

Zkoušení betonů a hornin *in situ*

Štěpán Major, Pavel Beneš

Mezi základní mechanické charakteristiky stavebních materiálů patří pevnost v tlaku, tahu a ohybu nebo modul pružnosti. Pevnost v tlaku je zřejmě vůbec nejčastěji stanovovanou veličinou. Tato pevnost slouží například k ověření shody se specifikovanou pevnostní třídou betonu. U materiálů s výrazně větší pevností v tlaku než v tahu (kámen, beton, keramika ap.) dojde při namáhání ohybem k porušení na taženém povrchu trámce, a tím dostaneme při mezním zatížení pevnost v tahu za ohybu. Různé skupiny materiálů je vhodné charakterizovat pomocí různých mechanických veličin dle jejich použití. V případě betonů jsou normalizovány zkoušky pevnosti v tlaku, v tahu za ohybu a v příčném tahu. Zatímco v případě testování cementů jsou to pouze pevnosti v tlaku a v tahu za ohybu, u cihlářských výrobků a vápenopískových zděicích prvků je standardně realizována pouze tlaková zkouška. Základní přehled zkoušek stavebních materiálů uvádí např. Svoboda et al. (2013).

Při měření dalších mechanických vlastností stavebních materiálů se často setkáváme s tím, že mnohé postupy navržené například pro kovy nelze použít. Mezi obtížně měřitelné charakteristiky patří například lomová houževnatost K_{IC} , pevnost v tahu σ_{UT} nebo modul pružnosti E v tahu (pro křehké materiály jsou hodnoty modulu pružnosti v tahu a tlaku odlišné a nelze tyto hodnoty jednoduše přepočítat, tj. mezi oběma veličinami neexistuje jednoduchý vztah reprezentovaný například jejich poměrem). Typickým příkladem takové obtížně stanovitelné veličiny je právě pevnost v tahu σ_{UT} (viz Major et al. 2014).

Při odběru vzorků materiálu z existujících architektonických objektů nebo vzorků kamene při geologickém průzkumu se často setkáváme s tím, že materiál postupně mění své vlastnosti (např. v důsledku vysychání). To je důvodem, proč je často žádoucí provést měření přímo na místě.

Základní typy zkoušek používaných v technické praxi jsou: zkouška pevnosti v tlaku, zkouška tahové pevnosti v ohybu a pevnost v příčném tahu. Většinou jsou prováděny v laboratoři, ale pokud je k dispozici mobilní zatěžovací zařízení, mohou být prováděny i v terénu. Níže je uveden krátký přehled.

Zkoušení pevnosti v tlaku

Zkoušení pevnosti v tlaku je nejčastěji realizovaná pevnostní zkouška stavebních hmot. Standardní zkušební těleso má tvar krychle nebo válce. V případě betonů jsou vlastnosti zkušební tělesa specifikovány normou ČSN EN 12390-3. Zkušební tělesa mají většinou tvar krychle o hraně 100 mm. Pro zkoušení materiálů ze stávajících konstrukcí se používají

válcové vzorky získané jádrovým vyvrtáváním. Tyto mají stejný průměr i výšku. Zkušební tělesa upravená z vývrtů z konstrukce charakterizuje ČSN EN 12504-1.

Zkoušení přírodního kamene je popsáno v ČSN EN 1926. Zkušební tělesa mohou mít tvar krychle (o hraně 50 nebo 70 mm) nebo válce (průměr a výška 50 nebo 70 mm). Rozměr se vztahuje k velikosti největšího zrna v hornině v poměru 10:1. Osa zkušebního tělesa musí být kolmá k plochám anisotropie. Zkušební tělesa jsou před zkouškou vysušena na ustálenou hmotnost.

V případě zkoušení malt lze využít analogie se zkoušením cementových tmelů, kdy se jako zkušební tělesa používají díly získané zlomením zkušebního hranolu v průběhu zkoušky pevnosti v tahu za ohybu. Poloviny trámečků se vloží bočními plochami (kolmo na směr hutnění) mezi pomocné ocelové destičky, které přesně vymezují velikost plochy, na níž působí zatěžující síla na povrchu nepravidelného úlomku. Podle ČSN EN 196-1 jsou rozměry destiček z tvrzené oceli 40 × 40 mm a tloušťka vzorku min. 10 mm. Při zkoušení malt však je přirozené zatěžovat ve směru skutečného působení zatížení ve stavbě, nikoliv v příčném směru. Zkoušení malt je věnována samostatná kapitola.

Rychlost zatěžování by v průběhu experimentu měla dosahovat hodnot v rozmezí 2400 ± 200 N.s⁻¹. Nové cihlářské a vápenopískové zdící prvky se musí zkoušet celé. Pouze v případě, že rozměry kolmé na působící sílu jsou větší než 500 mm nebo výška prvků je 300 mm a více, je možné z těchto prvků vyříznout pro stanovení pevnosti v tlaku zkušební tělesa podle přílohy B ČSN EN 771-2. Tyto standardní postupy většinou nelze u historických materiálů dodržet a je nutno řídit se při přípravě zkušebních těles příslušnými normami pro památky, viz kapitola Nestandardní laboratorní zkoušky malt.

