

Metodika pro určení úplného tenzoru původního napětí vycházející z vyhodnocení konvergencí na stěnách tunelu

**Metodika je výsledkem řešení výzkumného projektu
MPO-GEOSTAB č. FR-TI3/579**

Doc. RNDr. Josef Malík, CSc.
Mgr. Alexej Kolcun, CSc.
RNDr. Lubomír Staš, CSc.

ÚGN AV ČR v.v.i.

Ostrava, leden 2015

1 Úvod

Hlavním cílem této části závěrečné zprávy je popsat software INVGEM, který byl vyvinut a implementován a složí k určení všech komponent tenzoru původního napětí analýzou konvergencí pro vybrané dvojice bodů na stěnách tunelu v procesu postupného odtěžení horniny. Ten produkt vznikl jako dodatečný modul programu GEM, který je dlouhodobě vyvíjen na Ústavu geoniky AV ČR.

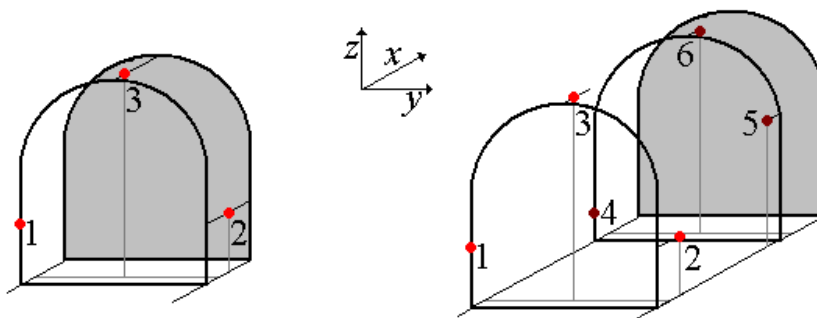
Znalost počátečních napětí je velmi důležitou hodnotou pro posouzení stability podzemních konstrukcí tím, že toto napětí valnou měrou určuje rozložení napěťových polí v okolí těchto konstrukcí. Při samotném navrhování tvarů podzemních konstrukcí a jejich orientace v horninovém masívu je znalost úplného tenzoru původního napětí nepostradatelnou hodnotou, které spolu s matematickým modelováním umožňuje určit optimální variantu vedení podzemní konstrukce případně nasazení vyztužovacích technologií. Metodika může být využita při ražbě tunelů, budování podzemních zásobníků plynu a podzemního úložiště jaderného odpadu.

2 Popis metodiky

Základním principem níže popsané metodiky je instalace měřících bodů umístěných na stěně tunelu, jak je znázorněno na Obr. 1. Měřící body jsou umístěny ve dvou rovnoběžných profilech, které jsou dány řezy dvěma rovnoběžnými rovinami kolnými k podélné ose tunelu. Jsou změřeny vzdálenosti mezi dvojicemi měřících bodů. Poté dochází k odtěžení vrstvy horniny a k opětovnému přeměření vzdálenosti mezi stejnými dvojicemi měřících bodů. Rozdíl těchto vzdáleností nazýváme konvergence a je možné je získávat v celém procesu odtěžování. Po dosažení určité vzdálenosti čela tunelu tyto hodnoty se ustálí a konvergují k určitým hodnotám. Tato měření se analyzují pomocí matematického modelování a výsledkem této analýzy je úplný tenzor původního napětí. Věnujme se blíže jednotlivým krokům.

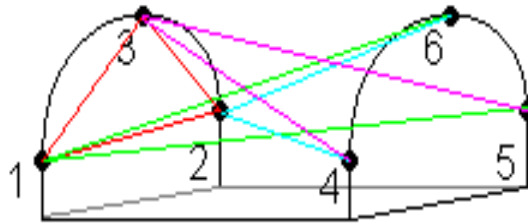
2.1 Geometrie tunelu a instalace měřících bodů

Na Obr. 1 je znázorněna instalace měřících bodů a jeden elementární krok, který souvisí s odtěžením jedné vrstvy horniny. Měřící body jsou umístěny na dvou rovnoběžných profilech, jak bylo popsáno výše. Je třeba instalovat alespoň tři měřící body na každém profilu, může být instalováno i více. Vzdálenost těchto rovin koresponduje s průměrem tunelu. Měřící body na druhém profilu musí být pokud možno co nejbližže čelu tunelu.



