

# **Povrchové plazmony v integrované fotonice**

úfe

## **Povrchové plazmony v integrované fotonice**

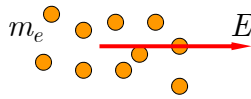
Typické aplikace:

1. vlnovodné polarizátory
2. SPR senzory
3. povrchové plazmony pro přenos informace („plazmonika“)

úfe

## Permitivita kovu (Drudeho model)

„volný“ elektronový plyn v elektromagnetickém poli



Pohybová rovnice:  $-m_e \ddot{x} - m_e \gamma \dot{x} - eE = 0$

Pro harmonické pole  $E = E_0 \exp(-i\omega t)$

získáme ustálené řešení:  $x_0 = \frac{-eE_0}{m_e \omega^2 + im_e \gamma \omega}$

Polarizace:  $P_0 = -n_e e x_0 = \frac{-e^2 n_e}{m_e \omega^2 + im_e \gamma \omega} E_0 = \epsilon_0 \chi E_0$

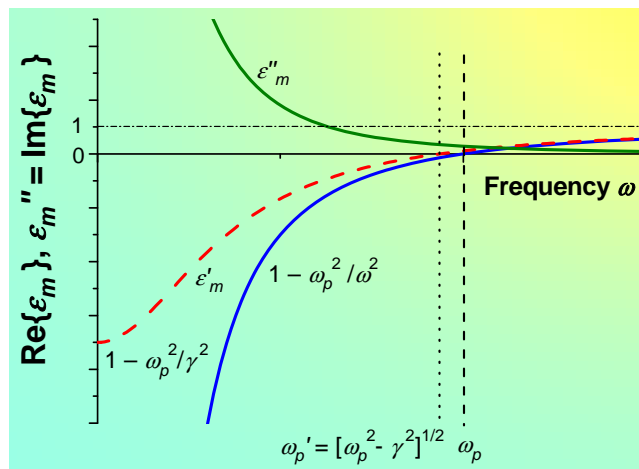
Permitivita:  $\epsilon_m = 1 + \chi = 1 - \frac{e^2 n_e / (m_e \epsilon_0)}{\omega^2 + i\gamma \omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma \omega}$

Plazmová frekvence  $\omega_p = e \sqrt{\frac{n_e}{m_e \epsilon_0}}$

life

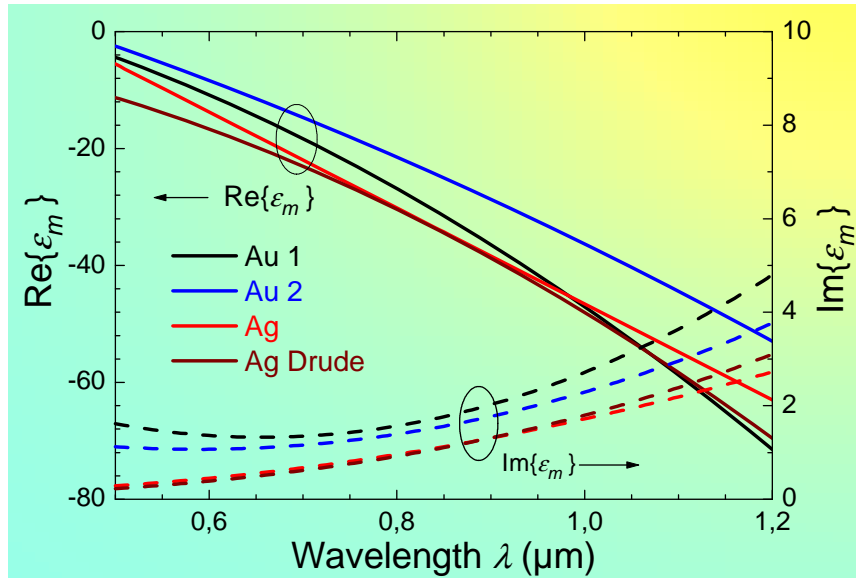
## Disperze kovu (Drudeho model)

$$\epsilon_m = \epsilon'_m + i\epsilon''_m = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$$



life

## Disperze kovu (experimentální data)



life

### Povrchová plazmová vlna

(povrchový plazmon-polariton, povrchový plazmon)

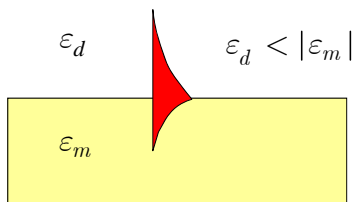
Vzájemně vázaná elektromagnetická a nábojová povrchová vlna  
localizovaná na rozhraní mezi dielektrikem a kovem

Pól  $R(N^2) \Rightarrow N^2$  povrchové vlny

TE:  $\sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \sqrt{\varepsilon_m - N^2} = 0$  neexistuje řešení

TM:  $\varepsilon_m \sqrt{\varepsilon_d - N^2} + \varepsilon_d \sqrt{\varepsilon_m - N^2} = 0$  **povrchový plazmon**

$$N_{SP} = \sqrt{\frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_d + \varepsilon_m}}$$



life

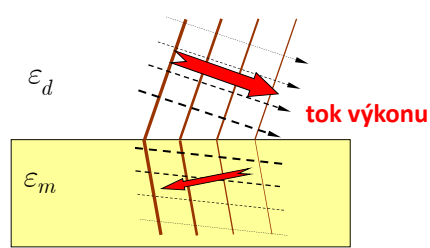
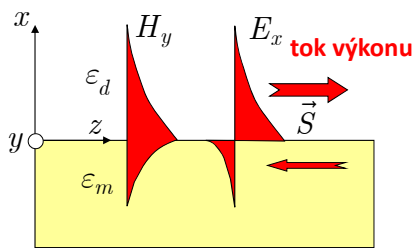
## Rozložení pole povrchového plazmonu

$$H_y(x, z) = H_0 e^{ik_0 N z} \begin{cases} e^{-k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_d} x}, & x > 0 \\ e^{k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_m} x}, & x < 0 \end{cases} \begin{cases} 1/k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_d} = 265 \text{ nm} \\ 1/k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_m} = 26 \text{ nm} \end{cases}$$

$$E_x(x, z) = Z_0 N H_0 e^{ik_0 N z} \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_d} e^{-k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_d} x}, & x > 0 \\ \frac{1}{\epsilon_m} e^{k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_m} x}, & x < 0 \end{cases}$$

Pro  $\gamma = 0$ ,  $\text{Im}\{N\} = 0$

Pro  $\gamma > 0$ ,  $\text{Im}\{N\} > 0$



life

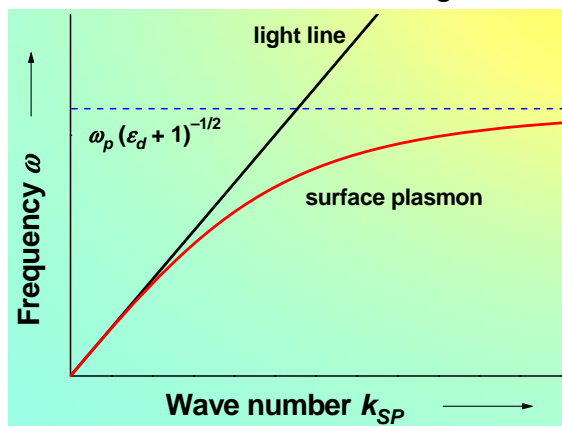
## Disperzní vlastnosti povrchového plazmonu

Pro  $\gamma = 0$ ,  $\omega < \omega_p / \sqrt{\epsilon_d + 1}$

$$k_{SP} = \frac{\omega}{c} N_{SP} = \frac{\omega n_d}{c} \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2 (\epsilon_d + 1)}}$$

"light line"

faktor  $< 1$



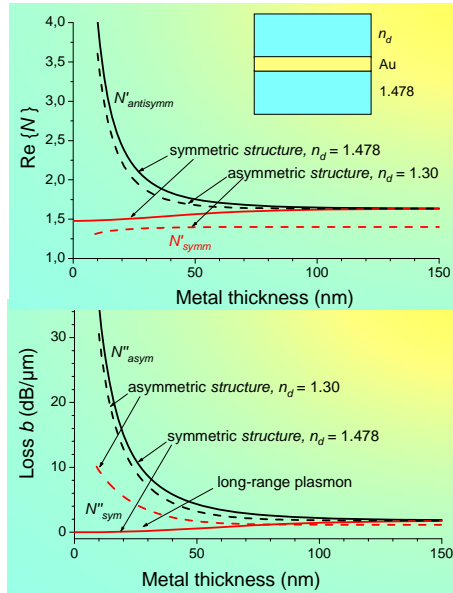
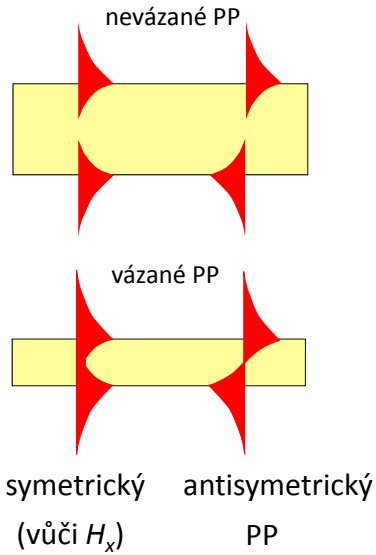
$\text{Re}\{N_{SP}\} > n_d \Rightarrow$