Výsledkem měření je max. hodnota síly F , dosažená při vyhovujícím způsobu porušení (rozdrcení) zkušebního tělesa. Samotná pevnost v tlaku σ_{cp} (MPa) se stanoví ze vztahu (4):

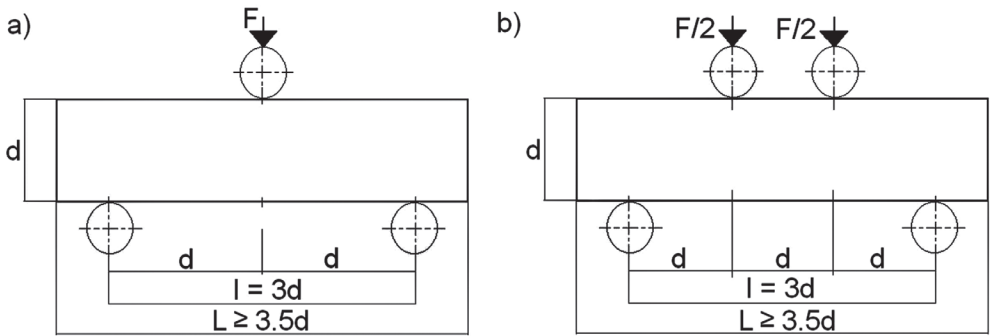
$$\sigma_{cp} = F / A_c \quad (4)$$

kde F je max. zatěžovací síla při porušení, A_c plocha, na kterou působí zatěžovací síla. Pevnost v tlaku se zaokrouhluje na nejbližších 0,5 MPa. U existujících staveb je často nutno provést test pevnosti, aniž by bylo možno získat vzorek materiálu. To je důvodem k použití nedestruktivních metod, většinou založených na měření tvrdosti.

Tvrdoměrné metody se využívají jak pro zjišťování pevnosti v tlaku, tak pro měření tvrdosti vyšetřovaných materiálů (Brožovský 2005). Ve stavební praxi jsou rozšířené zejména pro zkoušení pevnosti v tlaku betonu. Tvrdoměrné metody se dělí na: odrazové – jsou založeny na odrazu pružného tělesa od povrchu materiálu; vtiskové – jsou založeny na měření vtisku vytvořeného ve vyšetřovaném materiálu zatlačením či zaražením tělesa definovaného tvaru; špičákové – spočívají ve zjištění hloubky průniku špičáku do zkoušeného materiálu; brusné – spočívá v měření energie spotřebované na vybroušení stopy o určité délce a šířce ve zkoušeném materiálu; vrtací – spočívají ve zjišťování hloubky průniku vrtacího nástroje do materiálu nebo měření odporu proti vnikání vrtáku za definovaných podmínek – počet otáček, přítlačná síla, a nakonec metody vrypové.

Zkouška tahové pevnosti v ohybu

U materiálů s výrazně vyšší pevností v tlaku než v tahu dochází k jeho porušení na taženém povrchu trámce během ohybového zatěžování. Tato zkouška byla navržena pro křehké stavební materiály (betony, vápenopískové prvky, přírodní kámen) jako náhrada za klasickou



OBRÁZEK 22: Uspořádání zkoušky tahové pevnosti v ohybu: a) tříbodový ohyb – zatěžování jedním břemenem uprostřed; b) čtyřbodový test – zatěžování dvěma břemeny

tahovou zkoušku snadno realizovatelnou v případě houževnatých a vysoce homogenních materiálů, jako jsou kovy. Při zkoušce tříbodovým ohybem se zatěžuje jedním břemenem, při zkoušce čtyřbodovým ohybem se zatěžuje dvojicí břemen, viz schéma na **obr. 22**.

Tahová pevnost materiálu v tahu ohybem σ_{cf} se stanoví při zatížení tělesa dvěma břemeny (viz **obr. 22b**) ze vztahu (5a):

$$\sigma_{cf} = F / d_1 d_2 d_2 \quad (5a)$$

při zatížení tělesa jedním břemenem uprostřed (5b):

$$\sigma_{cf} = 3F / 2d_1 d_2 d_2 \quad (5b)$$

kde F je maximální zatěžovací síla, l je vzdálenost mezi podpěrami, d_1 je šířka a d_2 výška průřezu zkušební hranolu. Pevnost v tahu za ohybu se zaokrouhuje na nejbližších 0,1 MPa. Výsledek zkoušky musí být doplněn údajem o typu uspořádání experimentu (zatěžování dvěma nebo jedním břemenem).