Obr.1. Geometrie tunelu a pozice měřících bodů.

Nyní je třeba vybrat dvojice měřících bodů, tak, aby bylo technicky možné provést měření, tedy aby tyto dvojice bylo možné spojit úsečkou, která nekoliduje se stěnami tunelu případně s jinými objekty nacházejícími se v tunelu. Vzhledem k tomu, že chceme získat úplný tenzor původního napětí, což je šest nezávislých čísel, musíme vybrat alespoň šest různých dvojic měřících bodů ja je znázorněno na Obr. 2.



Obr. 2. Dvojice měřících bodů.

2.2 Postup měření

Po instalaci měřících bodů a výběru dvojic měřících bodů v souladu s doporučeními v předcházejícím odstavci změříme vzdálenosti mezi měřícími body ve vybraných dvojicích měřících bodů. Po odtěžení jedné vrstvy horniny znovu přeměříme vzdálenosti ve výše zmíněných dvojicích bodů a odečteme tyto vzdálenosti. Tento postup můžeme opakovat v celém procesu postupného odtěžování. Tímto způsobem získáme minimálně šestici křivek – odpovídá vybraným dvojicím bodů. Tyto data analyzujeme matematickým modelováním pomocí metody konečných prvků.

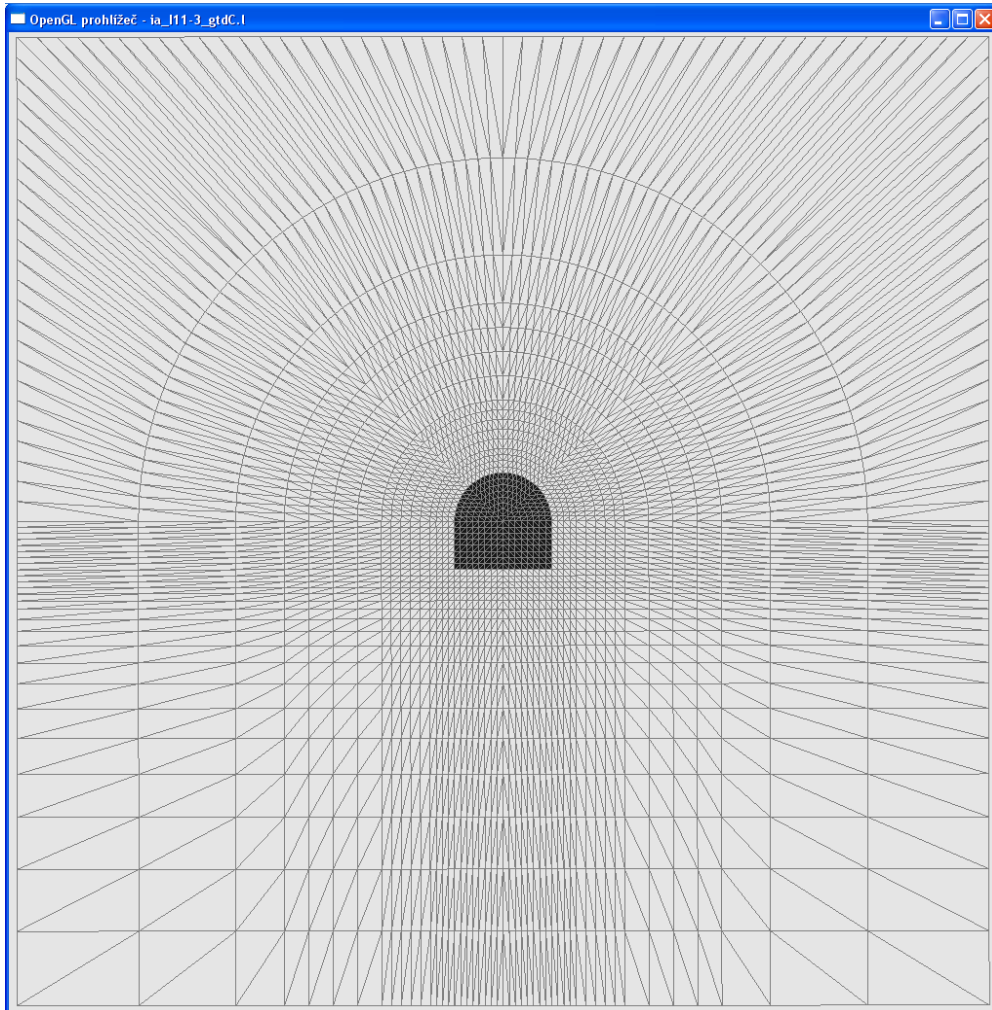
2.3 Síť z konečných prvků pro modelovou úlohu

