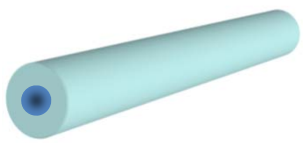
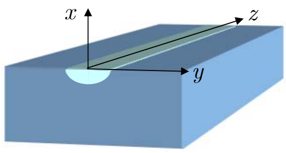
Optický vlnovod – základ (mnoha) optoelektronických prvků

Příklady pasivních fotonických vlnovodných struktur

Optické vlákno



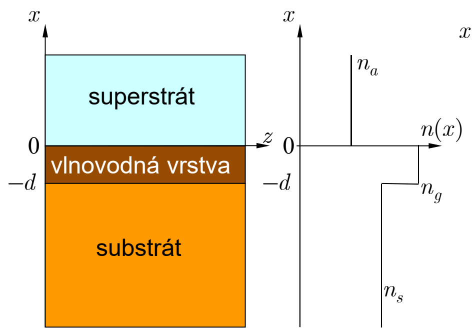
Kanálkový optický vlnovod



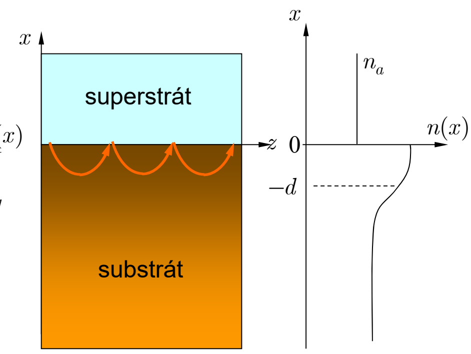
integrovaně optický
vlnovodný dělič výkonu
s připojenými optickými vlákny

Základy teorie optických vlnovodů

Vrstvový vlnovod



„Gradientní“ (nehomogenní) vlnovod

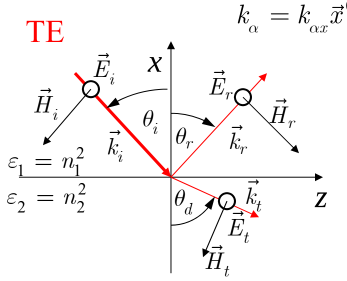


Vedení optického záření v planárních vlnovodech

a. Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik

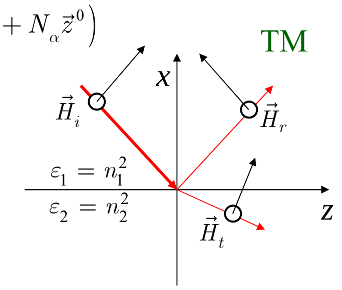
$\vec{E}_\alpha = E_{\alpha 0}\vec{y}^0 \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} \cancel{- i\omega t})$ $\quad$ $\vec{H}_\alpha = H_{\alpha 0}\vec{y}^0 \exp(i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r} \cancel{- i\omega t})$

$$k_\alpha = k_{\alpha x}\vec{x}^0 + k_{\alpha z}\vec{z}^0 = k_0\left(\gamma_\alpha \vec{x}^0 + N_\alpha \vec{z}^0\right)$$



$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$$

Rozhraní: $x = 0$



$\vec{H}_{\alpha 0} = \frac{1}{\omega\mu_0}\vec{k}_\alpha \times \vec{E}_{\alpha 0};\quad H_{\alpha z} = \frac{k_{\alpha x}}{\omega\mu_0}E_{\alpha 0}$ $\qquad$ $\vec{E}_{\alpha 0} = -\frac{1}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_\alpha}\vec{k}_\alpha \times \vec{H}_{\alpha 0};\quad E_{\alpha z} = -\frac{k_{\alpha x}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_\alpha}H_{\alpha 0}$

Spojitost E_y při $x = 0$: $E_{i0}\exp\left(ik_{iz}z\right) + E_{r0}\exp\left(ik_{rz}z\right) = E_{t0}\exp\left(ik_{tz}z\right)$

Důsledek: $\boxed{\begin{array}{l} k_{iz} = k_{rz} = k_{tz}, \\ N_i = N_r = N_t = N \end{array}}$ $\qquad$ $\boxed{N = n_1 \sin\theta_i = n_1\sin\theta_r = n_2\sin\theta_t}$

$$\left|\vec{k}_\alpha\right| = k_0 n_\alpha,\quad \gamma_\alpha = \sqrt{n_\alpha^2 - N^2}$$

Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik: Fresnelovy vzorce pro TE polarizaci

spojitost E_y pro $x = 0$: $\qquad E_{i0} + E_{r0} = E_{t0},$

spojitost H_z pro $x = 0$: $\qquad k_{ix}E_{i0} + k_{rx}E_{r0} = k_{tx}E_{t0}.$

neboli

$$E_{i0} + E_{r0} = E_{t0},$$
$$-\sqrt{n_1^2 - N^2}E_{i0} + \sqrt{n_1^2 - N^2}E_{r0} = -\sqrt{n_2^2 - N^2}E_{t0}.\quad (N = n_1\sin\theta_i)$$

Řešením soustavy pro E_{r0} a E_{t0} je

$$R^{TE} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2} - \sqrt{n_2^2 - N^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + \sqrt{n_2^2 - N^2}},$$

$$T^{TE} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\sqrt{n_1^2 - N^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + \sqrt{n_2^2 - N^2}}.$$

Odraz a lom rovinné vlny na rozhraní dielektrik: Fresnelovy vzorce pro TM polarizaci

$$\text{spojitost } H_y \text{ pro } x = 0: \qquad H_{i0} + H_{r0} = H_{t0},$$

$$\text{spojitost } E_z \text{ pro } x = 0: \quad \frac{k_{ix}}{n_1^2} H_{i0} + \frac{k_{rx}}{n_1^2} H_{r0} = \frac{k_{tx}}{n_2^2} H_{t0}.$$

$$H_{i0} + H_{r0} = H_{t0},$$

neboli $$-\frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} H_{i0} + \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} H_{r0} = -\frac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2} H_{t0}. \quad (N = n_1 \sin\theta_i)$$