Pevnost betonu v tahu za ohybu se zkouší dle ČSN EN 12390-5 na zkušebních tělesech ve tvaru hranolu dle ČSN EN 12390-1. Tělesa jsou rovnoměrně zatěžována ve zkušebním lisu prostřednictvím zatěžovacího zařízení až do konečného porušení.

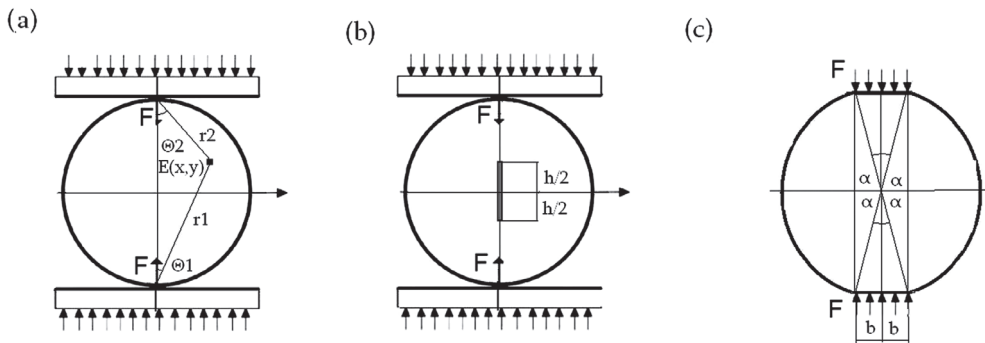
Pro zkušební tělesa z přírodního kamene s rozměrem největšího zrna menším než 25 mm jsou doporučeny rozměry 50 × 50 × 300 mm. Při přípravě je nutné dbát na orientaci vrstev anisotropie, detailní informace obsahuje norma ČSN EN 12372.

Pevnost v příčném tahu

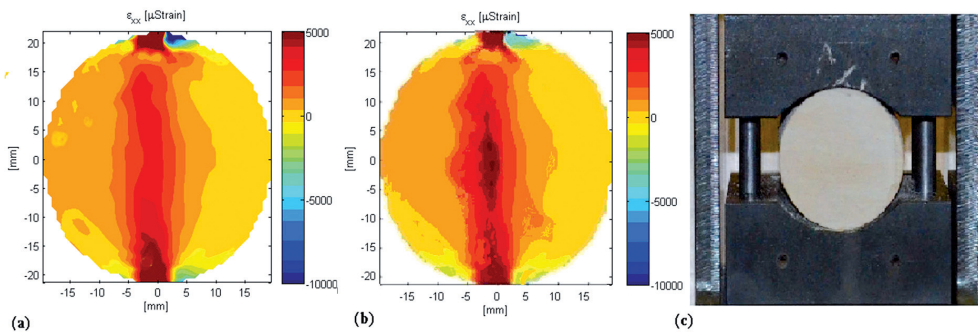
Jeden ze způsobů měření tahové pevnosti na vzorcích získávaných např. jádrovým vrtáním je tzv. „Brazilský test“. Tato zkouška je dnes používána jako standardní zkouška pro stanovení pevnosti v tahu u křehkých materiálů.

Tato zkouška spočívá v zatěžování válcového vzorku podle **obr. 23**. Z obrázku je zřejmé, že se předpokládá lineární kontakt mezi čelistmi zkušebního stroje a vzorkem. Pevnost v příčném tahu lze pak spočítat podle vztahu (6):

$$\sigma_w = -2F / \pi D \quad (6)$$



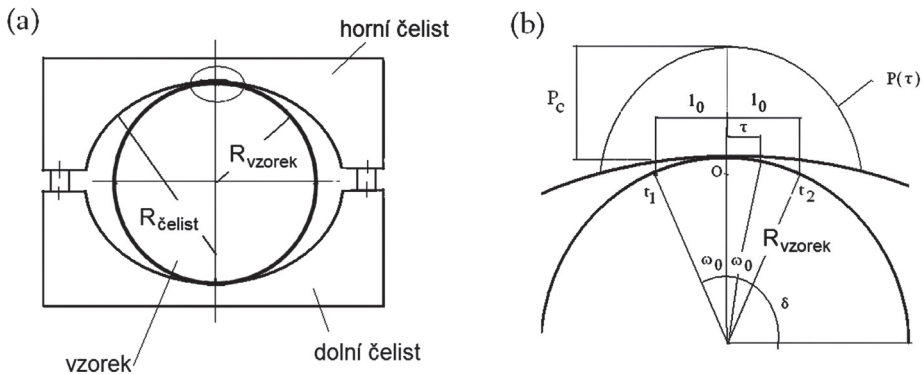
OBRÁZEK 23: Schéma Brazílského testu; a) základní uspořádání; b) vzorek s vrubem, který má zajistit iniciaci trhliny uprostřed zkušebního tělesa; c) vzorek s ploškou