Účelem této části je připravit síť a parametry pro základní modelový příklad, na kterém bude představena celá metodika získávání hodnot původního napětí z naměřených konvergencí v průběhu postupného odtěžování tunelu. Tato síť je znázorněna na Obr. 3, Obr. 4 a Obr. 5.

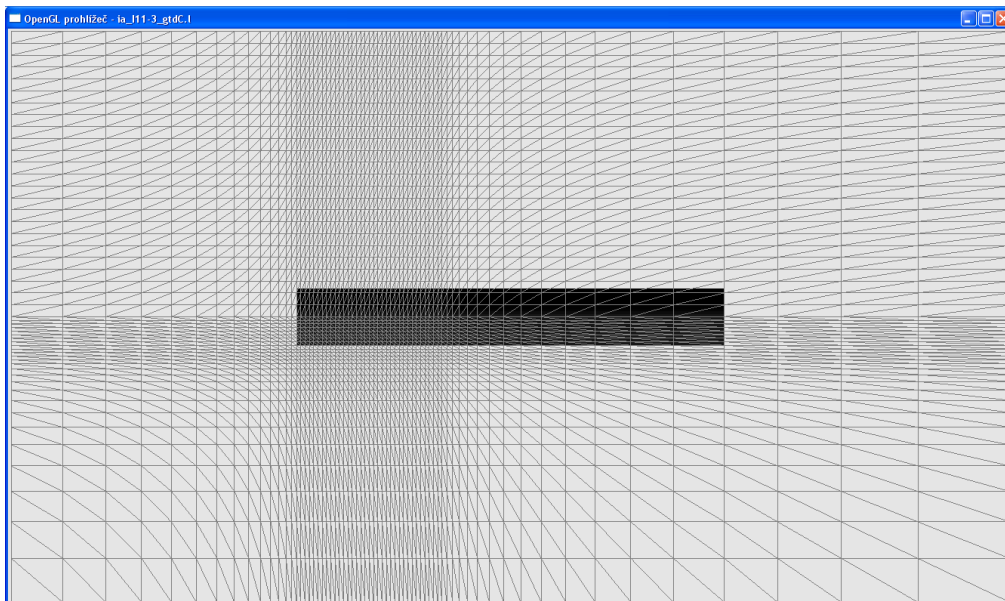
Učinné konkrétní doporučení pro tvorbu sítě. Samotný tunel je vhodné umístit do rovnoběžnostěnu tak, aby jeho šířka, výška a délka byly alespoň pětinašobkem výšky šířky a délky modelovaného tunelu.

Na Obr. 3 je znázorněn čelní pohled na modelový tunel spolu se sítí z konečných elementů. Na Obr. 4 je znázorněn boční pohled na tunel a síť z konečných elementů. Obr. 5 znázorňuje perspektivní pohled na tunel a síť a umožňuje se udělat celkovou představu o geometrii sítě umístění tunelu v této síti.