PP je **pomalá vlna**

nemůže být excitována  
zářením z dielektrika

life

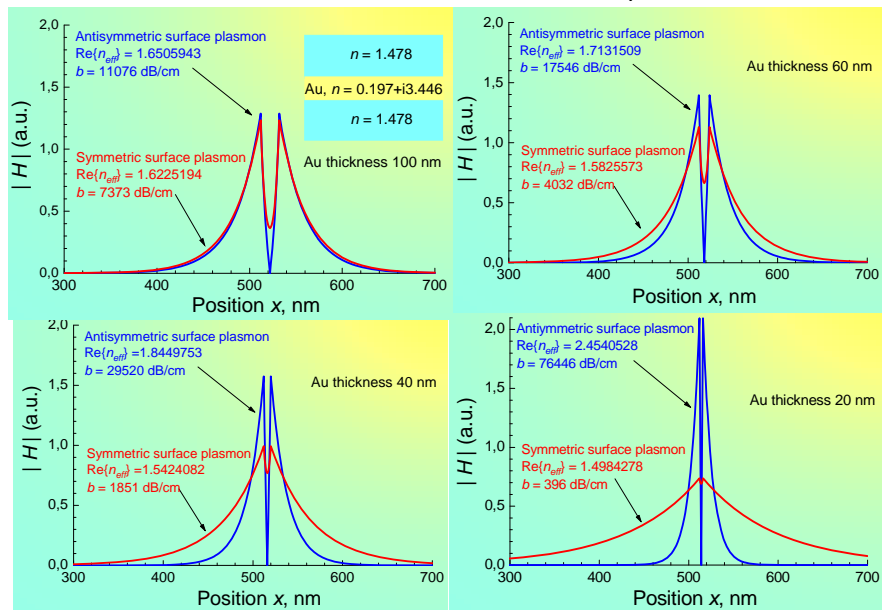
## Povrchové plazmony na kovové vrstvě



life

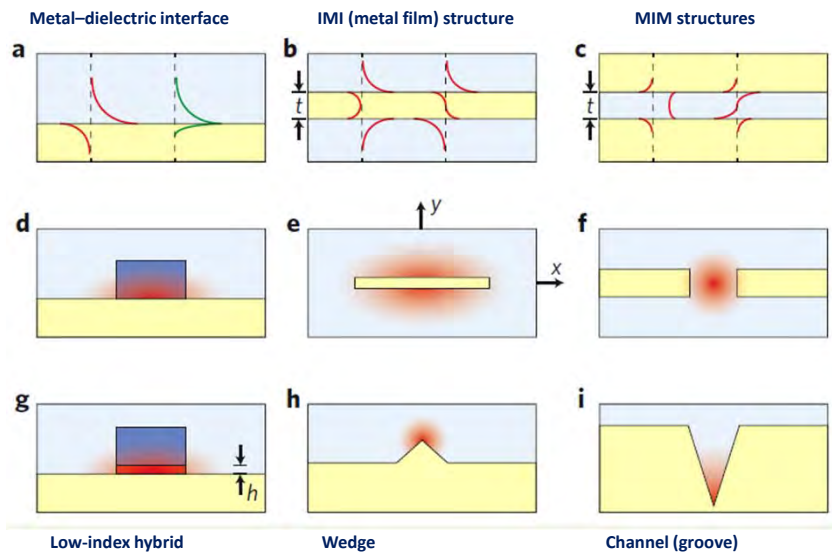
## Rozložení polí PP na kovových vrstvách

Závislost na tloušťce kovové vrstvy



life

## PLAZMONICKÉ VLNOVODY



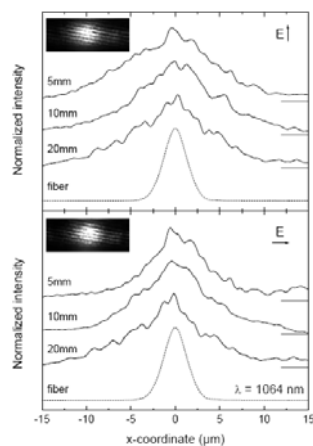
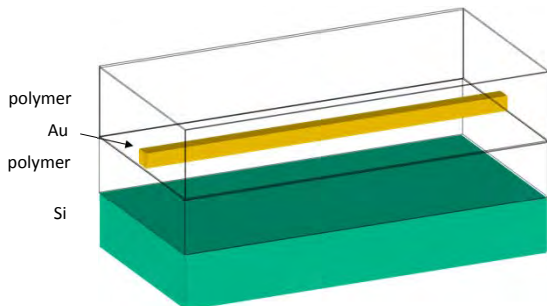
life

## „Zlatý nanodrát“ jako vlnovod pro povrchové plazmony

(T. Rosenzweig, ECIO 2007)

Průřez „nanodrátu“  
100×100 nm,

útlum 4.3 dB/cm



Rozložení blízkého pole  
„plazmonů dalekého dosahu“

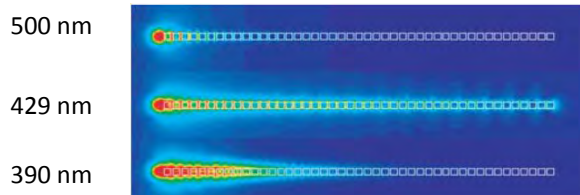
life

## „Vlnovod“ tvořený řadou kovových nanočástic – vázané lokalizované plazmony

(S.A.Maier, ECIO 2007)

„Řetízek“ Au krychliček o straně 45 nm vzdálených od sebe 20 nm

Excitační vlnová délka



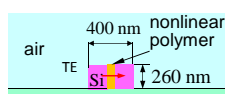
Na vlnové délce 429 je „překlenutelná vzdálenost“  
pro pokles výkonu na  $1/e^2$  celkem 2,2 mm  
(útlum cca 40 dB/cm)

life

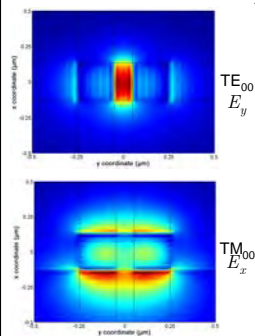
2

## Nové typy plazmonických vlnovodů

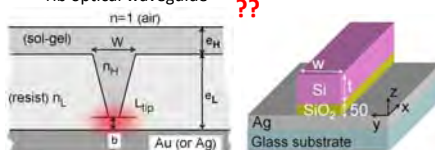
SOI “slot waveguide”



C. Koos & al., *Nat. Photonics* **3**(4), 16–219 (2009)



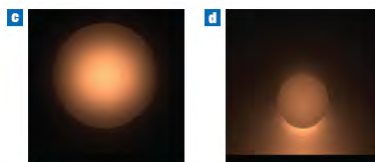
PIROW – plasmonic inverted  
rib optical waveguide



H. Benisty and M. Besbes,  
*J. Appl. Phys.* **108**(6), 063108 (2010).

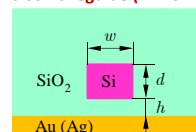
??

