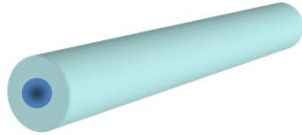


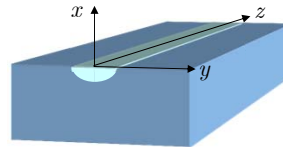
Optický vlnovod – základ (mnoha) optoelektronických prvků

Příklady pasivních fotonických vlnovodných struktur

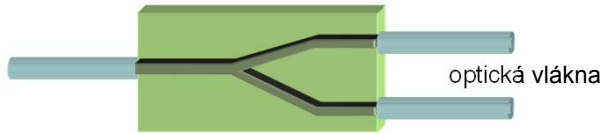
Optické vlákno



Kanálkový optický vlnovod

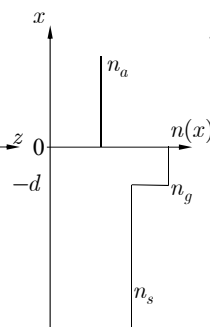
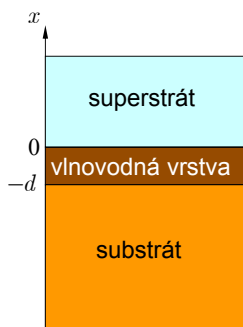


integrovane optický
vlnovodný dělič výkonu
s připojenými optickými vlákny

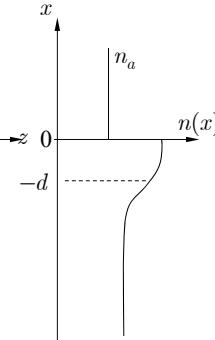
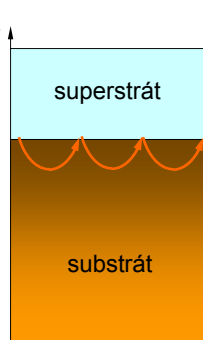


Základy teorie optických vlnovodů

Vrstvový vlnovod



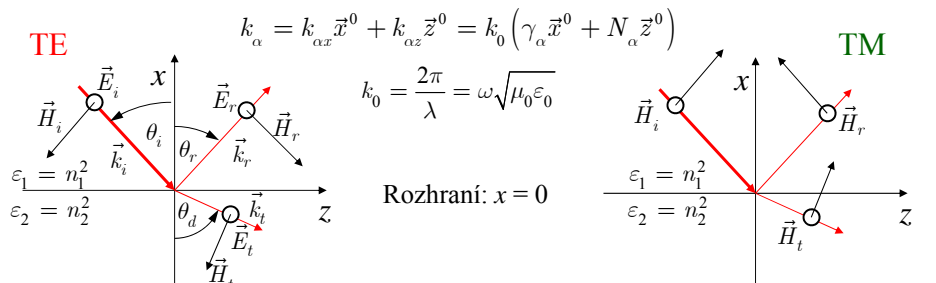
„Gradientní“ (nehomogenní)
vlnovod



Vedení optického záření v planárních vlnovodech

a. Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik

$$\vec{E}_\alpha = E_{\alpha 0} \vec{y}^0 \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} - i\omega t) \quad \vec{H}_\alpha = H_{\alpha 0} \vec{y}^0 \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} - i\omega t)$$



$$\vec{H}_{\alpha 0} = \frac{1}{\omega \mu_0} \vec{k}_\alpha \times \vec{E}_{\alpha 0}; \quad H_{\alpha z} = \frac{k_{\alpha x}}{\omega \mu_0} E_{\alpha 0} \quad \vec{E}_{\alpha 0} = -\frac{1}{\omega \epsilon_0 \epsilon_\alpha} \vec{k}_\alpha \times \vec{H}_{\alpha 0}; \quad E_{\alpha z} = -\frac{k_{\alpha x}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_\alpha} H_{\alpha 0}$$

$$\text{Spojitost } E_y \text{ při } x = 0 : E_{i0} \exp(ik_{iz}z) + E_{r0} \exp(ik_{rz}z) = E_{t0} \exp(ik_{tz}z)$$