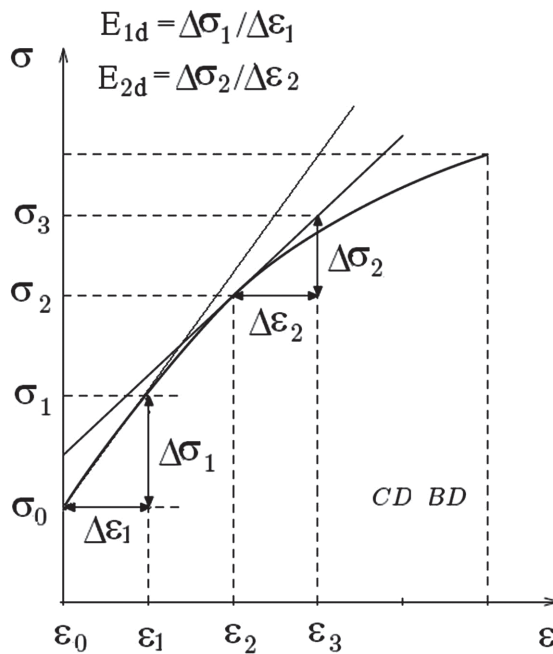
OBRÁZEK 24: Analýza napětí a deformace ve válcovém vzorku disku pomocí DIC: a) deformace ve válcovém vzorku v průběhu Brazílského testu – trhlina zjevně vzniká v oblasti kontaktu; b) případ Brazílského testu, při němž došlo k iniciaci trhliny ve středu vzorku; c) Split test s použitím čelistí s válcovou ploškou (Major et al. 2014)

kde F je maximální zatěžovací síla, D je průměr zkušebního tělesa a L je tloušťka zkušebního disku, resp. výška zkušebního válce. Tloušťka zkušebního tělesa odpovídá délce dotykové přímky tělesa.

Při Brazílském testu je průměr vzorku větší než tloušťka vzorku, tj. zkušební těleso má tvar disku. V případě, že průměr zkušebního válce je menší, než je jeho tloušťka, hovoříme o tzv. Split testu. Zkoušení pevnosti betonu v příčném tahu specifikuje ČSN EN 12390-6. V případě zkoušení betonu norma povoluje i zkoušku na hranolovém vzorku. V tomto případě je lineární kontakt zajištěn pomocí dřevovláknité lišty. Výpočet pevnosti v příčném tahu se realizuje dle vztahu (6). Do vztahu dosazujeme na místo průměru válce D výšku hranolu, tj. vzdálenost kontaktů, L je pak délka lineárního kontaktu. Klasická teorie Brazílského testu předpokládá, že zatížení je koncentrováno na velmi úzké ploše, prakticky se jedná o lineární zatížení. Za těchto podmínek by měla trhlina vzniknout ve středu disku. Místo iniciace trhliny a celý průběh porušení zkušebního tělesa lze studovat např. pomocí digitální korelace obrazu (DIC – Digital Image Correlation). Jedná se o optickou metodu měření posunů a deformací na povrchu objektu. DIC sleduje polohu určitého bodu v deformovaném obraze a srovnává ho s odpovídajícím bodem v referenčním obraze. Toto párování odpovídajících bodů se provádí automaticky,



OBRÁZEK 25: Modifikace Brazílského/Split testu pomocí čelistí s válcovou plochou: a) schéma testu s vyznačeným poloměrem zkušebního válce R_{vzorek} a čelistí $R_{\text{čelist}}$; b) detailní pohled na kontaktní plochu s vyznačeným parabolickým zatížením P_c , resp. $P(\tau)$ (Major et al. 2015)



OBRÁZEK 26: Idealizovaná zatěžovací křivka při Brazílském testu. Z obrázku je zřejmý fyzikální význam veličiny E_d při určování elastického modulu E .

pomocí párovacího algoritmu. Analýza experimentů však ukazuje, že tato podmínka není velmi často splněna (Major et al. 2014). Na **obr. 24** je zobrazeno napětí v reálném pískovcovém válci během Split testu. Z obrázku je zřejmé, že maximální napětí je v oblasti kontaktu čelist – vzorek a právě v tomto místě iniciuje trhlinka. Z tohoto důvodu je tento test často kritizován, protože vzorek (6) dává chybný výsledek. Podmínka vzniku trhliny uprostřed vzorku se snadno (např.

dle doporučení American Material Society) zajistí pomocí vrubu ve zkušebním vzorku, dle **obr. 23b**. V tomto případě je ale rozložení napětí ve zkušebním tělese natolik odlišné od podmínek, pro něž byl vztah (6) odvozen, že mnozí autoři toto řešení zpochybňují.

Jedno z navrhovaných řešení problému je založeno na použití čelistí s poloměrem, viz **obr. 24c** a **obr. 25**. Potom je kontakt charakterizován poměrem poloměru čelisti a zkušebního válce $R_{\text{čelist}} / R_{\text{vzorek}}$. Tento případ představuje kontakt dvou válcových ploch pod parabolicky rozloženým zatížením (**obr. 25b**). Skutečné zatížení není lineární, ale je rozloženo po oblouku válce. Na první pohled je popis napětí/deformace složitější než v případě lineárního kontaktu, ale experimenty ukazují, že je tak lépe dosaženo splnění okrajových podmínek. Toto řešení se využívá v konstrukci přenosného zkušebního zařízení.