H.-S. Chu & al., *J. Opt. Soc. Am. B* **28**(12), 2895 (2011) (others, too)

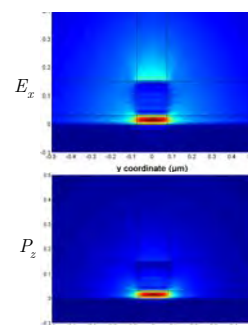


R. F. Oulton & al., *Nat. Photonics* **2**, 496 (2008);

Hybrid dielectric-plasmonic  
slot waveguide (HDPSW)



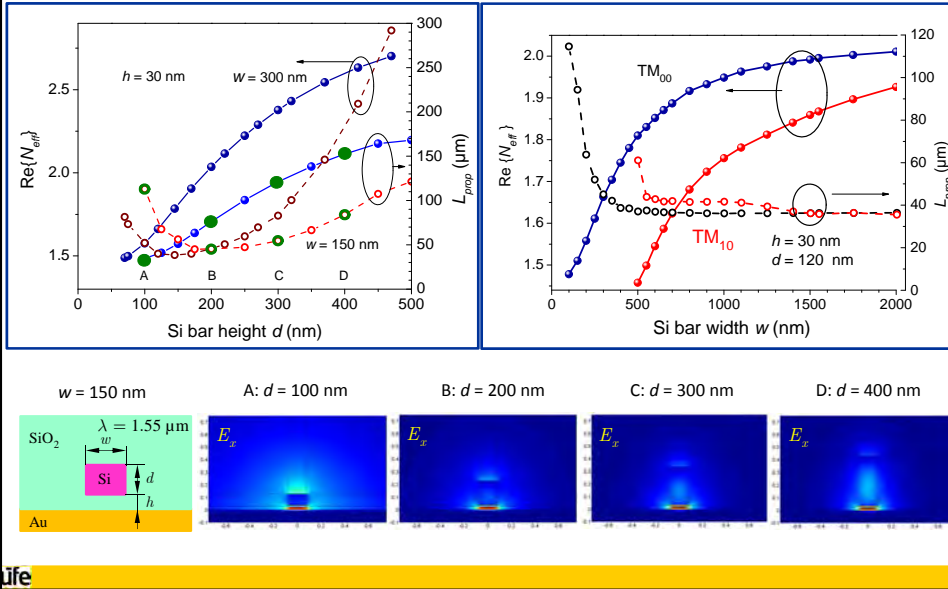
R. F. Oulton & al., *New J. Phys.* **10**, 105018 (2008)



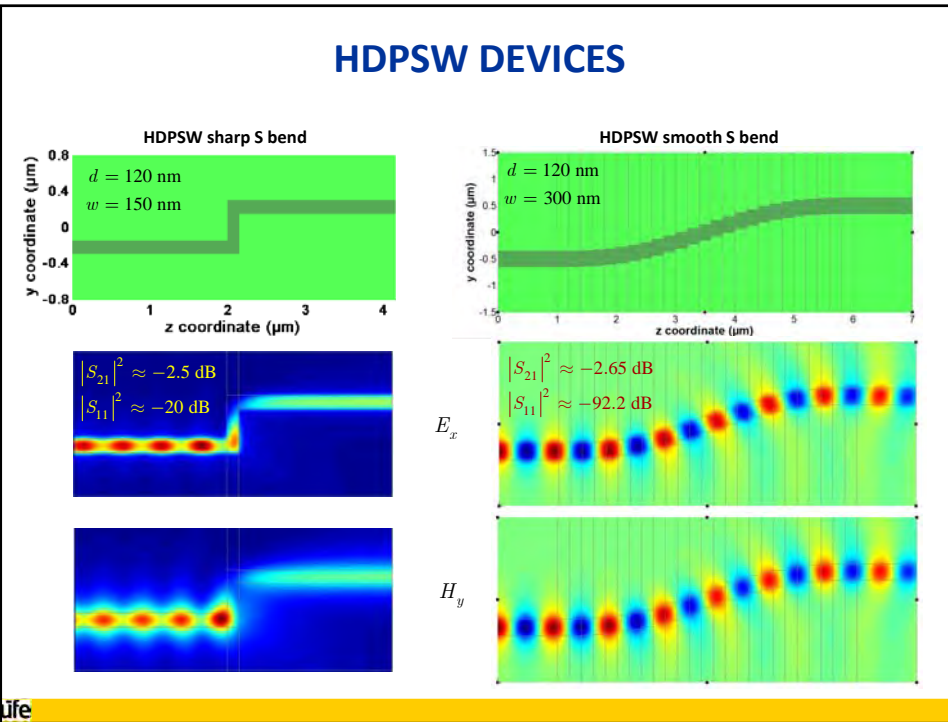
life

# Hybrid dielectric-plasmonic slot waveguide

Influence of basic geometric parameters

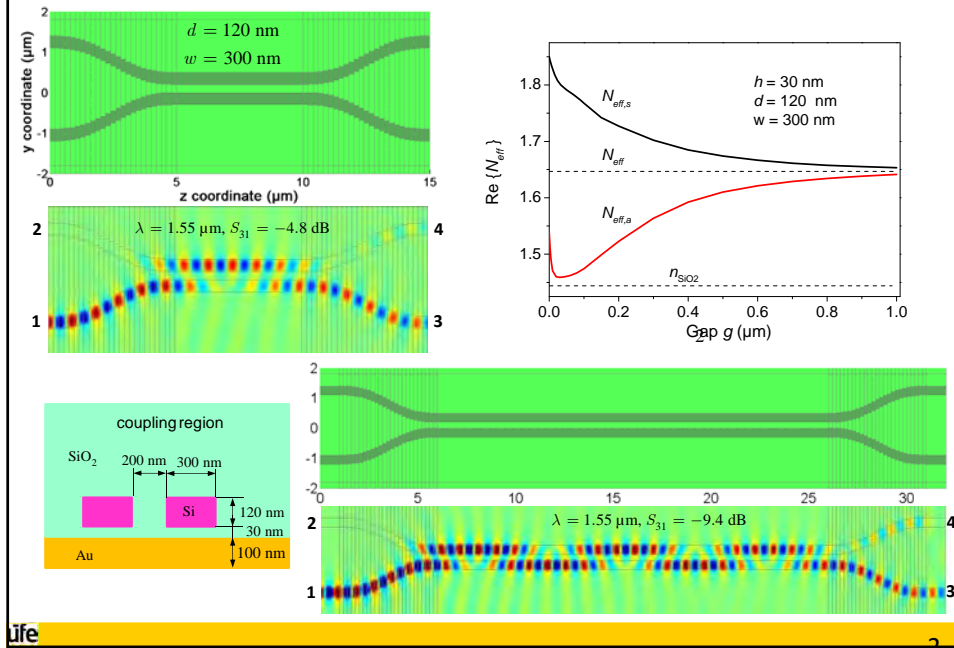


# HDPSW DEVICES

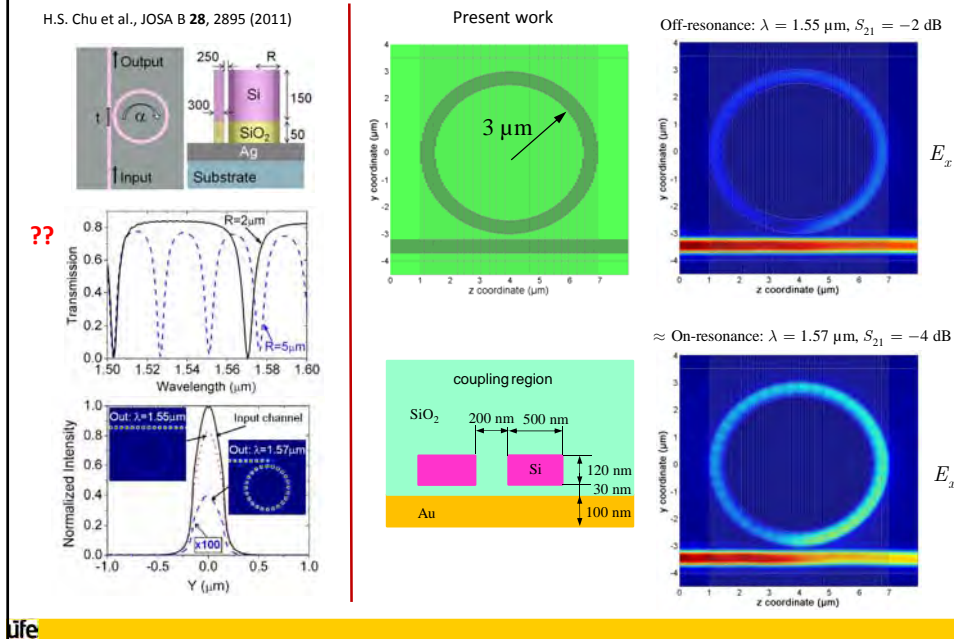




## DIRECTIONAL COUPLER

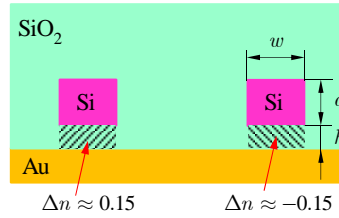
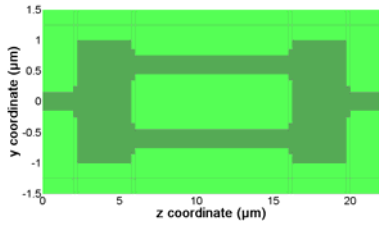