Důsledek:

$$\begin{cases} k_{iz} = k_{rz} = k_{tz}, \\ N_i = N_r = N_t = N \end{cases}$$

$$N = n_1 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r = n_2 \sin \theta_t$$

$$|\vec{k}_\alpha| = k_0 n_\alpha, \quad \gamma_\alpha = \sqrt{n_\alpha^2 - N^2}$$

Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik: Fresnelovy vzorce pro TE polarizaci

$$\text{spojitost } E_y \text{ pro } x = 0 : E_{i0} + E_{r0} = E_{t0},$$

$$\text{spojitost } H_z \text{ pro } x = 0 : k_{ix} E_{i0} + k_{rx} E_{r0} = k_{tx} E_{t0}.$$

neboli

$$\begin{cases} E_{i0} + E_{r0} = E_{t0}, \\ -\sqrt{n_1^2 - N^2} E_{i0} + \sqrt{n_1^2 - N^2} E_{r0} = -\sqrt{n_2^2 - N^2} E_{t0}. \quad (N = n_1 \sin \theta_i) \end{cases}$$

Řešením soustavy pro E_{r0} a E_{t0} je

$$R^{TE} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2} - \sqrt{n_2^2 - N^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + \sqrt{n_2^2 - N^2}},$$

$$T^{TE} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\sqrt{n_1^2 - N^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + \sqrt{n_2^2 - N^2}}.$$

Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik: Fresnelovy vzorce pro TM polarizaci

spojitost H_y pro $x = 0$: $H_{i0} + H_{r0} = H_{t0}$,

spojitost E_z pro $x = 0$: $\frac{k_{ix}}{n_1^2} H_{i0} + \frac{k_{rx}}{n_1^2} H_{r0} = \frac{k_{tx}}{n_2^2} H_{t0}$.

neboli
$$-\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} H_{i0} + \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} H_{r0} = -\frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2} H_{t0}. \quad (N = n_1 \sin \theta_i)$$

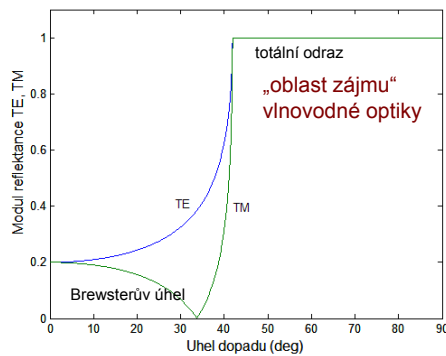
Řešením soustavy pro H_{r0} a H_{t0} je

$$R^{TM} = \frac{H_{r0}}{H_{i0}} = \frac{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} - \frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}}{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + \frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}},$$

$$T^{TM} = \frac{H_{t0}}{H_{i0}} = \frac{\frac{2\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2}}{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + \frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}}.$$

Vlastnosti činitele odrazu

$N = n_1 \sin \theta_i \geq n_2, \quad \sin \theta_i \geq n_2/n_1,$

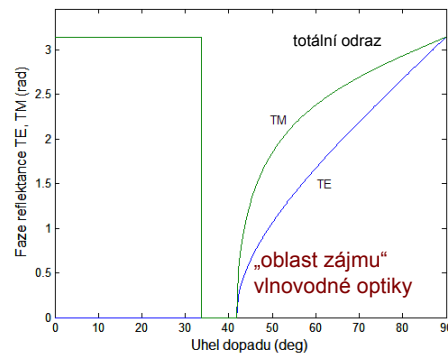


$$R^{TM} = \frac{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} - i \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{n_2^2}}{\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + i \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{n_2^2}} = e^{i \arg\{R^{TM}\}},$$

$$\arg\{R^{TM}\} = -2 \arctan \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2}} \right].$$

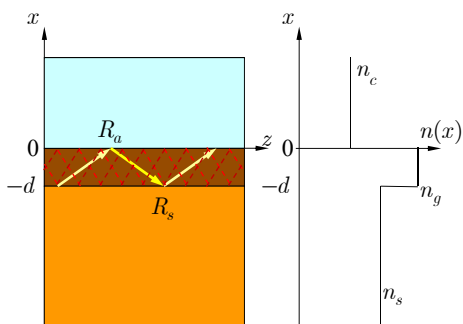
$$R^{TE} = \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2} - i \sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + i \sqrt{N^2 - n_2^2}} = e^{i \arg\{R^{TE}\}},$$

$$\arg\{R^{TE}\} = -2 \arctan \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2}}.$$



V oblasti totálního odrazu je modul reflektance roven 1 a fáze závisí na úhlu dopadu.

