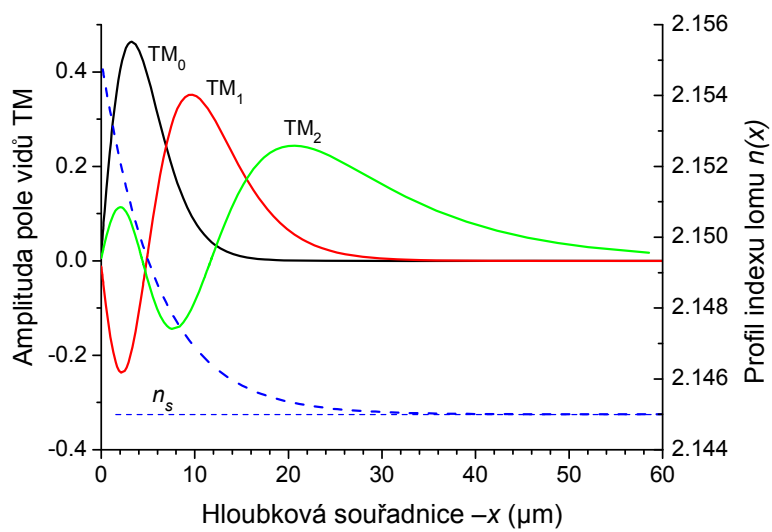
$$k_0 \int_{x_0(N)}^0 \sqrt{n^2(x) - N^2} dx = \arctan \left[\left(\frac{n_g}{n_c} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_c^2}{n_g^2 - N^2}} \right] + \left(m + \frac{1}{4} \right) \pi,$$

$$k_0 d \sqrt{n_g^2 - N^2} = \arctan \left[\left(\frac{n_g}{n_c} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_c^2}{n_g^2 - N^2}} \right] + \arctan \left[\left(\frac{n_g}{n_s} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_s^2}{n_g^2 - N^2}} \right] + m\pi,$$

Příklad: Vlnovod s exponenciálním profilem indexu lomu



Rozložení pole H_y TM vidů gradientního vlnovodu



Vlnová rovnice pro planární vlnovod - TE

Maxwellovy rovnice $\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H}, \quad \nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 n^2(x)\vec{E}$

Pro planární vlnovod $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0, \quad \nabla = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z} = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + i\beta\vec{z}^0$

Pak je možné celkové pole rozložit na **dvě nezávislá pole** s polarizacemi TE a TM:

TE :

$$\vec{E}^{TE} = E_y(x)\vec{y}^0 e^{i\beta^{TE}z}, \quad \beta^{TE} = k_0 N^{TE}$$

$$\begin{aligned} \vec{H}^{TE} &= \frac{1}{i\omega\mu_0} \nabla \times E_y \vec{y}^0 \\ &= \left(\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \vec{z}^0 - \frac{\beta^{TE}}{\omega\mu_0} E_y \vec{x}^0 \right) e^{i\beta^{TE}z}, \end{aligned}$$

$$H_x = -\frac{\beta^{TE}}{\omega\mu_0} E_y(x), \quad H_z = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x},$$

$$\vec{y}^0 \cdot \nabla \times \vec{H}^{TE} = \frac{\partial H_z}{\partial x} - i\beta^{TE} H_x = -i\omega\varepsilon_0 n^2 E_y.$$

Vlnová rovnice pro planární vlnovod - TM

Maxwellovy rovnice $\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H}, \quad \nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 n^2(x)\vec{E}$

Pro planární vlnovod $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0, \quad \nabla = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z} = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + i\beta\vec{z}^0$

Pak je možné celkové pole rozložit na **dvě nezávislá pole** s polarizacemi TE a TM:

TM :

$$\beta^{TM} = k_0 N^{TM}$$

$$\vec{H}^{TM} = H_y(x)\vec{y}^0 e^{i\beta^{TM}z},$$

$$\begin{aligned} \vec{E}^{TM} &= -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2} \nabla \times H_y \vec{y}^0 \\ &= \left(-\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2} \frac{\partial H_y}{\partial x} \vec{z}^0 + \frac{\beta^{TM}}{\omega\varepsilon_0 n^2} H_y \vec{x}^0 \right) e^{i\beta^{TM}z}, \end{aligned}$$

$$E_x = \frac{\beta^{TM}}{\omega\varepsilon_0 n^2} H_y, \quad E_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2(x)} \frac{\partial H_y}{\partial x},$$

$$\vec{y}^0 \cdot \nabla \times \vec{E}^{TM} = \frac{\partial E_z}{\partial x} - i\beta^{TM} E_x = i\omega\mu_0 H_y.$$

Vlnová rovnice pro planární vlnovod - III

1. TE polarizace:

$$\frac{d^2 E_y}{k_0^2 dx^2} + n^2(x) E_y = (N^{TE})^2 E_y, \quad \beta^{TE} = k_0 N^{TE}, \quad Y_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

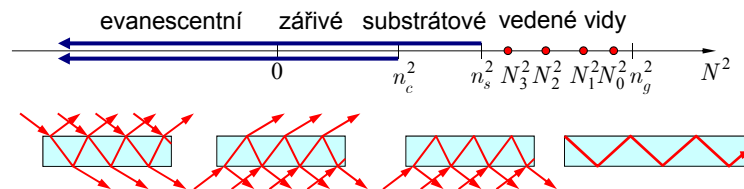
$$\int_{-\infty}^{\infty} \vec{E} \times \vec{H} \cdot \vec{z}^0 dx = - \int_{-\infty}^{\infty} E_y H_x dx = N^{TE} Y_0 \int_{-\infty}^{\infty} |E_y|^2 dx < \infty,$$

2. TM polarizace:

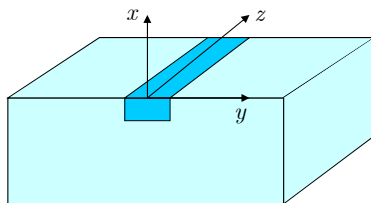
$$n^2(x) \frac{d}{k_0 dx} \left[\frac{1}{n^2(x)} \frac{dH_y}{k_0 dx} \right] + n^2(x) H_y(x) = (N^{TM})^2 H_y(x), \quad \beta^{TM} = k_0 N^{TM},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \vec{E} \times \vec{H} \cdot \vec{z}^0 dx = \int_{-\infty}^{\infty} E_x H_y dx = N^{TM} Z_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2(x)} |H_y|^2 dx < \infty$$

Úloha pro vlastní čísla a vlastní funkce lineárního diferenciálního operátoru



Vlastní vidy kanákových vlnovodů



$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - k_0^2 \epsilon(x, y) \vec{E} = \vec{0}$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \vec{E}) = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \epsilon \cdot \vec{E} = -\nabla(\ln \epsilon) \cdot \vec{E}$$

$$\Delta \vec{E} + \nabla[\nabla(\ln \epsilon) \cdot \vec{E}] + k_0^2 \epsilon \vec{E} = \vec{0}$$

úplná vektorová rovnice

Oddělíme příčné a podélné složky pole: $\vec{E} = \vec{e}(x, y) e^{i\beta z} = \vec{e}_\perp(x, y) e^{i\beta z} + \vec{e}_z(x, y) e^{i\beta z}$

Po úpravě $\Delta_\perp \vec{e}_\perp + \nabla_\perp [\nabla_\perp(\ln \epsilon) \cdot \vec{e}_\perp] + (k_0^2 \epsilon - \beta^2) \vec{e}_\perp = \vec{0}$

$$\vec{e}_z = \frac{i}{\beta} \vec{z}^0 [\nabla_\perp \epsilon + \nabla_\perp] \cdot \vec{e}_\perp$$

Vidy kanákových vlnovodů jsou **hybridní** – mají všechny složky pole **nenulové**

Přibližné metody: Marcatiliho metoda (separace proměnných),
metoda efektivního indexu lomu,

Numerické metody: skalární, semivektorové, vektorové; FD, FE

Příklad vektorového rozložení pole

Kvazi-TE vid žebrového vlnovodu

$n_g = 2.2$, $n_s = 1.9$, $n_a = 1$, tloušťka = výška = $0.5 \mu\text{m}$