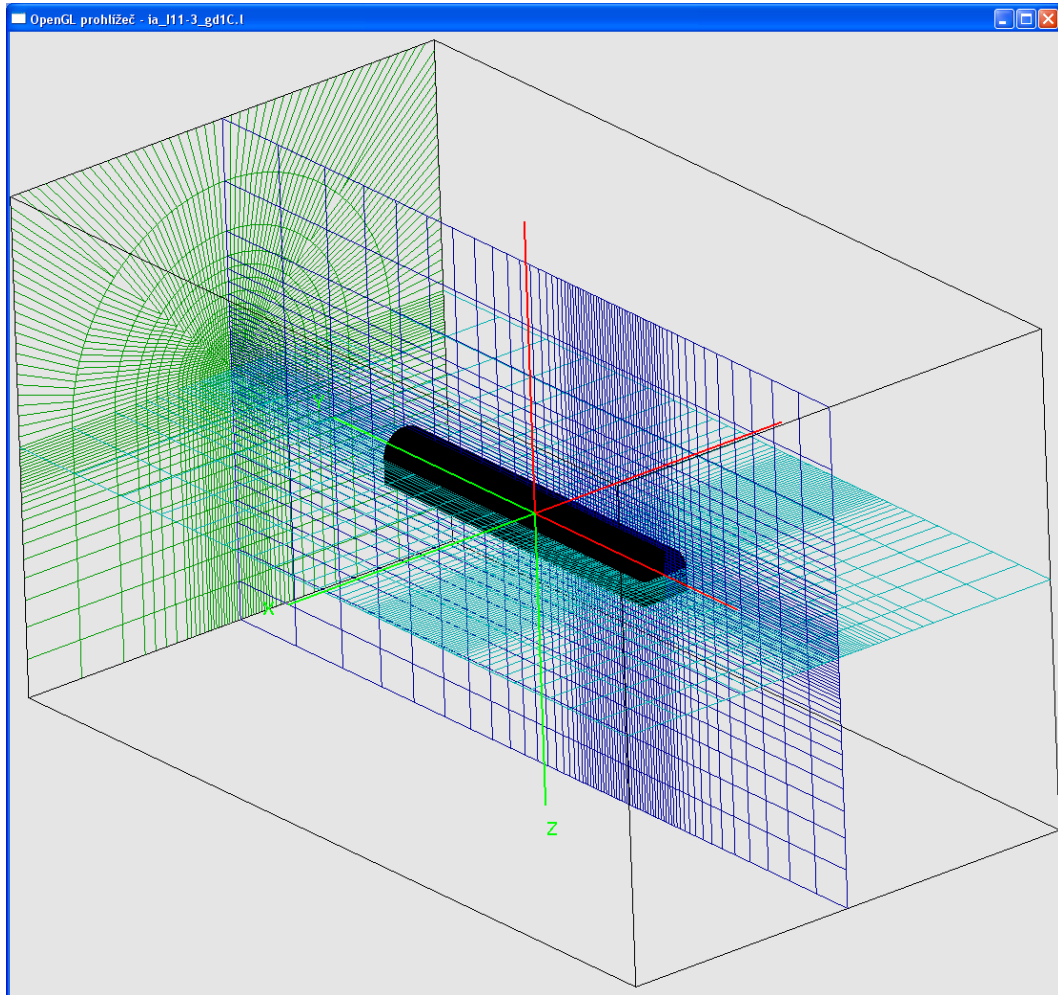
Je rovněž vidět, že tato síť splňuje doporučení zformulované výše. Tato doporučení zaručí regularitu úlohy. V dalším budeme počítat šest základních úloh, které korespondují s okrajovými podmínkami. Tyto okrajové podmínky reprezentují síly na hranicích rovnoběžnostěnu, které jsou indukovány šestici elementárních tenzorů odpovídající jednotlivým složkám tenzoru původního napětí. Dostatečná vzdálenost mezi stěnami rovnoběžnostěnu u stěnami tunelu zaručí, výběr oblasti nemá vliv na vypočtená napěťová pole.



Obr. 3. Čelní pohled.



Obr. 4. Boční pohled.



Obr. 5. Pohled s perspektivou.

2.4 Analýza metodiky pro 3D pro elementární síly na hranici

Pro výpočet posunutí vybraných bodů na stěně tunelu při daných okrajových podmínkách je použitý SW GEM3. Je možno použít jakýkoliv program na bázi konečných prvků.