Disperzní rovnice planárního vrstvého vlnovodu



Podmínka příčné rezonance
(podmínka selfkonzistence):

rovinná vlna se po dvou průchodech vrstvou a dvou odrazech od rozhraní musí „zreprodukovat“ i co do fáze:

$$e^{i(k_x d + k_z L)} R_a e^{i(k_x d + k_z L)} R_s \stackrel{!}{=} e^{2ik_z L}$$

$$R_a R_s e^{2ik_x d} = 1$$

$$2k_x d + \arg R_s + \arg R_a = 2\pi m$$

$$\nu = \begin{cases} 0, & \text{TE} \\ 1, & \text{TM} \end{cases}$$

$$k_0 d \sqrt{n_g^2 - N^2} = \arctan \left(\frac{n_g}{n_s} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_s^2}{n_g^2 - N^2}} + \arctan \left(\frac{n_g}{n_a} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_c^2}{n_g^2 - N^2}} + m\pi,$$

Disperzní diagram planárního vlnovodu

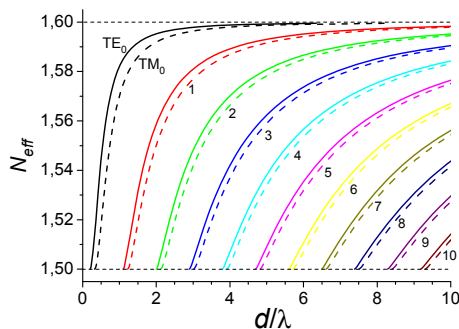
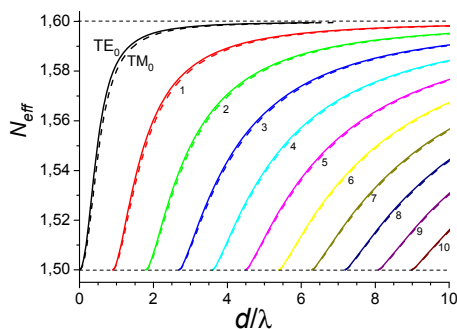
Nesymetrický vlnovod

$$n_c < n_s < n_g$$

Počet vidů:

$$M^{TM} \leq M^{TE} \leq M^{TM} + 1$$

$$N_m^{TE} > N_m^{TM}$$



Symetrický vlnovod

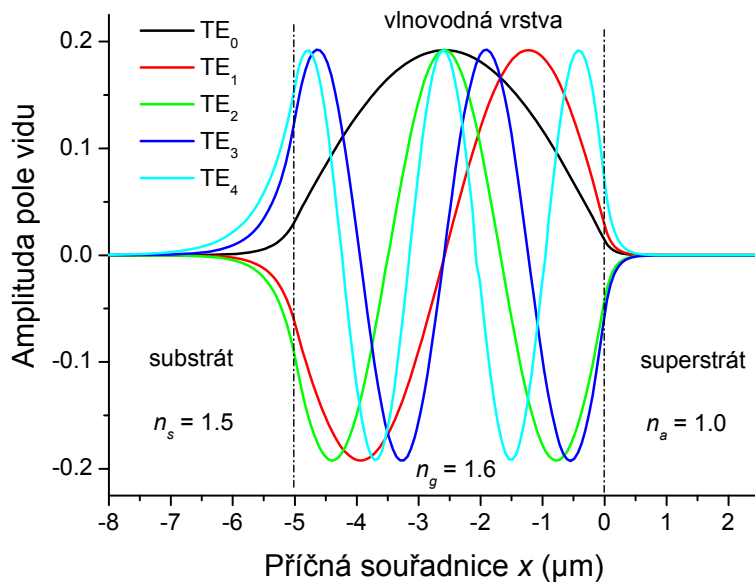
$$n_c = n_s < n_g$$

Počet vidů: $M^{TE} = M^{TM}$

$$N_m^{TE} \geq N_m^{TM}$$

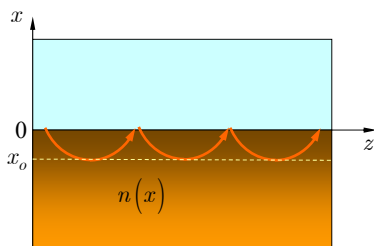
vlnovodový dvojlom je menší

Rozložení pole vidů vrstvého vlnovodu



Disperzní rovnice gradientního vlnovodu ve WKB aproximaci

Paprskový model šíření vlny



$$k_x \rightarrow k_x(x) \approx k_0 \sqrt{n^2(x) - N^2}$$

$$k_y d \rightarrow k_0 \int_0^{x_0} \sqrt{n^2(x) - N^2} dx$$

$$\text{Bod obratu: } k_x(x_0) = 0 \Rightarrow n(x_0) = N$$

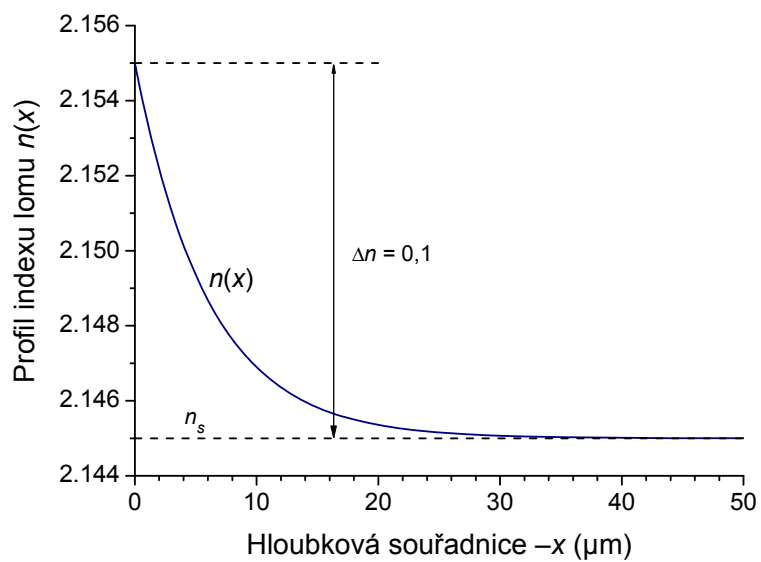
$$R_s \rightarrow \exp(-i\pi/2)$$

$$\nu = \begin{cases} 0, & \text{TE} \\ 1, & \text{TM} \end{cases}$$

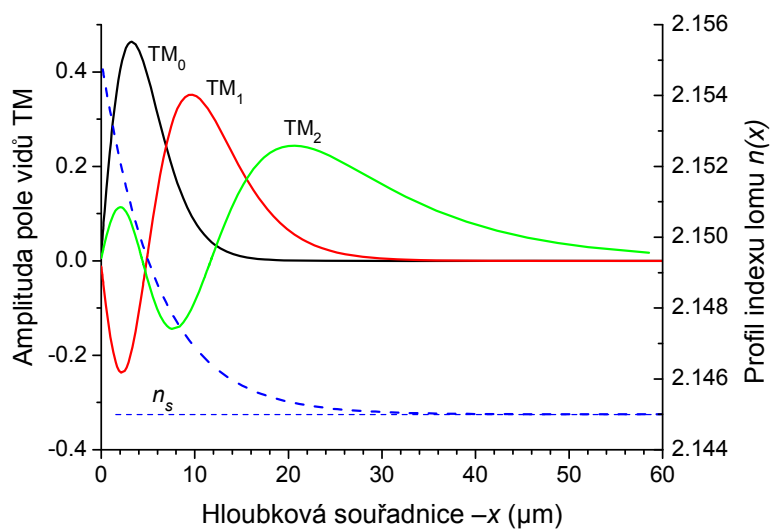
$$k_0 \int_{x_0(N)}^0 \sqrt{n^2(x) - N^2} dx = \arctan \left[\left(\frac{n_g}{n_c} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_c^2}{n_g^2 - N^2}} \right] + \left(m + \frac{1}{4} \right) \pi,$$

$$k_0 d \sqrt{n_g^2 - N^2} = \arctan \left[\left(\frac{n_g}{n_c} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_c^2}{n_g^2 - N^2}} \right] + \arctan \left[\left(\frac{n_g}{n_s} \right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_s^2}{n_g^2 - N^2}} \right] + m\pi,$$

