

From the Finite Element Method toward the Isogeometric Analysis in an Object Oriented Computing Environment

Doc. Dr. Ing. Daniel Rypl, Prof. Dr. Ing. Bořek Patzák

Katedra mechaniky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze
Thákurova 7, 166 29 Praha

daniel.rypl@fsv.cvut.cz, borek.patzak@fsv.cvut.cz

Isogeometrická analýza [1] byla v nedávné době představena jak velmi slibná alternativa ke standardní metodě konečných prvků. Koncepce isogeometrické analýzy, původně motivovaná snahou překlenout “propast” mezi CAD systémy a metodou konečných prvků, je postavena na analogii s isoparametrickými konečnými prvky, které používají pro popis geometrie prvku i pro aproximaci řešení stejné funkce. Isogeometrický přístup, jak napovídá samotný název, jde ještě o krok dále, neboť funkce aproximující řešení používá pro popis celé geometrie. Tím odpadá nutnost mít jednu geometrickou reprezentaci pro CAD model a jinou pro výpočetní model.

Na počátku byl isogeometrický přístup zformulován pro NURBSové entity [2], které jsou základním stavebním prvkem většiny CAD systémů. Záhy bylo na řadě příkladů prokázáno, že isogeometrická analýza dokáže metodu konečných prvků předčít v mnoha aspektech. Současně s tím se ale ukázaly i první slabiny isogeometrické analýzy založené na NURBSových entitách dimenze 2 a více. Jednalo se zejména o rychlý nárůst počtu neznámých s tím, jak bylo zapotřebí v určitých oblastech řešeného problému zvětšit rozlišení aproximace hledaného řešení. Zahušťování uzlového vektoru, popisujícího parametrizaci NURBSové entity, musí v důsledku tenzorového charakteru NURBSové entity (dimenze 2 a více) propagovat skrz celou entitu. V případě potřeby zachování kompatibility mezi sousedními entitami bez nutnosti zavádět dodatečné omezující vazby, propaguje zahuštění i do sousedních entit, což nárůst počtu neznámých ještě více urychluje. Dalším problémem bylo kompatibilní propojení ořezaných NURBSových ploch bez nutnosti navyšovat stupeň splinových polynomů. Atraktivním řešením těchto problémů jsou tzv. T-spliny [3], které jsou zobecněním NURBSových entit v tom smyslu, že dovolují ukončit propagaci konkrétního uzlu i uvnitř entity, ještě před dosažením okraje entity. Ukončující bod se pak nazývá T-křížením a celá síť kontrolních bodů T-sítí. Výhodou T-splinových entit je především ta skutečnost, že umožňují ryze lokální zahuštění. Důsledkem pak je, že pomocí T-splinové koncepce lze kompatibilně spojovat sousední NURBSové plochy o různé parametrizaci.

Cílem této prezentace je ukázat, jak může být koncepce isogeometrické analýzy založené na T-splinech naimplementována do stávajícího konečně-prvkového objektově orientovaného programu. Objektově orientovaný návrh se osvědčil jako velmi přínosný, významně přispívající k čitelnosti a transparentnosti kódu, jeho rozšiřitelnosti a udržitelnosti a k podpoře týmové práce (a to dokonce bez přítomnosti původních autorů), aniž by tak bylo činěno na úkor výkonu vlastní aplikace.

Základní myšlenkou prezentované implementace isogeometrické analýzy je důsledné oddělení interpolace od specifické, analýzou dané funkčnosti. To umožňuje definovat metody specifické pro daný druh analýzy pouze jednou, přestože jsou používány různými prvky s rozlišnou geometrií a interpolací. Je-li zapotřebí vytvořit výpočtový prvek používající nový druh interpolace (např. T-splínový prvek pro isogeometrickou analýzu), stačí dodefinovat odpovídající interpolaci (výpočet T-splínových bazových funkcí a jejich derivací) a vytvořit nový prvek pomocí vícenásobné dědičnosti jednak jako potomka základní třídy pro isogeometrické prvky, která poskytuje obecnou prvkovou funkčnost a metody pro inicializaci integračních pravidel, a jednak jako potomka jedné či více tříd (tzv. evaluátorů) implementujících funkčnost specifickou pro danou analýzu (např. rovinnou napjatost, ap.). Hierarchie tříd a odpovídající metody jsou navrženy tak, aby bylo maximálně využito stávající funkčnosti kódu (navrženého původně pro metodu konečných prvků). Chybějící atributy a algoritmy (typicky pro operace s bazovými splínovými funkcemi a s isogeometrickou sítí, pro inicializaci schémat numerické integrace, ap.) jsou naimplementovány tak, aby objektové orientované principy, jako jsou modularita, rozšiřitelnost, udržovatelnost a robustnost, byly plně zachovány. Součástí prezentace je i ověření funkčnosti prototypové implementace isogeometrické analýzy do objektové orientovaného výpočtového prostředí OOFEM [4] na jednoduchém, dvourozměrném příkladu.

Poděkování

Tato práce vznikla za finanční podpory GA ČR - projekt č. 103/09/2009.

Reference

- [1] Cottrell, J.A. – Hughes, T.J.R. – Bazilevs, Y. *Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA*. 2009, John Wiley & Sons.
- [2] Hughes, T.J.R. – Cottrell, J.A. – Bazilevs, Y. Isogeometric Analysis: CAD, Finite Elements, NURBS, Exact Geometry and Mesh Refinement. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2005, Vol. 194, s. 4135–4195.
- [3] Bazilevs, Y. – Calo, V.M. – Cottrell, J.A. – Evans, J.A. – Hughes, T.J.R. – Lipton, S. – Scott, M.A. – Sederberg T.W. Isogeometric Analysis Using T-splines. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010, Vol. 199(5–8), s. 229–263.
- [4] Patzák, B. *OOFEM project home page*. 2010, <http://www.oofem.org>.