Inverzní analýza problému, tj. nalezení okrajových podmínek, v důsledku kterých nastává posunutí ve vybraných bodech v souladu s naměřenými hodnotami, je realizovaný následujícím způsobem.

1. Spočítáme posunutí ${}_1u, {}_2u, {}_3u, {}_4u, {}_5u, {}_6u$, postupně pro okrajové podmínky:

$$\begin{aligned}
 {}_1\sigma &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & {}_2\sigma &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & {}_3\sigma &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 {}_4\sigma &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & {}_5\sigma &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & {}_6\sigma &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Protože úlohy 1 – 6 (základní úlohy) jsou definované jen s použitím Neumannovských okrajových podmínek (1), úloha nemá jednoznačné řešení v posunutích [1-3].

Řešení se hledá s přesností na tuhé pohyby (posun a rotace). Vzhledem na použitou aproximaci malých deformací, velikost skutečných vzájemných posunutí vybraných uzlů p_i, p_j sítě získáme projekci

$$\tilde{u}_{ij} = \frac{(p_{ij}, u_{ij})}{\|p_{ij}\|}, \quad (2)$$

kde

$$p_{ij} = p_i - p_j = (x_i, y_i, z_i) - (x_j, y_j, z_j)$$

$$u_{ij} = u_i - u_j = (u_{x_i}, u_{y_i}, u_{z_i}) - (u_{x_j}, u_{y_j}, u_{z_j})$$

2. S ohledem na předpoklad homogenního prostředí je postup razení tunelu (tj. vliv vzdálenosti čela tunelu na vybraný bod) nahrazený analýzou jediné úlohy, tj. analýzou bodů v různě vzdálených od čela tunelu.
3. Metodou nejmenších čtverců (LSQM) hledáme lineární kombinaci základních úloh

$$u = a_1 u + b_2 u + c_3 u + d_4 u + e_5 u + f_6 u,$$

takovou, že

$$\sum_{ij} (d_{ij} + a_1 \tilde{u}_{ij} + b_2 \tilde{u}_{ij} + c_3 \tilde{u}_{ij} + d_4 \tilde{u}_{ij} + e_5 \tilde{u}_{ij} + f_6 \tilde{u}_{ij})^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

kde d_{ij} jsou naměřené vzájemné posunutí monitorovaných dvojic bodů i, j a $k \tilde{u}_{ij}$ jsou vzájemné posunutí těchto dvojic bodů pro úlohy $k=1, \dots, 6$ (1).

Pro analýzu naměřených dat je velmi podstatná znalost posunutí korespondující se základními úlohami zformulovanými výše. Grafickému tvaru konvergenčních křivek se budeme věnovat v následujícím odstavci.

2.5 Grafy konvergenčních křivek pro modelovou úlohu

Na Obr. 2 jsou znázorněny dvojice měřících bodů, pro které vypočítáme změny vzdálenosti v procesu odtěžování. Tyto křivky hrají zásadní roli při analýze naměřených dat a musí jim být věnována zvýšená pozornost. Pochopitelně musí být spočítány pro konkrétní situaci. Tedy musíme vzít v úvahu rozměry a tvar tunelu spolu s pozicí instalovaných bodů.