Příklad: Vlnovod s exponenciálním profilem indexu lomu



Rozložení pole H_y TM vidů gradientního vlnovodu



Vlnová rovnice pro planární vlnovod - TE

Maxwellovy rovnice $\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H}$, $\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 n^2(x)\vec{E}$

Pro planární vlnovod $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$, $\nabla = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z} = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + i\beta\vec{z}^0$

Pak je možné celkové pole rozložit na **dvě nezávislá pole** s polarizacemi TE a TM:

TE :

$$\vec{E} = E_y(x)\vec{y}^0 e^{i\beta^{TE}z}, \quad \beta^{TE} = k_0 N^{TE} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} N^{TE},$$

$$\vec{H} = \frac{1}{i\omega\mu_0} \nabla \times E_y \vec{y}^0 = \left(\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \vec{z}^0 - \frac{\beta^{TE}}{\omega\mu_0} E_y \vec{x}^0 \right) e^{i\beta^{TE}z},$$

$$H_x = -\frac{\beta^{TE}}{\omega\mu_0} E_y(x) = -\frac{k_0 N^{TE}}{\omega\mu_0} E_y(x) = -Y_0 N^{TE} E_y(x), \quad Y_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

$$H_z = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x},$$

$$\vec{y}^0 \cdot \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial H_z}{\partial x} - i\beta^{TE} H_x = -i\omega\varepsilon_0 n^2 E_y.$$

Vlnová rovnice pro planární vlnovod - TM

Maxwellovy rovnice $\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H}$, $\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 n^2(x)\vec{E}$

Pro planární vlnovod $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$, $\nabla = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{z}^0 \frac{\partial}{\partial z} = \vec{x}^0 \frac{\partial}{\partial x} + i\beta\vec{z}^0$

Pak je možné celkové pole rozložit na **dvě nezávislá pole** s polarizacemi TE a TM:

TM :

$$\vec{H} = H_y(x)\vec{y}^0 e^{i\beta^{TM}z}, \quad \beta^{TM} = k_0 N^{TM} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} N^{TM}$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2} \nabla \times H_y \vec{y}^0 = \left(-\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2} \frac{\partial H_y}{\partial x} \vec{z}^0 + \frac{\beta^{TM}}{\omega\varepsilon_0 n^2} H_y \vec{x}^0 \right) e^{i\beta^{TM}z},$$

$$E_x = \frac{\beta^{TM}}{\omega\varepsilon_0 n^2} H_y = Z_0 \frac{N^{TM}}{n^2} H_y(x),$$

$$E_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2(x)} \frac{\partial H_y}{\partial x},$$

$$\vec{y}^0 \cdot \nabla \times \vec{E} = \frac{\partial E_z}{\partial x} - i\beta^{TM} E_x = i\omega\mu_0 H_y.$$

Vlnová rovnice pro planární vlnovod - III

1. TE polarizace:

$$\frac{d^2 E_y}{k_0^2 dx^2} + n^2(x) E_y = \left(N^{TE}\right)^2 E_y, \quad \beta^{TE} = k_0 N^{TE},$$

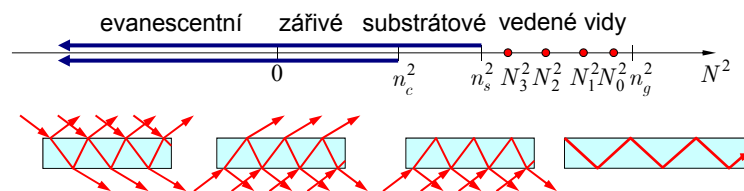
$$\int_{-\infty}^{\infty} \vec{E} \times \vec{H} \cdot \vec{z}^0 dx = - \int_{-\infty}^{\infty} E_y H_x dx = N^{TE} Y_0 \int_{-\infty}^{\infty} E_y^2(x) dx < \infty,$$