Deformační zkoušky a určení Youngova modulu

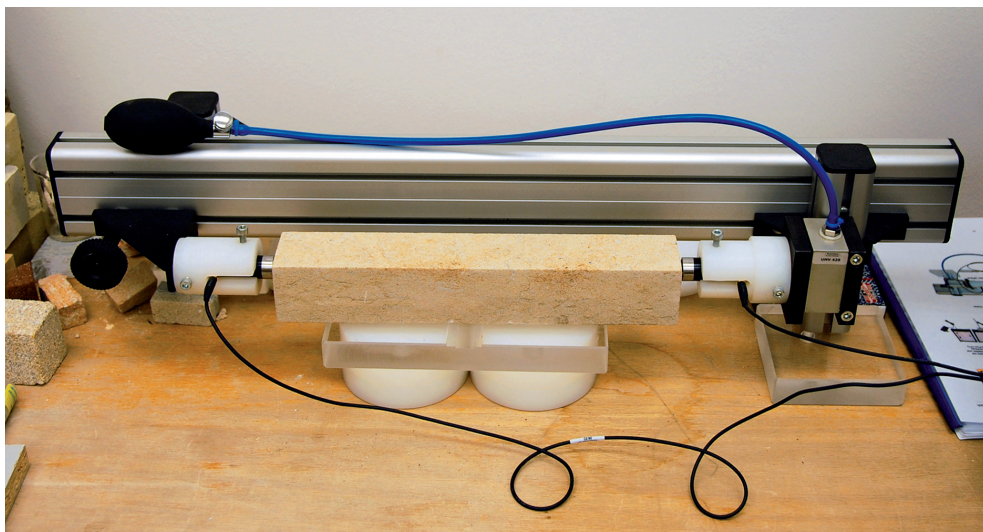
Deformační zkoušky stavebních materiálů zahrnují stanovení statického modulu pružnosti a stanovení objemových změn betonu. Tyto zkoušky se zpravidla provádějí jen v případě zvláštních doplňkových požadavků při specifikaci betonu nebo při vědecké experimentální činnosti. Zjišťování modulu pružnosti kamene, cihlářských a vápenopískových zdících prvků se provádí méně často. Stanovení statického modulu pružnosti v tlaku se standardně provádí dle ČSN ISO 6784. Metoda stanovuje hodnotu sečnového statického modulu pružnosti při opakovaném plynulém zatěžování zkušebního tělesa tlakem z výchozího základního zatěžovacího stavu při vyvozeném napětí 0,5 MPa na horní zatěžovací napětí ve výši odpovídající zhruba jedné třetině dříve stanovené hodnoty pevnosti studovaného materiálu v tlaku σ_{cp} . Vzorky používané pro tyto experimenty mají většinou tvar válce, ale lze použít i zkušební těleso ve tvaru hranolu. V průběhu experimentu se předepsaným způsobem pomocí průtahoměrů a tenzometrů sledují deformace betonu a zaznamenávají se v čase jejich ustálené hodnoty na určitých zatěžovacích stavech. Statický modul pružnosti v tlaku E_C se vypočte pomocí vztahu (7):

$$E = \sigma_a - \sigma_b / \varepsilon_a - \varepsilon_b \quad (7)$$

kde σ_a je horní zatěžovací napětí v MPa ($\sigma_a = 1/3 \sigma_{cp}$), σ_b základní napětí (0,5 MPa), ε_a průměrná relativní deformace při horním zatěžovacím napětí, ε_b průměrná relativní deformace při základním napětí. Statický modul pružnosti se zaokrouhluje na nejbližších 100 MPa, resp. 500 MPa, je-li výsledek menší nebo větší než 10 000 MPa.

Youngův modul E lze také odhadnout na základě zatěžování disku při Brazílském testu. Pro stanovení bylo navrženo několik metod, žádná však dosud nezískala všeobecné uznání. Jeden z postupů navrhli Yu a Wang (2004) a vychází z předpokladu, že sklon zatěžovací křivky je definován jako E_d . Modul pružnosti E by pak mohl být stanoven vynásobením E_d opravným koeficientem k . Hodnota koeficientu k pro případ žuly je 19,2. Z **obr. 26** je zřejmý fyzikální význam veličiny E_d při určování elastického modulu E . Jiný postup určení E navrhl Wang et al. (2004). Tato metoda využívá zploštělého Brazílského disku (**obr. 23c**). Metoda porovnává měřenou deformaci disku s modelem kombinujícím metodu konečných prvků (MKP) a s analytickým výpočtem. Tato metoda je kritizována, protože používá Caweallertsův popis zatížení na kruhovém oblouku, přičemž rozložení tlaku na zploštělém disku je úplně jiné.