## RING MICRORESONATOR

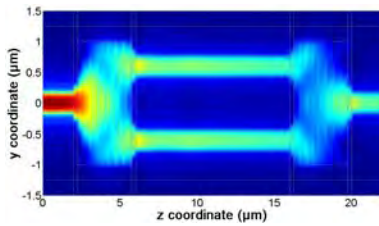




## MACH-ZEHNDER INTERFEROMETER



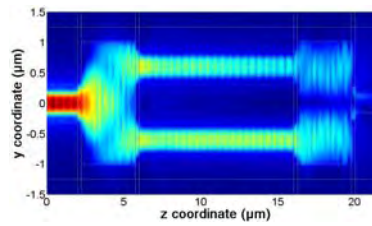
“On” state



$$S_{11} = -37 \text{ dB}$$

$$S_{21} = -6 \text{ dB}$$

“Off” state



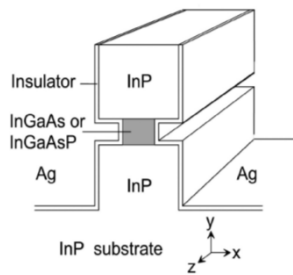
$$S_{11} = -25 \text{ dB}$$

$$S_{21} = -21 \text{ dB}$$

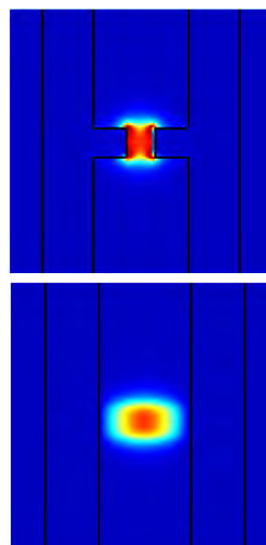
life

## Koncept „plazmonového polovodičového laseru“

(M. Hill, ECIO 2007)



Rozměry aktivní oblasti laseru  
26 × 26 × 82 nm



life

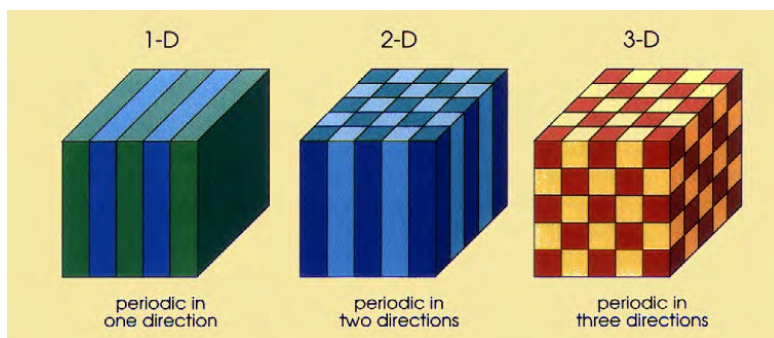
## Fotonické krystaly

### a integrovaná fotonika

life

## Fotonické krystaly

1D, 2D nebo 3D periodické struktury s velkým kontrastem permivity



E. Yablonovitch: „Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics“, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2059–2062, 1987

J. D. Joannopoulos *et al.*: *Photonic Crystals: molding the flow of light*, Princeton University Press 1995

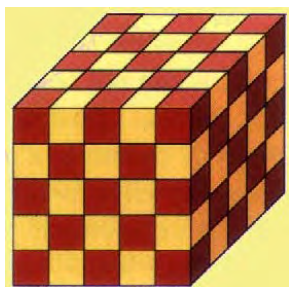
S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos: *Photonic Crystals, The road from theory to practice*, Kluwer Academic Publishers 2003

J.-M. Lourtioz *et al.*: *Photonic Crystals : Towards Nanoscale Photonic Devices*, Springer 2005

life

**Fotony** se v periodickém dielektrickém prostředí pohybují „podobně“ jako **elektrony** v periodickém potenciálovém poli

Za jistých podmínek existuje **zakázaný pás energií fotonů**. Fotony s energií uvnitř zakázaného pásu se v periodickém prostředí nemohou šířit, záření se tudíž **totálně odráží zpět**



Z pohledu vlnové optiky jde o **braggovský odraz vlny od periodického prostředí**. Totální odraz je možno využít k vytvoření **optických vlnodů ve fotonických krystalech**

Vytvořit trojrozměrné periodické prostředí je však technologicky obtížné.

úfe

### “Pohybové rovnice” pro elektrony a fotony v krystalech

Schrödingerova rovnice pro elektron v periodickém potenciálu:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \Delta + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}) \quad V(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = V(\mathbf{r}) \quad K = \frac{2\pi}{|\mathbf{a}|}$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_m u_m(\mathbf{r}) e^{im\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}$$

periodický potenciál    vlnová funkce    energie fotonu    (Floquetova)-Blochova vlna,

Aproximativní (jednočásticové) přiblížení

“Vlnová rovnice” pro fotony v periodické permitivitě

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E},$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

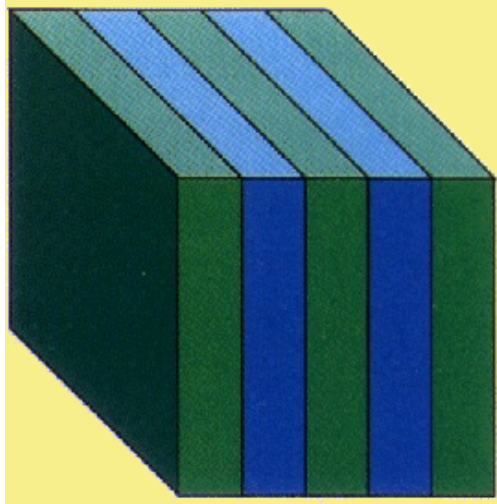
Přesná (“mnohočásticová”) teorie

Rovnice pro vlastní hodnoty energie fotonů a F-B funkce

Tento přístup je jednoduchý a průzračný, ale standardně nebere v úvahu *disperzi permitivity*  $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)$

úfe

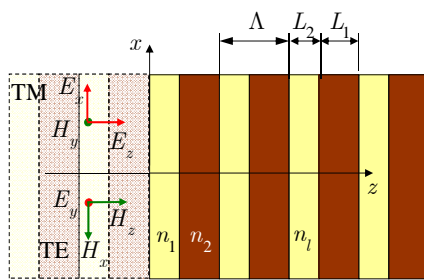
## Periodická vrstevnatá struktura jako jednorozměrný fotonický krystal



úfe

### Jednorozměrný fotonický krystal

Existence zakázaného pásu odvozená metodou přenosové matice  
(fotonická analogie Kronigova - Penneyova modelu krystalu)



Normalizace souřadnic a vln. vektorů

$$\xi = k_0 x, \quad \zeta = k_0 z, \quad k_0 = 2\pi / \lambda$$

$$\mathbf{k}_l = k_0 (\gamma \mathbf{x}^0 + N_l \mathbf{z}^0), \quad l = 1, 2, \dots, L$$

$$\gamma^2 + N_l^2 = \varepsilon_l = \begin{cases} n_1^2 & \gamma - \text{příčná konst.} \\ n_2^2 & \text{šíření } \textit{stejná} \\ \text{konst. šíření} \end{cases}$$

Elektromagnetické pole je popsáno  
komplexními amplitudami  $p_l(\zeta), q_l(\zeta)$

TE

TM

$$\begin{aligned} E_{y,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Z_0 / N_l} p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & H_{y,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Y_0 \varepsilon_l / N_l} p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & Z_0 &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \\ H_{x,l}(x, z) &= -\sqrt{2k_0 Y_0 N_l} q_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & E_{x,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Z_0 N_l / \varepsilon_l} q_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, \\ H_{z,l}(x, z) &= \sqrt{2k_0 Y_0 / N_l} \gamma p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & E_{z,l}(x, z) &= -\sqrt{2k_0 Y_0 / (\varepsilon_l N_l)} \gamma p_l(\zeta) e^{i\gamma \xi}, & Y_0 &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \end{aligned}$$

úfe

## Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vidy

Průchod  $l$ -tou vrstvou je popsán přenosovou maticí  $\mathbf{A}_l$ , 
$$\begin{pmatrix} p_l(\zeta + \Delta\zeta) \\ q_l(\zeta + \Delta\zeta) \end{pmatrix} = \mathbf{A}_l \cdot \begin{pmatrix} p_l(\zeta) \\ q_l(\zeta) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_l = \begin{pmatrix} \cos N_l \Delta\zeta & i \sin N_l \Delta\zeta \\ i \sin N_l \Delta\zeta & \cos N_l \Delta\zeta \end{pmatrix},$$

průchod rozhraním  $l \rightarrow l+1$  a  $l+1 \rightarrow l$  je popsán maticemi

$${}^{l+1,l} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 1/\rho \end{pmatrix}, \quad \rho = \sqrt{N_{l+1}/N_l} \quad \text{pro TE polarizaci a}$$

$${}^{l,l+1} \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1/\rho & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix}, \quad \rho = \sqrt{N_{l+1}\epsilon_l/N_l\epsilon_{l+1}} \quad \text{pro TM polarizaci.}$$

Přenosová matice jedné celé periody je  ${}^\Lambda \mathbf{A} = {}^{12} \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_2 \cdot {}^{21} \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_1$ .