2. TM polarizace:

$$n^2(x) \frac{d}{k_0 dx} \left[\frac{1}{n^2(x)} \frac{dH_y}{k_0 dx} \right] + n^2(x) H_y(x) = \left(N^{TM}\right)^2 H_y(x), \quad \beta^{TM} = k_0 N^{TM},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \vec{E} \times \vec{H} \cdot \vec{z}^0 dx = \int_{-\infty}^{\infty} E_x H_y dx = N^{TM} Z_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2(x)} H_y^2(x) dx < \infty$$

Úloha pro vlastní čísla a vlastní funkce lineárního diferenciálního operátoru



Ortogonalita vlastních vidů

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{ym}(x) E_{yn}(x) dx = 2 \mathcal{A}_m^{TE} \delta_{mn} \quad \text{pro TE,}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2(x)} H_{ym}(x) H_{yn}(x) dx = 2 \mathcal{A}_m^{TM} \delta_{mn} \quad \text{pro TM,}$$

kde \mathcal{A}_m je vhodná normovací konstanta.

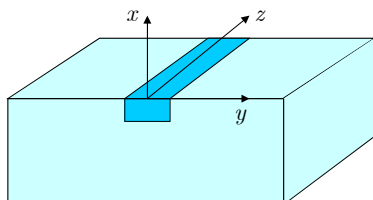
Alternativně

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_m(x) \times \vec{H}_n(x) \cdot \vec{z}^0 dx = \mathcal{A}_m \delta_{mn}.$$

Pro bezeztrátové vlnovody jsou příčné složky polí *soufázové*, takže platí i „výkonová“ ortogonalita

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_m(x) \times \vec{H}_n^*(x) \cdot \vec{z}^0 dx = \mathcal{A}_m \delta_{mn}.$$

Vlastní vidy kanákových vlnodů



$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - k_0^2 \varepsilon(x, y) \vec{E} = \vec{0}$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon \vec{E}) = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla \varepsilon \cdot \vec{E} = -\nabla(\ln \varepsilon) \cdot \vec{E}$$

$$\Delta \vec{E} + \nabla[\nabla(\ln \varepsilon) \cdot \vec{E}] + k_0^2 \varepsilon \vec{E} = \vec{0}$$

úplná vektorová rovnice

Oddělíme příčné a podélné složky pole: $\vec{E} = \vec{e}(x, y)e^{i\beta z} = \vec{e}_\perp(x, y)e^{i\beta z} + \vec{e}_z(x, y)e^{i\beta z}$

Po úpravě $\Delta_\perp \vec{e}_\perp + \nabla_\perp[\nabla_\perp(\ln \varepsilon) \cdot \vec{e}_\perp] + (k_0^2 \varepsilon - \beta^2) \vec{e}_\perp = \vec{0}$

$$\vec{e}_z = \frac{i}{\beta} \vec{z}^0 [\nabla_\perp \varepsilon + \nabla_\perp] \cdot \vec{e}_\perp$$

Vidy kanákových vlnodů jsou **hybridní** – mají všechny složky pole **nenulové**

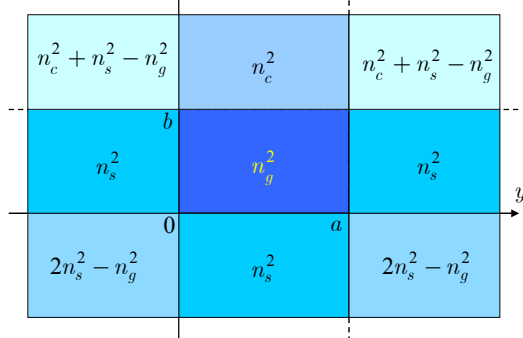
Přibližné metody: Marcatiliho metoda (separace proměnných),
metoda efektivního indexu lomu,

Numerické metody: skalární, semivektorové, vektorové; FD, FE

Marcatiliho metoda (separace proměnných)

$$\Delta_\perp \mathbf{e}(x, y) + \nabla_\perp[\nabla_\perp(\ln \varepsilon) \cdot \mathbf{e}_\perp] + k_0^2 [n^2(x, y) - N^2] \mathbf{e}(x, y) = 0 \quad \text{Separace proměnných:}$$