Nedestruktivní způsob určování elastického modulu pružnosti využívá ultrazvuku (Brožovský 2005). Na základě stanovení rychlosti průchodu ultrazvukové vlny se určuje



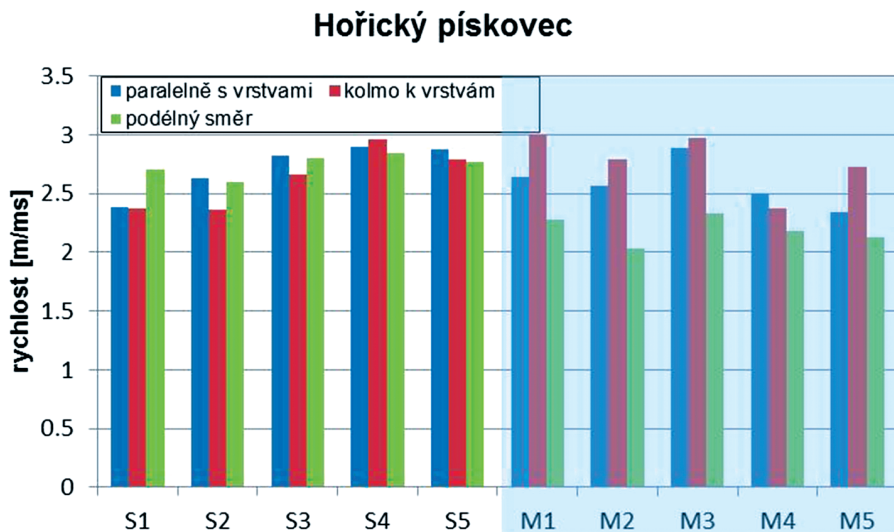
OBRÁZEK 27: Měření rychlosti průchodu ultrazvukové vlny přírodním kamenem

dynamický modul pružnosti. Stanovení rychlosti šíření zvuku v přírodním kameni je normalizováno v ČSN EN 14579. Vzorek se upevní mezi dva snímače (jeden ultrazvukový impulz budí a druhý jej přijímá) o známé vzdálenosti a měření spočívá v odečtu času, který vlna potřebuje na průchod materiálem vzorku. Příklad zkoušky hořického pískovce je na **obr. 27**. Rozměry vzorku odpovídají požadované velikosti trámečku pro zkoušku pevnosti v tahu za ohybu. Rychlost šíření vlny je ovlivněna mj. orientací vrstev anisotropie nebo vlhkostí materiálu, což je nutné brát v úvahu při vyhodnocení. Vlhčím materiálem se ultrazvuk šíří pomaleji, viz **obr. 28**.

Zkoušení mechanických vlastností v místě odběru vzorku

Kromě možné změny ve vlastnostech materiálů (např. v důsledku změny vlhkosti) během přepravy je dalším důvodem pro měření *in situ* zejména v geologii obtížná dostupnost lokalit, kde je primární výzkum realizován. Z tohoto důvodu bylo vyvinuto přenosné zařízení, které je určeno pro zkoušení vzorků získaných jádrovým vyvrtáváním. Toto zařízení je založeno na principu Split testu (viz **obr. 29** a **30**).

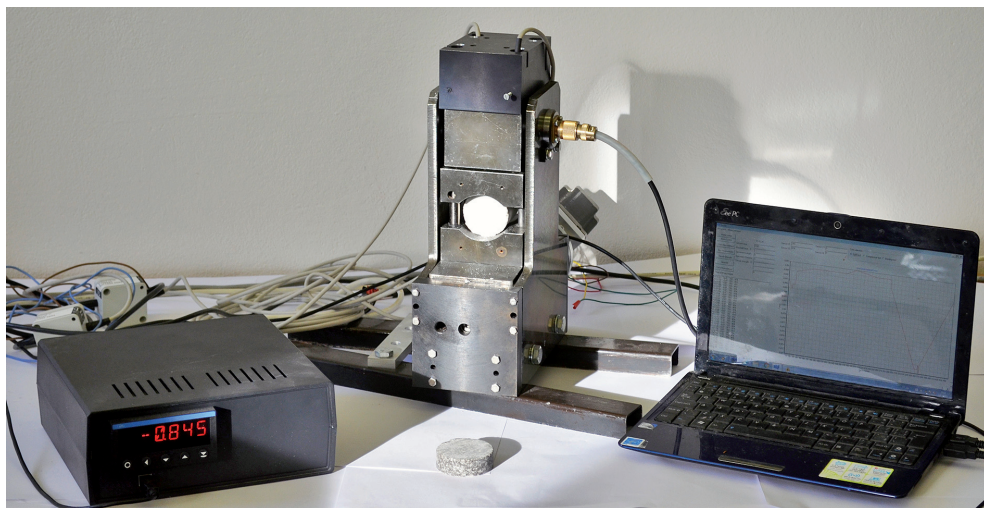
Tento přístroj využívá výměnné čelisti s rádiem, nicméně na místo čelistí lze vložit další vložky určené k realizaci jiných testů, jako jsou zkouška pevnosti v ohybu (tříbodový ohyb) nebo tlaková zkouška (viz **obr. 30b** a **30c**). Toto zařízení má hmotnost zhruba 30 kg, pohyb čelistí je zajištěn pomocí pohybového šroubu a dvojice klínů. Zkušební stroj je schopen vyvinout maximální zatížení o velikosti 100 kN (Major et al. 2015). Zařízení je určeno pro měření vzorků získaných jádrovým vyvrtáváním. K pohonu slouží krokový motor napájený z baterie, případně lze použít ruční pohon. Posuv čelistí, resp. deformace zkušebního tělesa, je měřena pomocí optoelektronických mikrometrů, resp. polohovými senzory využívajícími laserové triangulace. Přístroj vedle mechanické části obsahuje řídicí jednotku, která komunikuje s počítačem. Naměřené hodnoty spolu s aktuálním zatížením jsou zaznamenávány pomocí