Floquetův-Blochův „vid“ (vlna) je definován pomocí vlastní funkce matice  ${}^\Lambda \mathbf{A}$ ,

$${}^\Lambda \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} p_1^F \\ q_1^F \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} p_1^F \\ q_1^F \end{pmatrix}, \quad s = \exp(i\varphi^F), \quad \varphi^F = k^F \Lambda, \quad k^F \text{ je konstanta šíření F-B vidu.}$$

$k^F$  je určen až na aditivní konstantu  $K = 2\pi/\Lambda$ :  $\exp(ik^F \Lambda) = \exp[i(k^F + K)\Lambda]$

Proto stačí určit  $k^F$  v intervalu  $-K/2 < k^F \leq K/2 \Rightarrow$  první Brillouinova zóna.

úfe

## Vlastní hodnoty a fotonický zakázaný pás

Označme  $\Lambda = L_1 + L_2$ ,  $\varphi_1 = k_0 N_1 L_1$ ,  $\varphi_2 = k_0 N_2 L_2$ ,

matice  ${}^\Lambda \mathbf{A}$  má pak vlastní čísla

$$s = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \pm \sqrt{\left[ \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right]^2 - 1}.$$

FB vid se „šíří“, jen pokud  $|s| = 1$ , t.j., pokud

$$\left| \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right| \leq 1.$$

Normovaná konstanta šíření je pak

$$k^{F'} = \frac{k^F}{K/2} = \frac{1}{\pi} \arccos \left[ \cos \left( \frac{\omega}{c} N_1 L_1 \right) \cos \left( \frac{\omega}{c} N_2 L_2 \right) - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \left( \frac{\omega}{c} N_1 L_1 \right) \sin \left( \frac{\omega}{c} N_2 L_2 \right) \right].$$

$$\text{Pokud } \left| \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{1}{2} \left( \rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \right| > 1,$$

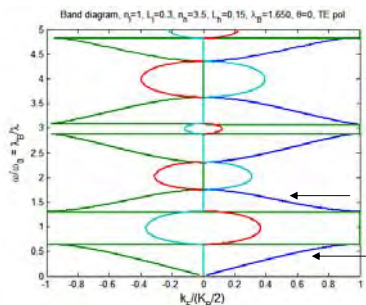
$k^F$  je komplexní, a vlna se nemůže šířit podél nekonečně dlouhého krystalu.

Tak vzniká **fotonický zakázaný pás**.

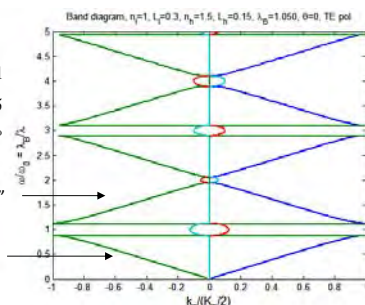
úfe

## Pásová struktura jednorozměrného krystalu

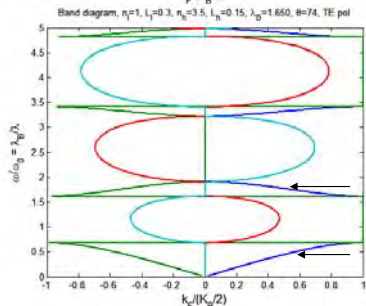
$n_1 = 1$   
 $n_2 = 3.5$   
 $\theta = 0^\circ$



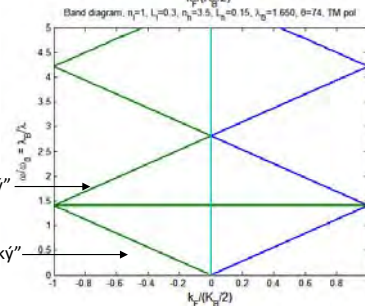
$n_1 = 1$   
 $n_2 = 1.5$   
 $\theta = 0^\circ$



TE  
 $\theta = 74^\circ$



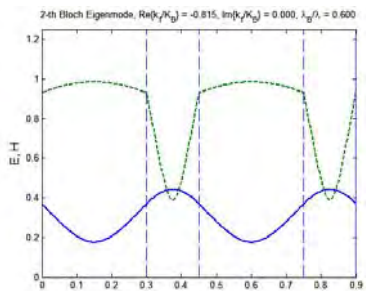
TM  
 $\theta = 74^\circ$



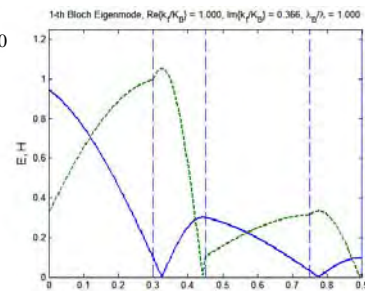
life

## Elektromagnetické Floquetovy – Blochovy vlny

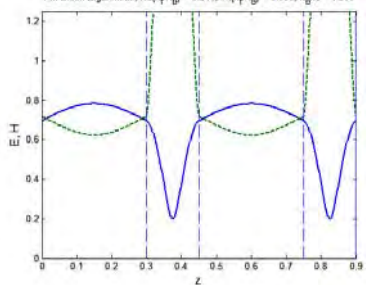
$n_1 = 1$   
 $n_2 = 3.5$   
 $\lambda_B / \lambda = 0.6$



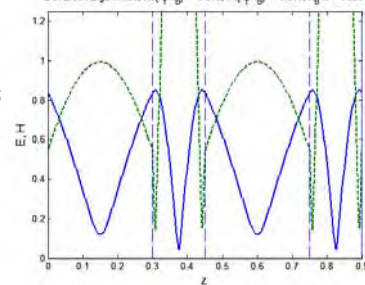
$\lambda_B / \lambda = 1.0$



$\lambda_B / \lambda = 1.5$



$\lambda_B / \lambda = 1.75$

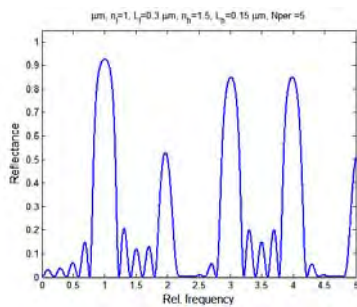


life

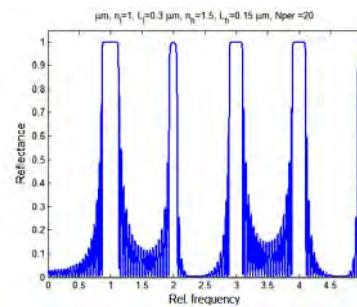


## Spektrální reflektance

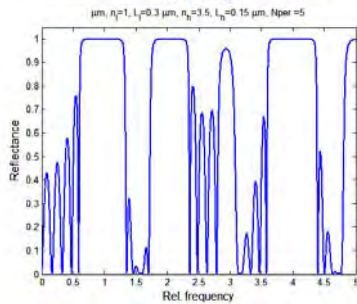
$n_1 = 1$   
 $n_2 = 1.5$   
 $n_{per} = 5$   
 nízký kontrast, málo period



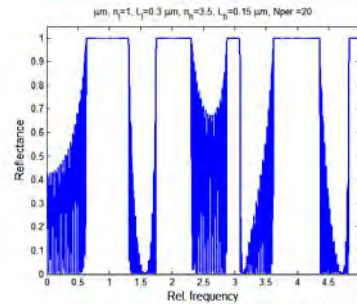
$n_1 = 1$   
 $n_2 = 1.5$   
 $n_{per} = 20$   
 nízký kontrast, víc period



$n_1 = 1$   
 $n_2 = 3.5$   
 $n_{per} = 5$   
 velký kontrast, málo period



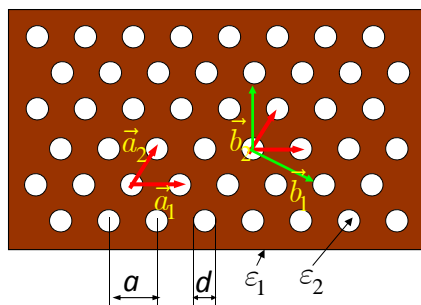
$n_1 = 1$   
 $n_2 = 3.5$   
 $n_{per} = 20$   
 velký kontrast, více period