Zanedbáme – malý člen



$$n^2(x, y) \stackrel{!}{=} n_x^2(x) + n_y^2(y) - const$$

Předpoklad: $e(x, y) = e_x(x)e_y(y)$

$$\frac{d^2 e_x(x)}{dx^2} + k_0^2 [n_x^2 - N^2] e_x(x) = 0,$$

$$\frac{d^2 e_y(y)}{dy^2} + k_0^2 [n_y^2 - N^2] e_y(y) = 0,$$

$$N^2 = N_x^2 + N_y^2 - const$$

K tomu je třeba modifikovat profil $n(x)$

v rohových oblastech:
volně např. $const = n_g^2$

$$N^2 = N_x^2 + N_y^2 - n_g^2$$

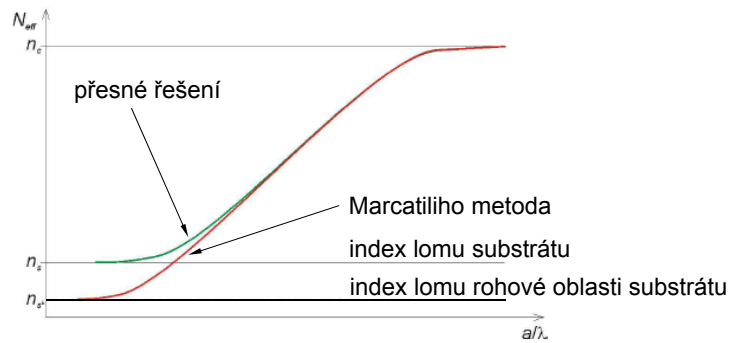
Výhoda: jednoduchost;
stačí 2× řešit planární vlnod,
jednou ve směru x a jednou v y

$$n_x^2 = \begin{cases} n_a^2, & x > b \\ n_g^2, & 0 < x < b, \\ n_s^2, & x < 0 \end{cases} \quad n_y^2 = \begin{cases} n_s^2, & y < 0 \\ n_g^2, & 0 < y < a, \\ n_s^2, & y > a \end{cases}$$

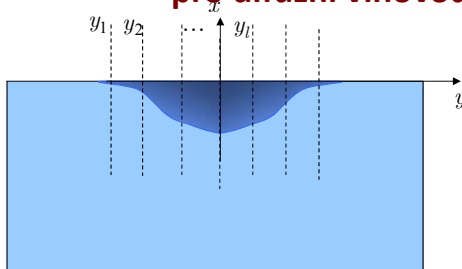
Nevýhoda: malá přesnost blízko kritické frekvence (pole slabě vedené)

Porovnání výsledků Marcatiliho metody s přesným řešením

Čím je vid slaběji vedený, tím větší část jeho energie se šíří v rohových oblastech; efektivní index lomu se pro velmi slabě vedoucí vlnovody blíží indexu lomu v rohových oblastech substrátu.



Metoda efektivního indexu lomu pro difúzní vlnovody



$$\Delta_{\perp} e(x, y) + k_0^2 [n^2(x, y) - N^2] e(x, y) = 0$$

1. Předpoklad slabší závislosti na y

$$e(x, y) \cong e_x(x; y) e_y(y)$$

$$\frac{d^2 e_x(x; y)}{dx^2} + k_0^2 [n^2(x; y) - N_x^2(y)] e_x(x; y) = 0$$

Řešíme hloubkovou rovnicí pro různá y .
Získáme $N_x(y)$.

2. Řešíme „laterální“ rovnici

$$\frac{d^2 e_y(y)}{dy^2} + k_0^2 [N_x^2(y) - N^2] e_y(y) = 0.$$

Výhoda: jednoduchost, intuitivnost.

Nevýhoda: menší přesnost, zejména v blízkosti kritické frekvence.

Příklad vektorového rozložení pole

Kvazi-TE vid žebrového vlnovodu

$n_g = 2.2$, $n_s = 1.9$, $n_a = 1$, tloušťka = výška = $0.5 \mu\text{m}$