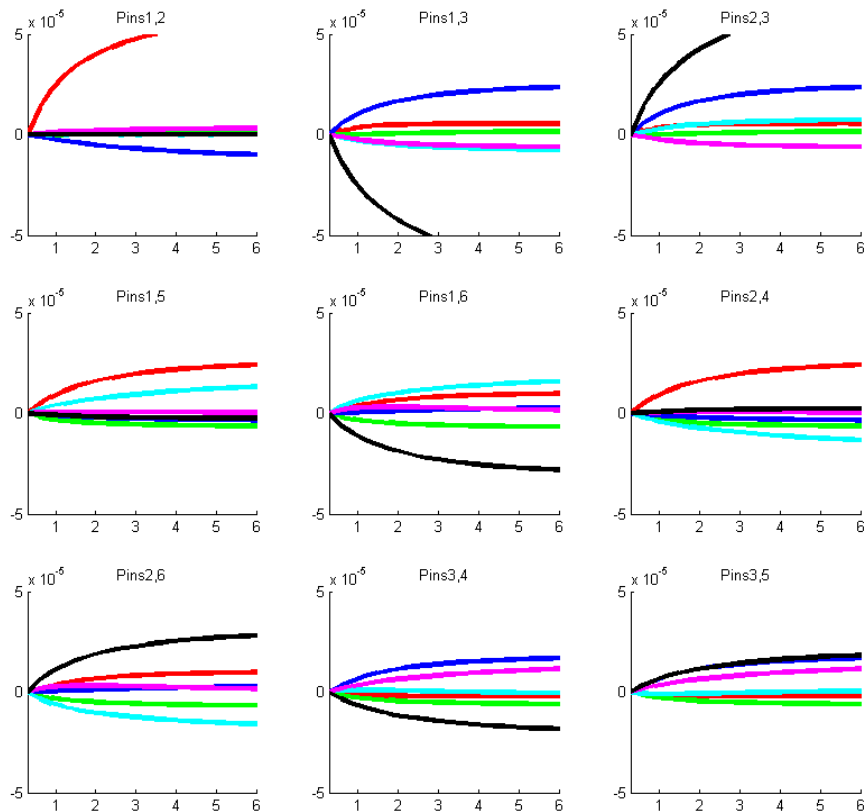
Pro modelový případ, jehož tvar a síť jsou znázorněny výše, provedeme výpočet a znázorníme šestici konvergenčních křivek, které odpovídají šestici elementárním okrajovým úlohám, kde síly jsou indukovány elementárními tenzory původního napětí. Abychom zdůraznili jednotlivé varianty, které korespondují odpovídajícím okrajovým podmínkám, odlišme tyto konvergenční křivky různými barvami, které jsou popsány v Tab. 1.

Úloha	složka napětí	Barva
1	σ_x	červená (Red)
2	σ_y	zelená (Green)
3	σ_z	modrá (Blue)
4	τ_{xy}	tyrkysová (Cyan)
5	τ_{yz}	fialová (Magenta)
6	τ_{xz}	černá (black)

Tab. 1. Barevné značení základních úloh.

Pro názornost jsme se soustředili pouze na šest konvergenčních křivek, což je minimum pro případ, kdy chceme rekonstruovat celý tenzor počátečního napětí. Můžeme pochopitelně zvolit větší počet dvojic měřících bodů, což nám zaručí vyšší přesnost a spolehlivost.

Obr. 6 ukazuje průběh vzájemných posunutí dvojic bodů (1,2), (1,3), (2,3), (1,5), (1,6), (2,4), (2,6), (3,4), (3,5). Tyto dvojice korespondují s pozicemi znázorněnými na Obr. 2. Tato situace koresponduje se základní šesticí úloh. Vzájemná vzdálenost trojic 1,2,3 a 4,5,6 je zhruba 4.2m pro modelovou úlohu, kterou jsme analyzovali pro objasnění metodiky na konkrétním příkladu.



Obr. 6. Základní úlohy 1 – 6 pro fixovanou dvojici měřících bodů.

2.6 Rovinná varianta

Když jsou k dispozici měření posunutí jen v jedné rovině kolmé k ose tunelu, ale nejsou známy měření mezi měřícími body v různých rovinách. Potom uvažujeme jen redukovaný

napětový tenzor v rovině xz , $\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & \sigma_z \end{pmatrix}$, tj. úloha **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**)

se zredukuje na

$$\sum_{ij} (d_{ij} + a_1 \tilde{u}_{ij} + c_3 \tilde{u}_{ij} + f_6 \tilde{u}_{ij})^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