Fotonické krystaly odpovídají často spíše „nanokrystalům“

úfe

## Dvozměrné „fotonické krystaly“



Elementární vektory prostorové mřížky

$$\vec{a}_1 = (a, 0); \quad \vec{a}_2 = (a/2, \sqrt{3}a/2)$$

Elementární vektory reciproké mřížky

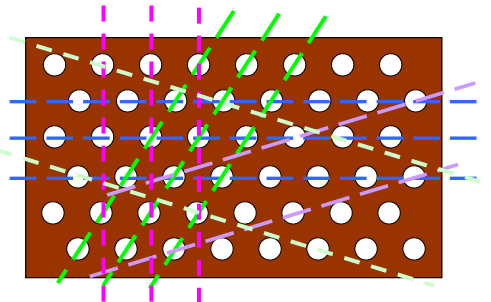
$$\vec{b}_1 = \left(\frac{1}{a}, \frac{1}{a\sqrt{3}}\right), \quad \vec{b}_2 = \left(0, \frac{2}{a\sqrt{3}}\right)$$

Periodické uspořádání otvorů;  
Blochův – Floquetův teorém

$$\left. \begin{matrix} E_z \\ H_z \end{matrix} \right\} = u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{\parallel}} e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}_{\parallel}}$$

$$u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel} + \vec{a}_1) = u_{\vec{k}}(\vec{r}_{\parallel} + \vec{a}_2)$$

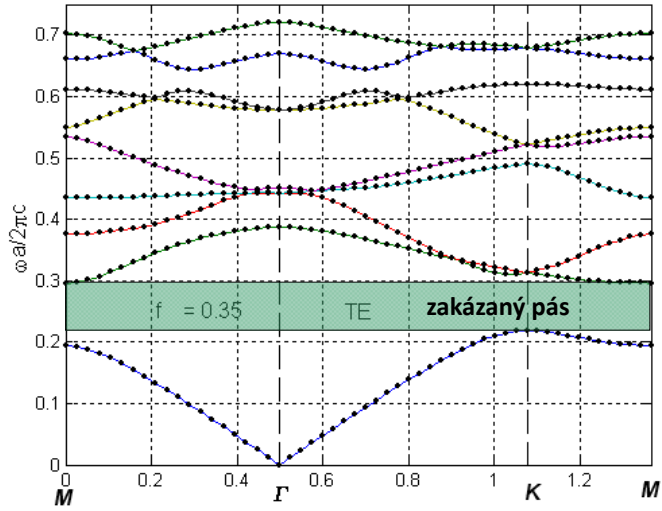
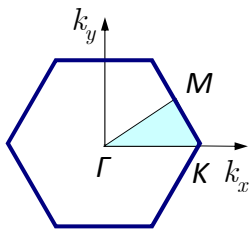
$$\vec{G} = m\vec{b}_1 + n\vec{b}_2; \quad m, n \text{ celé}$$



úfe

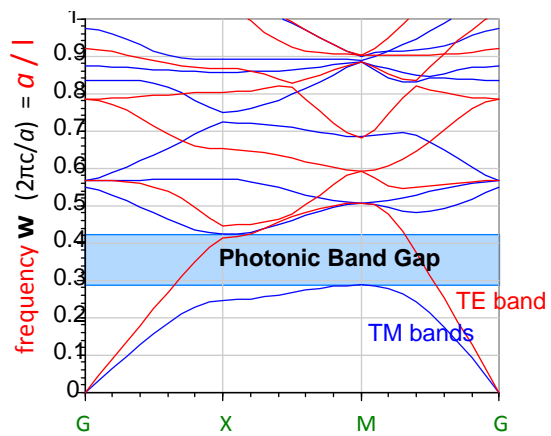
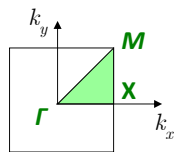
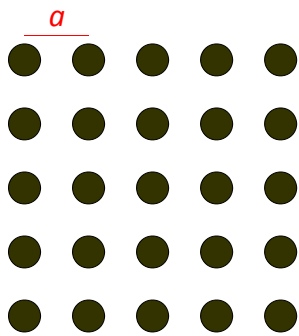
## Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu s trojúhelníkovou mřížkou

první  
Brillouinova  
zóna  
prostoru  
vlnových vektorů



life

## Pásový diagram energií fotonů 2D krystalu se čtvercovou mřížkou

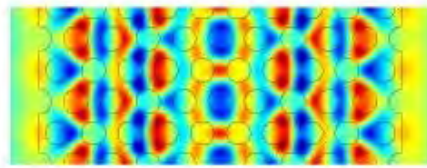
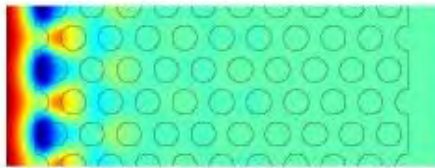
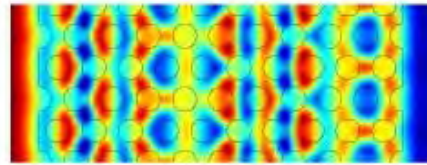
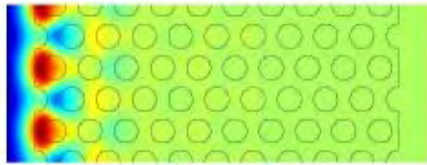


life

## Odraz rovinné vlny od 2D fotonického krystalu s trojúhelníkovou mřížkou otvorů v InP

Uvnitř zakázaného pásu

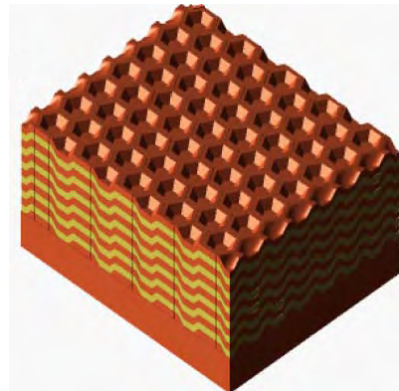
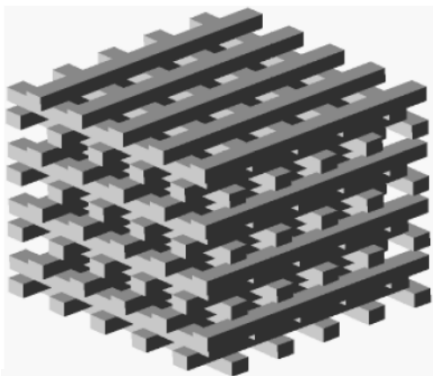
Vně zakázaného pásu



(Ing. Jiří Petráček, Dr., VUT Brno)

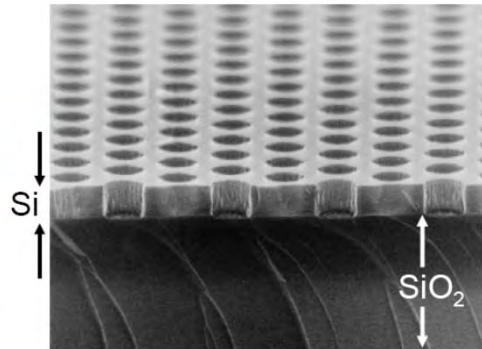
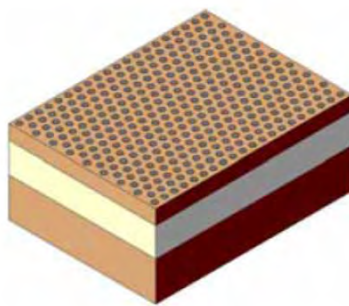
life

## Trojrozměrné fotonické krystaly



life

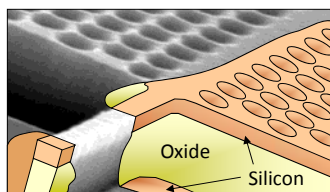
## „2.5-dimenzionální“ fotonické krystaly



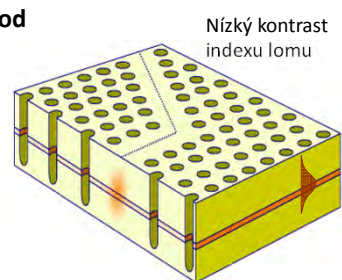
úfe

## Fotonické krystaly a vlnovody

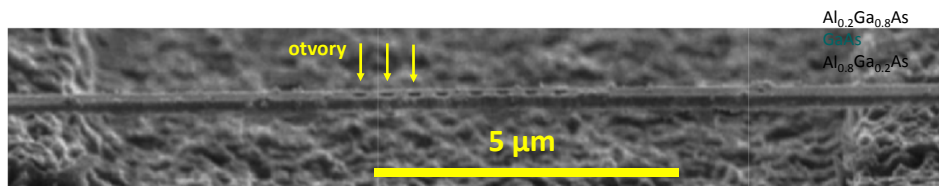
### 1. 2D fotonický krystal + vertikální vlnovod