OBRÁZEK 28: Měření rychlosti průchodu ultrazvukové vlny hoříckým pískovcem; vzorky S1-S2 byly vysušeny dle požadavků normy, vzorky M1-M5 byly saturované (Hasníková 2011)

řídícího softwaru. Naměřené hodnoty se ukládají do souborů v textovém formátu. Tento software umožňuje přímo vypočítat nejen pevnost v příčném tahu σ_{VT} , pevnost v tlaku a pevnost v ohybu σ_{VC} , ale i odhadnout modul pružnosti testovaného materiálu.

Přenosný přístroj určený ke zkoušení mechanických vlastností materiálů využívá k odhadu elastického modulu metodu založenou na srovnávání výsledků měření a modelu MKP sestavy zkušební vzorek a čelist (Major et al. 2015). Vzhledem k tomu, že přenosné zkušební zařízení je relativně malých rozměrů, je třeba také zahrnout do modelu vliv deformace zkušebního stroje, tj. čelistí. Vzhledem k tomu, že tato metoda je integrována přímo do řídicího softwaru zkušebního stroje, je možné provést odhad modulu pružnosti na každém bodě zatěžovací křivky. Definice kontaktu mezi vzorkem válcového tvaru a čelistí je důležitou součástí MKP modelu. Tento model předpokládá pevné spojení mezi prvky čelisti a prvky zkušebního válce při kontaktním úhlu 5° , 10° a 15° . Model předpokládá izotropní materiál. MKP model využívá kubické sítě a síť tvořené čtyřstěny. Pro odhad E se používají ty body zatěžovací křivky, které se nacházejí zhruba v její první třetině vzhledem k tomu, že především kámen obsahuje velké množství mikrotrhlin, což má za následek opakující se lokální relaxace a vznik lokálních maxim a minim na zatěžovací křivce. Vzhledem k tomu není počáteční část zatěžovací křivky vhodná k analýze. Proto se výpočet E realizuje teprve od okamžiku, kdy počítáč či pozorovatel zaznamená kontinuální růst napětí, resp. zatěžující síly. Přesnost odhadu modulu pružnosti výrazně narůstá, pokud je experiment cyklicky opakován, mezní hodnoty zatěžovacího cyklu odpovídají přibližně 1/3 pevnosti vzorku. Vztah mezi hodnotou získanou srovnáním MKP modelu a měřených hodnot je třeba korigovat pomocí opravných koeficientů. Pokud experiment realizujeme na materiálu se známou hodnotou E , lze vytvořit tabulku korelačních koeficientů. Tyto korelační koeficienty K_i a C_i odpovídají aktuálním hodnotám zatěžujících sil v intervalu F_i a F_{i+1} . Materiály lze rozdělit do několika skupin podle předpokládaného poměru mezi modulem pružnosti čelistí a vzorku (Major et al. 2015).



