

## Stem curve representation using spline functions

Karel Kuželka

Katedra Hospodářské úpravy lesů, Fakulta lesnická a dřevařská, ČZU v Praze  
Kamýcká 1176, Praha 6

kuzelka@fld.czu.cz

Pokusy o nalezení ideální funkce přesně popisující tvarovou křivku kmene probíhají již mnoho let za pomoci nejrůznějších přístupů. Cílem je matematicky popsat spojitou křivku, která bude s co nejmenší chybou charakterizovat tloušťku kmene v libovolném bodě a ze které lze co nejpřesněji určit objem kmene. Již před několika desetiletími začaly být k tomuto účelu využívány polynomické funkce [1], případně soubor několika polynomických funkcí, z nichž každá popisovala část průběhu tvarové křivky kmene [2]. Později se objevily pokusy o popsání tvarové křivky pomocí splinů, např. interpolačních kubických splinů [3], ne vždy s dobrými výsledky.

DendroScanner je aplikace vyhodnocující fotografii stromu pořízenou běžným digitálním fotoaparátem, jejímž cílem je zpřesnění metod terénního sběru dat za současné úspory času [4]. Zpracování dat umožňuje získat dendrometrické údaje, např. objem kmene nebo tvarovou křivku kmene sloužící jako podklad pro odhad sortimentace kmene. Tvar kmene je popsán polynomickou funkcí definovanou body, které jsou interaktivně zadávány uživatelem. Použití polynomických funkcí v aplikaci DendroScanner má několik nevýhod. Polynomy dobře interpolují relativně jednoduchou tvarovou křivku jehličnatých dřevin, pro popis složitější tvarové křivky listnatých stromů nejsou vždy zcela vhodné. Jednosegmentové polynomické křivky nejsou vhodné pro interaktivní tvarování, neboť poloha každého bodu ovlivňuje tvar celé křivky. V případě změny jednoho bodu se tvar křivky nezmění pouze lokálně v okolí bodu, nýbrž je ovlivněna celá křivka [5]. Byla proto hledána vhodná splinová funkce, která by nahradila polynomy v aplikaci DendroScanner.

Za účelem porovnání vymodelované křivky se skutečným tvarem kmenu a následného vyhodnocení přesnosti modelované tvarové křivky bylo potřeba získat velmi přesné údaje o tvaru kmene. Měření bylo prováděno na Školním lesním podniku v Kostelci nad Černými lesy. Na skácených stromech byly měřeny kmenové tloušťky v pravidelných intervalech 0.1 m od paty kmene až po vrchol. Měření byly získány uspořádané dvojice čísel představující souřadnice bodů tvořících tvarovou křivku. Vzdálenosti od paty stromu (souřadnice X) byly určovány s přesností 0.01m pomocí ocelového pásma. Tloušťky kmene (souřadnice Y) byly zaznamenány do elektronické průměrky s přesností 1mm. Celkem bylo změřeno 8 kmenů. Průměrně bylo získáno pro každý kmen 308 bodů tvořících tvarovou křivku, jejichž souřadnice byly porovnávány s hodnotami získanými interpolačními splinovými funkcemi.

Při hledání vhodného splinu byly testovány spliny přirozený kubický, Catmull-Rom spline, aproximační ukotvený B-spline, aproximační ukotvený NURBS a interpolační B-spliny v celkem 15 modifikacích. Pro výpočet splinů byly použity dvě různé

sady vstupních bodů. Pro zjištění chování splinu v případě větší hustoty vstupních bodů byla vybrána posloupnost bodů v pravidelné vzdálenosti 1m doplněná o body v patě kmene, ve vrcholu a v absolutní výšce 1.3 m. Pro zjištění chování splinu při menších hustotách bodů bylo vybráno 7 bodů v poměrných vzdálenostech mezi patou kmene a vrcholem a opět doplněny o body v patě kmene, ve vrcholu a v absolutní výšce 1.3 m. V každém evaluačním bodě byla zaznamenána odchylka modelované hodnoty od hodnoty skutečné. Pro každou křivku byl vypočítán objem kmene a porovnán s referenčním objemem kmene získaným z naměřených dat Huberovým vzorcem po sekcích o délce 0.1 m. Jako ukazatele přesnosti splinu byly použity suma čtverců reziduí, maximální odchylka vymodelované křivky od reálné hodnoty a absolutní hodnota rozdílu objemu získaného z modelované křivky a vypočítaného z měřených hodnot.

Z testovaných splinů dosáhl nejmenších odchylek Catmull-Rom spline, v některých případech měl ale tendenci k vytváření smyček. Pro větší hustoty definičních bodů je použitelný také přirozený kubický spline, který při nižších hustotách bodů osciluje. Zcela nepoužitelné jsou pak testované prosté interpolační B-spliny. Dobré výsledky dává použití aproximačních B-splinů, které se jeví jako nejslibnější kandidát. O něco horších výsledků dosáhly NURBS křivky, u nichž se použitím vah lokálně zmenšily odchylky, ale zhoršil se průběh zbytku křivky. Pro vymodelování křivky se správným průběhem je důležitý také výběr vstupních bodů. Nalezení optimálních bodů na tvarové křivce pro jejich využití jako řídicích bodů pro aproximační spliny nebo definičních bodů interpolačních splinů bude předmětem další práce.

## Reference

- [1] Fries J., Matern B., 1965. On the use of multivariate methods for the construction of tree taper curves. In Proceedings of IUFRO conference in Stockholm, Sweden. 27 September - 1 October, 1965. Pages 85-117.
- [2] Max T. A., Burkhart H. E., 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Science*, vol 22, pages 283-289.
- [3] Figueiredo-Filho A., Borders B., Hitch K.L., 1996. Number of diameters required to represent stem profiles using interpolated cubic splines. *Can. Journal of Forest Research*, vol. 27 (1996), pages 1113-1121.
- [4] Mansfeld V., Balín D., Macháček P., 2007. 3D laserové skenování lesních porostů. *Lesnická práce*, ročník 86, číslo 8.
- [5] Piegl L., Tiller W, 1997. *The NURBS Book*, Second Edition. Berlin: Springer-Verlag. 646 p.