Vysoký  
kontrast  
indexu  
lomu

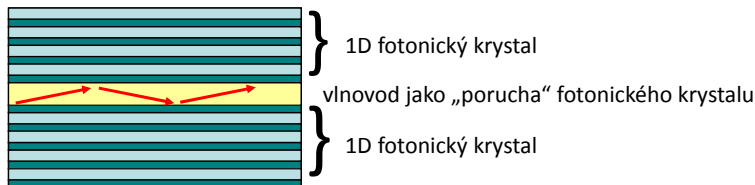


### 2. Čárový 2D dielektrický vlnovod s 1D „fotonickým krystalem“



úfe

## Vlnovody v 1D fotonickém krystalu



Princip znám od 80. let jako „braggovský vlnovod“  
(antiresonant reflecting optical waveguide, **ARROW**)

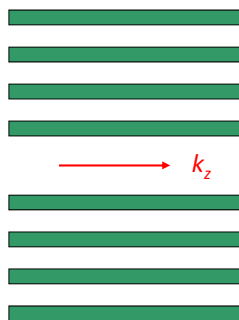
**Rozdíly ARROW vlnovodu vůči konvenčnímu vlnovodu:**

1. pro příslušný úhel dopadu vlny **musí** existovat **zakázaný pás**
2. počet period musí být dostatečný, jinak vzniká **útlum vytékáním** („tunelováním“); v krystalu konečných rozměrů existují **pouze vytékající vidy** s komplexní konstantou šíření

úfe

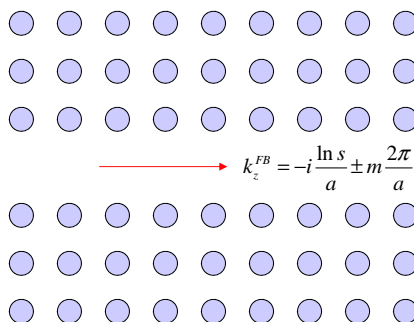
## Vlnovod ve fotonickém krystalu

Braggovský vlnovod  
(ARROW waveguide)



Anti-Reflecting Resonant  
Optical Waveguide

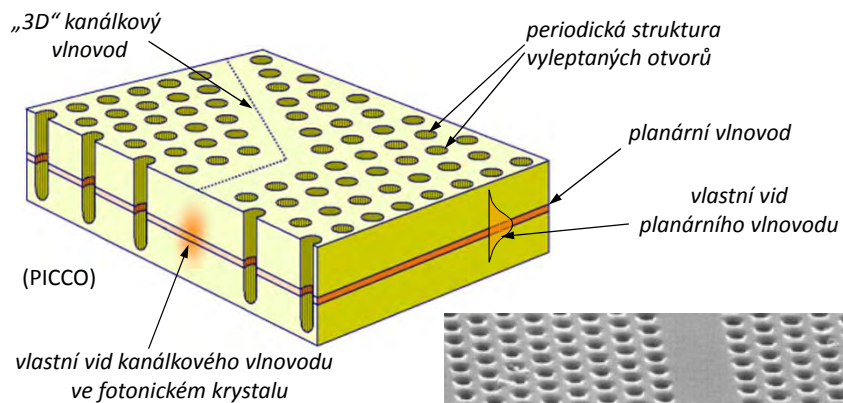
„Čárový defekt“ jako vlnovod  
1D periodicitu



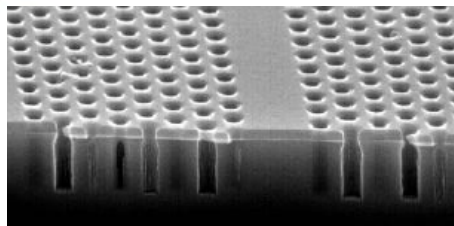
$k_z^{FB} a = \varphi \pm 2m\pi$  ... fázový posun při šíření  
o jednu periodu

úfe

## Realizace 2D fotonických krystalů: 2D krystal v planárním vlnovodu

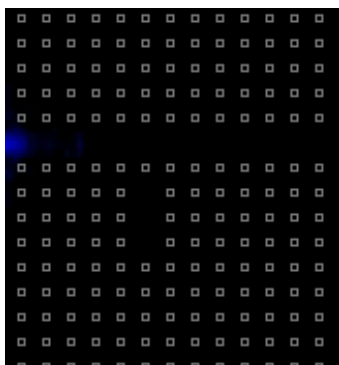


**Zásadní problém:**  
ztráty vyzařováním  
z roviny vlnovodu

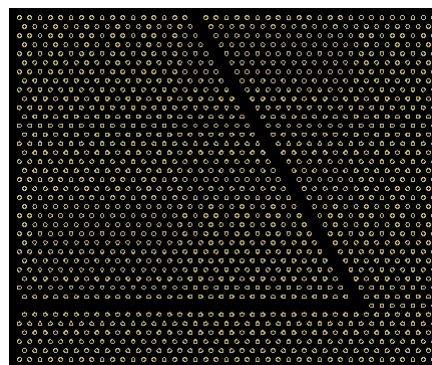


life

## Numerické modelování šíření vln ve fotonických krystalech



Buzení mikro dutiny  
ve fotonickém krystalu  
femtosekundovým impulsem  
(FDTD, Uni Twente, NL)

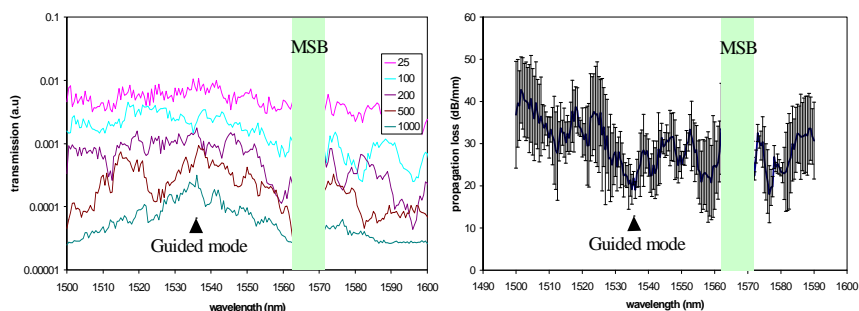
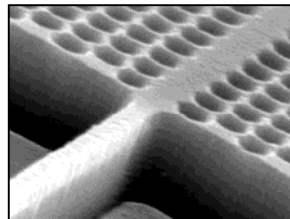


Šíření femtosekundového impulzu  
vlnovodným ohybem ve fotonickém  
krystalu (**F. Lederer et al.**,  
Friedrich-Schiller-Universität Jena, D)

life

## Vlnovody ve fotonických krystalech v SOI

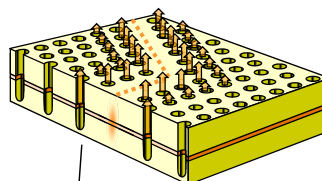
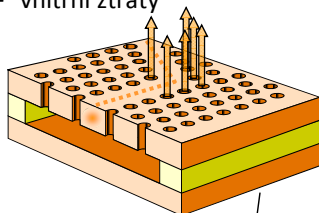
- Příprava:
  - „hluboká“ UV litografie a leptání
- vlnovod W1
  - perioda 500nm,  $\varnothing$  337nm
  - Mini-stop band
  - Nejnižší ztráty:  $20 \pm 3$  dB/mm (lichý vid!)