OBRÁZEK 29: Pohled na přenosný zkušební stroj pracující na principu Split testu

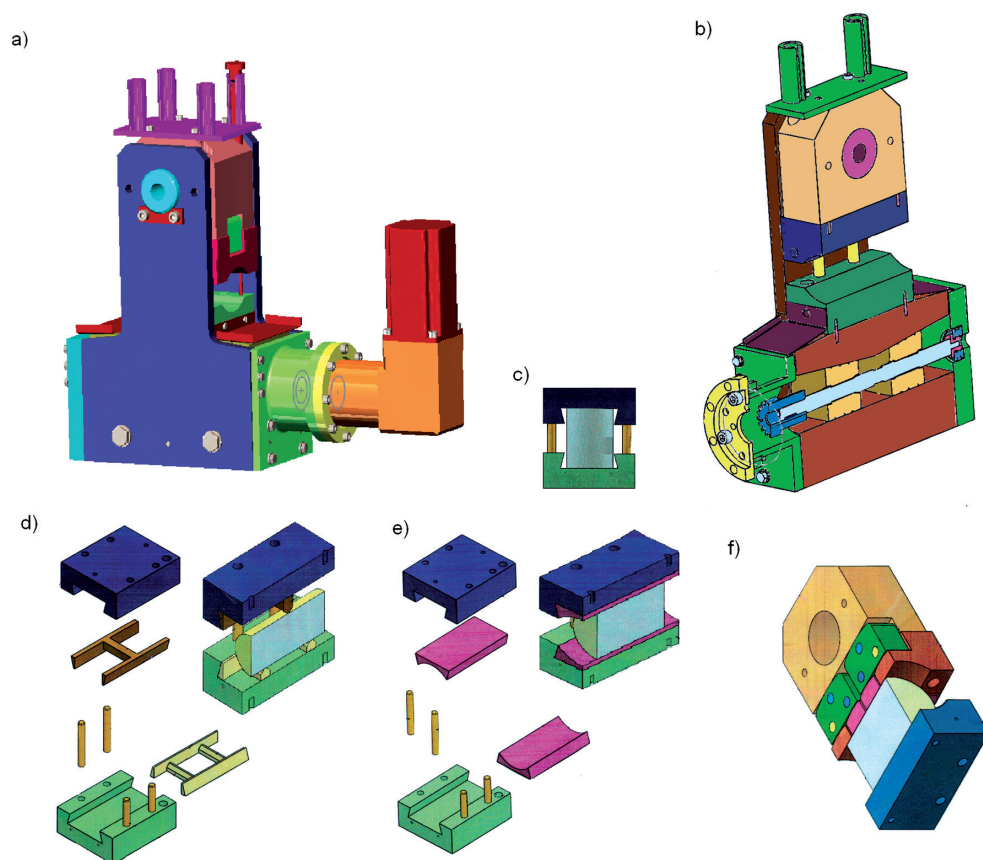
Program určený k výpočtu E pak pracuje se třemi různými tabulkami. Některé experimenty ukazují, že poměr mezi elastickým modulem v tahu a tlaku je zhruba 0,6–0,9. Pomocí přenosného zařízení pracujícího na principu Split testu lze tedy (alespoň přibližně) změřit všechny základní mechanické veličiny v terénu.

Poděkování

Kapitola využívá výsledků výzkumu podporovaného v rámci projektu DF11P010VV001 programu NAKI MKČR „Diagnostika poškození a životnosti objektů kulturního dědictví“.

Použitá literatura

- Brožovský, J. *Nedestruktivní zkušební metody – nástroj pro hodnocení pevností stavebních materiálů a výrobků*. Brno: VUTIUM, 2005.
- Hasníková, H. Ultrasonic material characteristics. In: *STONECORE Deliverable D6.5 Comparative tests of NDT methods used for material characteristics of stone*. Praha: ÚTAM AV ČR, 2011
- Major, Š., P. Beneš, D. Vavřík a V. Kocour. Determination of Young modulus using portable device for split test. In: Popovac, M. et al. *Conference Importance of Place – Conference proceedings (CDROM)*. Sarajevo: CICOPBH, 2015, 3, 277–286.
- Major, Š., I. Jandejsek, D. Vavřík a J. Valach. Portable device for indirect assessment of strength in tension of building materials and problem of boundary condition. *Applied Mechanics and Materials*. 2014, 486, 307–312.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.486.307>
- Major, Š. a D. Vavřík. *Přenosné zařízení pro zjišťování mechanické pevnosti stavebního materiálu*. Užitečný vzor. Číslo vzoru: CZ 28151 U1, Úřad průmyslového vlastnictví, 2015.



OBRÁZEK 30: Přenosné zkušební zařízení založené na principu Split testu: a) zkušební stroj poháněný krokovým motorem; b) řez zkušebním zařízením – zdvihový mechanismus; c) vložka pro tlakovou zkoušku; d) výměnná vložka určená k realizaci ohybové zkoušky; e) vložka s rádiem pro Split test; e) segmentová čelist pro zkoušení asymetrických vzorků (Major a Vavřík 2015)

Svoboda, L. a kol. *Stavební hmoty*. Praha: Luboš Svoboda, 2013. ISBN 978-80-260-4972-2.

Wang, Q. Z., X. M. Jia, Wang, S. Q. Kou, Z. X. Zhang a P.-A. Lindqvist. The flattened Brazilian disc specimen used for testing elastic modulus, tensile strength and fracture toughness of brittle rocks: analytical and numerical results. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2004, 41(2), 245–253.
[https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(03\)00093-5](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(03)00093-5)

Yu, Y. a Wang, T. X. (2004). Study on relationship between splitting behavior and elastic modulus of Three Gorges granite. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. 2004, 23(19), 3258–3261.