což vede po běžných úpravách k soustavě

$$\begin{pmatrix} \sum_{ij} ({}^1\tilde{u}_{ij})^2 & \sum_{ij} {}^1\tilde{u}_{ij} {}^3\tilde{u}_{ij} & \sum_{ij} {}^1\tilde{u}_{ij} {}^6\tilde{u}_{ij} \\ \sum_{ij} {}^1\tilde{u}_{ij} {}^3\tilde{u}_{ij} & \sum_{ij} ({}^3\tilde{u}_{ij})^2 & \sum_{ij} {}^3\tilde{u}_{ij} {}^6\tilde{u}_{ij} \\ \sum_{ij} {}^1\tilde{u}_{ij} {}^6\tilde{u}_{ij} & \sum_{ij} {}^3\tilde{u}_{ij} {}^6\tilde{u}_{ij} & \sum_{ij} ({}^6\tilde{u}_{ij})^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ c \\ f \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum_{ij} {}^1\tilde{u}_{ij} d_{ij} \\ \sum_{ij} {}^3\tilde{u}_{ij} d_{ij} \\ \sum_{ij} {}^6\tilde{u}_{ij} d_{ij} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Řešením soustavy (5) dostáváme hledané napětí

$$\sigma_N = \begin{pmatrix} a & 0 & f \\ 0 & 0 & 0 \\ f & 0 & c \end{pmatrix}. \quad (6)$$

2.7 Algoritmus pro určení pozic měřících bodů

Při řešení úloh analyzujících naměřené konvergence jsme nuceni hledat řešení soustav lineárních rovnic. Tyto soustavy jsou sestaveny pomocí vypočtených konvergencí mezi předpokládanými dvojicemi bodů, ve kterých proběhne měření, jak je znázorněno na Obr.1 a Obr. 2. V tomto případě se jedná o určení kompletního tenzoru původních napětí a odpovídající soustava má dimenzi 6. Jedná se soustavu, která vzniká při metodě nejmenších čtverců. V případě, že nás zajímají hodnoty tenzoru původního napětí v rovině kolmé k ose tunelu dimenze soustavy se redukuje na hodnotu 3. Zdá se, že se jedná o poměrně malé soustavy, ale při špatné volbě měřících bodů můžeme dostat špatně podmíněnou soustavu, kdy řešení je velmi citlivé na malé změny pravé strany a tedy na případné chyby měření. Toto vnáší rušivý prvek do celkové analýzy, který je možné redukovat vhodnou volbou dvojic měřících bodů. Tato situace může například nastat, když zvolíme dvě různé dvojice měřících bodů příliš blízko sebe, potom výsledná matice metody nejmenších čtverců je špatně podmíněna.

Těmto neduhům je možné se vyhnout návrhem vhodných dvojic měřících bodů, zvolených tak, aby výsledná matice byla dobře podmíněna, což znamená, že její determinant v absolutní hodnotě je největší při přípustné volbě dvojic měřících bodů.

Algoritmus je založen na proceduře, která generuje všechny přípustné dvojice měřících bodů a sestavuje matice metody nejmenších čtverců s ohledem na generované dvojice a vypočítá odpovídající determinant soustavy. Algoritmus postupně prochází všemi přípustnými konfiguracemi měřících bodů a vybírá tu pro kterou je determinant matice metody nejmenších čtverců maximální.

3 Originalita metodiky ve srovnání s jinými postupy měření napětí a výhody navrženého postupu

Navrhovaná metodika vychází z dosud užívaných postupů analýzy konvergencí na jednom profilu tunelu. Tyto postupy umožňují získat jen některé složky tenzoru původního napětí. Jedná se o projekci tenzoru napětí do roviny, která je rovnoběžná s rovinou rovnoběžnou s profilem, na kterém se provádí měření konvergencí.

Navrhovaná metodika předpokládá měření na dvou profilech, které leží na dvou rovnoběžných rovinách kolmých k ose tunelu. Takováto konfigurace umožňuje získat všechny složky tenzoru původního napětí. Nedílnou součástí této metodiky je i originální přístup na analýzu naměřených dat, který je založen na metodě nejmenších čtverců.

Pro určování složek původního napětí v masivu se používají zejména dvě metody:

- metoda hydroporušování,
- metoda odlehčeného jádra.