úfe

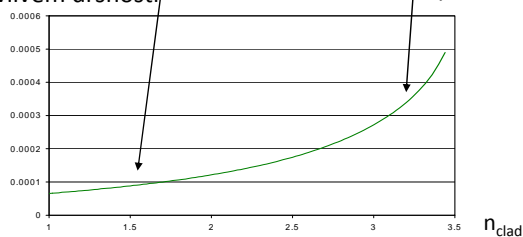
## Ztráty vyzařováním z roviny krystalu

- Vysoký „vertikální“ kontrast indexu lomu
  - vnitřní ztráty
- Malý „vertikální“ kontrast indexu lomu
  - vnitřní ztráty



– ztráty vlivem drsnosti

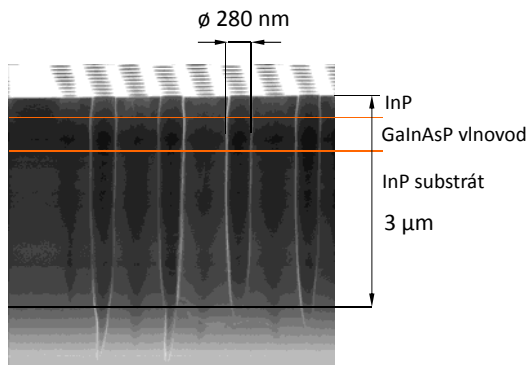
– ztráty vlivem drsnosti



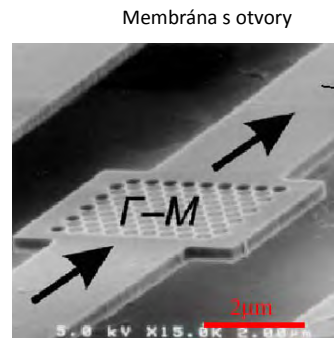
úfe

## Potlačení ztrát vyzářováním do substrátu

1. Leptání hlubokých otvorů: záření „nevnímá“ substrát (kromě vlnovodu ??)



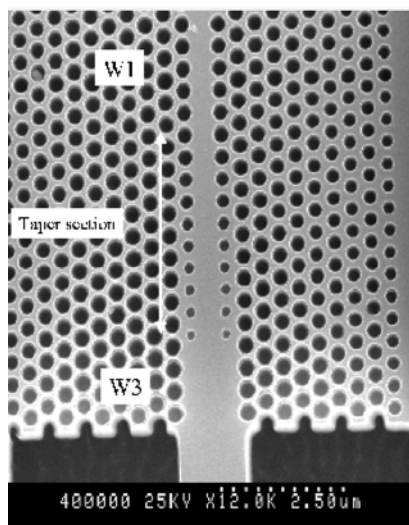
2. Úplné odstranění substrátu (technologicky náročné)



life

## Vazba s vlnovodem ve fotonickém krystalu

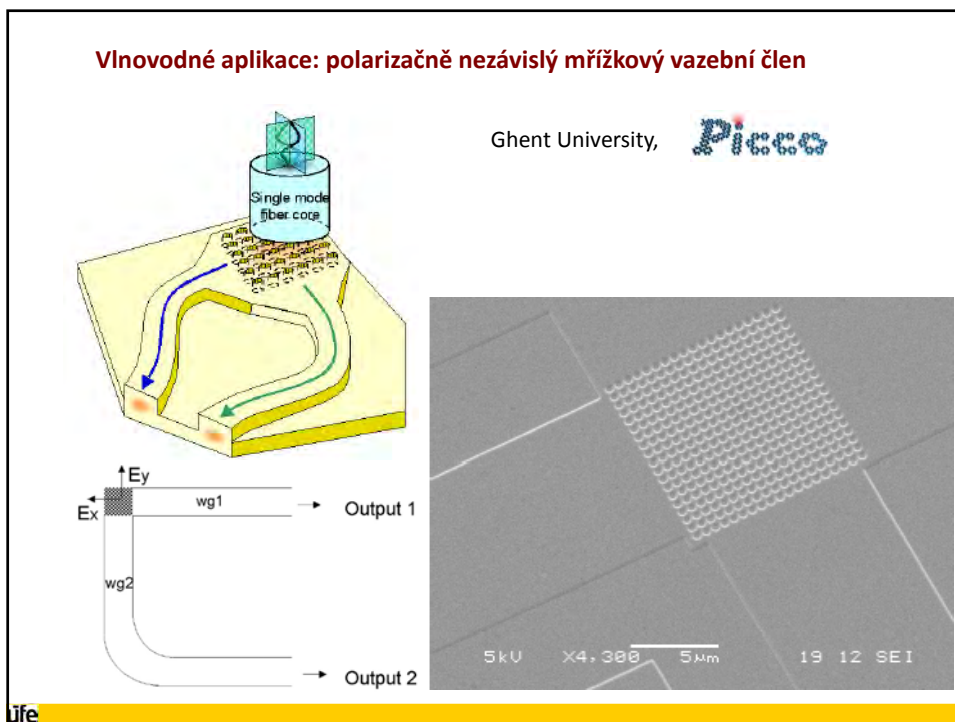
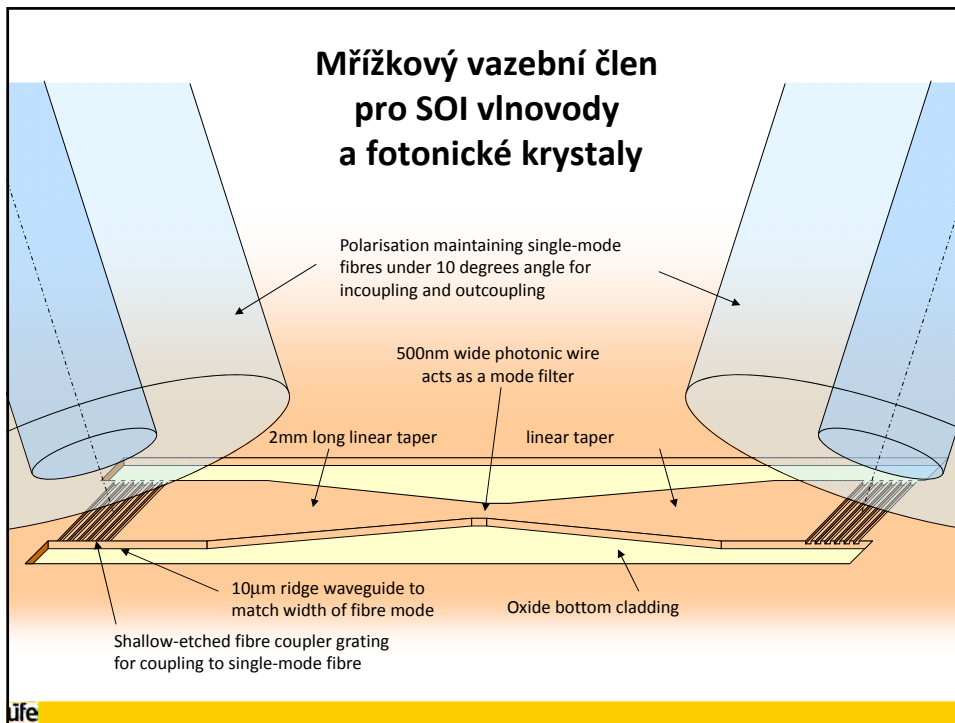
CNRS – LPN, Anne Talneau, Ph. Lalanne



CNRS French patent  
(2001)

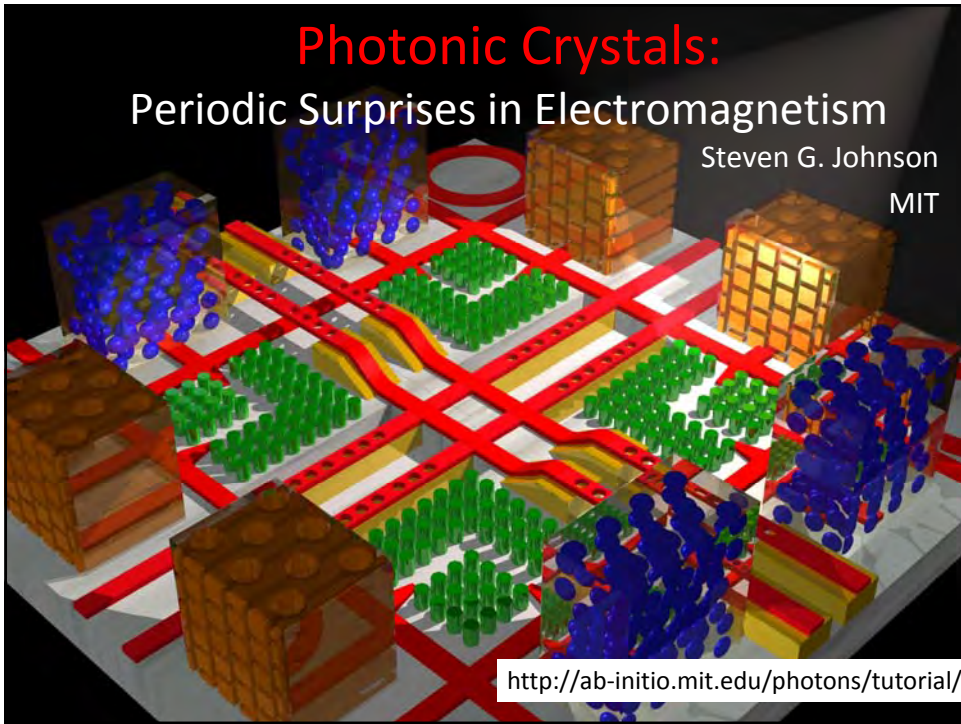
life





# Photonic Crystals: Periodic Surprises in Electromagnetism

Steven G. Johnson  
MIT



<http://ab-initio.mit.edu/photons/tutorial/>