Obě tyto metody se hojně používají v geomechanice a jedná se o metody, které jsou poměrně náročné na vybavení a přípravu experimentu. V obou případech musí být vyvrtány speciální průzkumné vrty, do kterých je třeba vložit odpovídající komplikované zařízení a vyhodnotit výsledky měření. V případě hydroporušení můžeme jedním měřením určit pouze některé složky tenzoru původního napětí a v případě, že chceme kompletní tenzor napětí, musíme tento postup opakovat a použít vrty v různých směrech. Metoda odlehčeného jádra umožňuje získat kompletní tenzor původního napětí v případě, že jako čidlo použijeme kónickou sondu.

Obě zmíněné metody mají lokální charakter, což znamená, že reakce na samotné zařízení pochází z bezprostředního okolí, tedy může být zatíženo i relativně velkou chybou.

V případě předkládané metodiky pracujeme s objekty, jejichž velikost je srovnatelná s rozměry tunelu. Navíc porovnání předkládané metodiky spolu se zmíněnými postupy zvyšuje spolehlivost odhadu složek původního napětí a rozšiřuje tímto další možnosti spolehlivého určení napětí v masivu.

4 Možnosti uplatnění

Předložená metodika je určena pro organizace provádějící geotechnickou činnost při ražbě tunelů, budování hlubinných zásobníků plynu, hlubinných úložišť radioaktivního odpadu a přibudování jakýchkoliv podzemních konstrukcí, při kterých je užitečná znalost počátečního napětí. Je rovněž vhodná pro organizace zabývajícími se projekční činností, jejichž součástí je matematické modelování. Spolehlivost tohoto modelování je ve značné míře závislá právě na dobrém odhadu tenzoru původního napětí.

5 Ekonomické aspekty

Jedním z přínosů nové metodiky je spolehlivý odhad tenzoru původního napětí což přispěje lepšímu a efektivnějšímu použití zajišťovacích technologií a návrhům podzemních konstrukcí, což ve svém důsledku vede ke zvýšení stability podzemních konstrukcí.

Monitorování je možné provádět spojitě v průběhu ražby tunelu, či hloubení podzemního díla. Při této činnosti měříme deformace na stěnách tunelu nebo chodby v průběhu ražby a nemusíme vrtat podpůrné vrty a instalovat zařízení jako kónickou sondu či aplikovat metodu hydroporušování. To vede k výrazné časové a následně i k finanční úspoře. Samotné měření původního napětí navrhovanou metodikou by mělo být výrazně levnější než použití kónické sondy nebo hydraulického štěpení. V mnoha případech je třeba znát kompletní tenzor původního napětí, což v případě hydraulického štěpení vede k vícenásobným měřením a tedy i k vyšší ekonomické zátěži. Při měření kónickou sondou můžeme provést pouze jedno měření, ale jedná se o komplikované zařízení, které se může při odvrtání poškodit, což se děje poměrně často a nemůže být použito pro další instalace. Z výše uvedených důvodů se zdá předložená metodika ekonomicky efektivnější.

6 Dedikace

Metodika byla navržena a zpracována v rámci řešení projektu MPO-TIP „GEOSTAB“ č. FR-TI3/579 a zároveň byla ověřována v praxi za podpory projektu „Institut čistých technologií těžby a užití energetických surovin“ CZ.1.05/2.1.00/03.0082 a následně projektu MŠMT LO1406 „Institut čistých technologií těžby a užití energetických surovin - projekt udržitelnosti“.

7 Použitá literatura

- [1] J. Nečas, I. Hlaváček: Mathematical Theory of Elasto-Plastic Bodies: An Introduction. Elsevier, 1981.
- [2] J. Malík: Mathematical modelling of rock bolt systems I, Appl. Math. 43(1998),413-438.
- [3] J. Malík: Mathematical modelling of rock bolt systems II, Appl. Math. 45(2000),177-203.

8 Literatura související s danou problematikou

P. Martinec, J. Malík, A. Kolcun, L. Staš: Geologické prostředí a geologické vlastnosti pokryvu karbonu české části hornoslezské pánve. ÚGN AV ČR, Ostrava 2008.