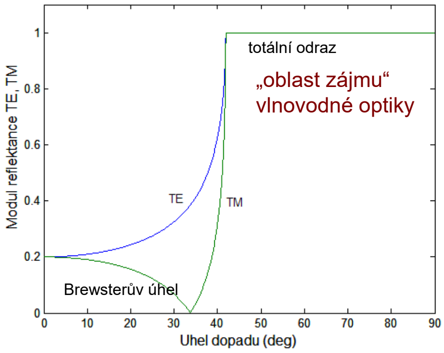
Řešením soustavy pro H_{r0} a H_{t0} je

$$R^{TM} = \frac{H_{r0}}{H_{i0}} = \frac{\dfrac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} - \dfrac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}}{\dfrac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + \dfrac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}},$$

$$T^{TM} = \frac{H_{t0}}{H_{i0}} = \frac{2\dfrac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2}}{\dfrac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + \dfrac{\sqrt{n_2^2 - N^2}}{n_2^2}}.$$

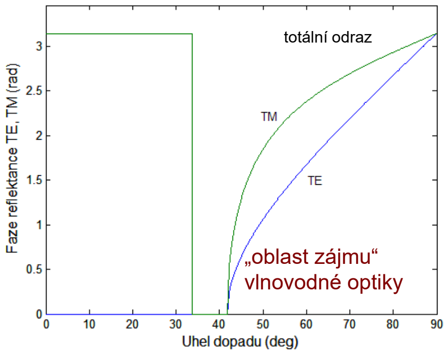
Vlastnosti činitele odrazu

$$N = n_1 \sin\theta_i \geq n_2, \quad \sin\theta_i \geq n_2/n_1,$$



$$R^{TE} = \frac{\sqrt{n_1^2 - N^2} - i\sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2} + i\sqrt{N^2 - n_2^2}} = e^{i\arg\left\{R^{TE}\right\}},$$

$$\arg\left\{R^{TE}\right\} = -2\arctan\frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2}}.$$

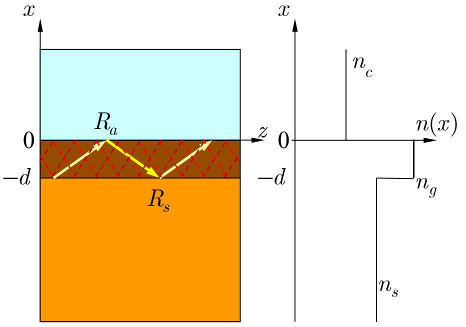


$$R^{TM} = \frac{\dfrac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} - i\dfrac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{n_2^2}}{\dfrac{\sqrt{n_1^2 - N^2}}{n_1^2} + i\dfrac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{n_2^2}} = e^{i\arg\left\{R^{TM}\right\}},$$

$$\arg\left\{R^{TM}\right\} = -2\arctan\left[\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\sqrt{N^2 - n_2^2}}{\sqrt{n_1^2 - N^2}}\right].$$

V oblasti totálního odrazu je modul reflektance roven 1 a fáze závisí na úhlu dopadu.

Disperzní rovnice planárního vrstvového vlnovodu



Podmínka příčné rezonance
(podmínka selfkonzistence):

rovinná vlna se po dvou průchodech vrstvou a dvou odrazech od rozhraní musí „zreprodukovat“ i co do fáze:

$$e^{i(k_x d + k_z L)} R_a e^{i(k_x d + k_z L)} R_s \overset{!}{=} e^{2ik_z L}$$

$$R_a R_s e^{2ik_x d} = 1$$

$$2k_x d + \arg R_s + \arg R_a = 2\pi m$$

$$\nu = \begin{cases} 0, & \text{TE} \\ 1, & \text{TM} \end{cases}$$

$$k_0 d\sqrt{n_g^2 - N^2} = \arctan\left[\left(\frac{n_g}{n_s}\right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_s^2}{n_g^2 - N^2}}\right] + \arctan\left[\left(\frac{n_g}{n_a}\right)^{2\nu} \sqrt{\frac{N^2 - n_c^2}{n_g^2 - N^2}}\right] + m\pi,$$

Disperzní diagram planárního vlnovodu

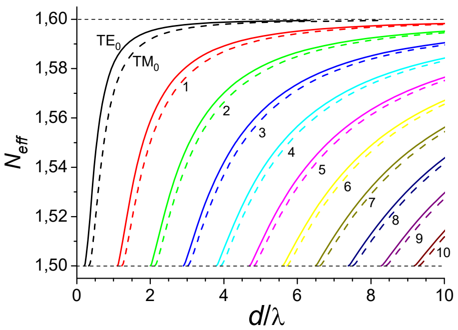
Nesymetrický vlnovod

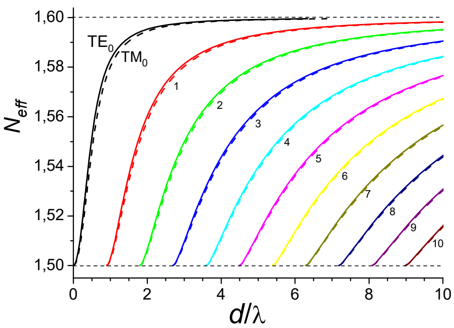
$n_c < n_s < n_g$

Počet vidů:

$M^{TM} \le M^{TE} \le M^{TM} + 1$

$N_m^{TE} > N_m^{TM}$





Symetrický vlnovod

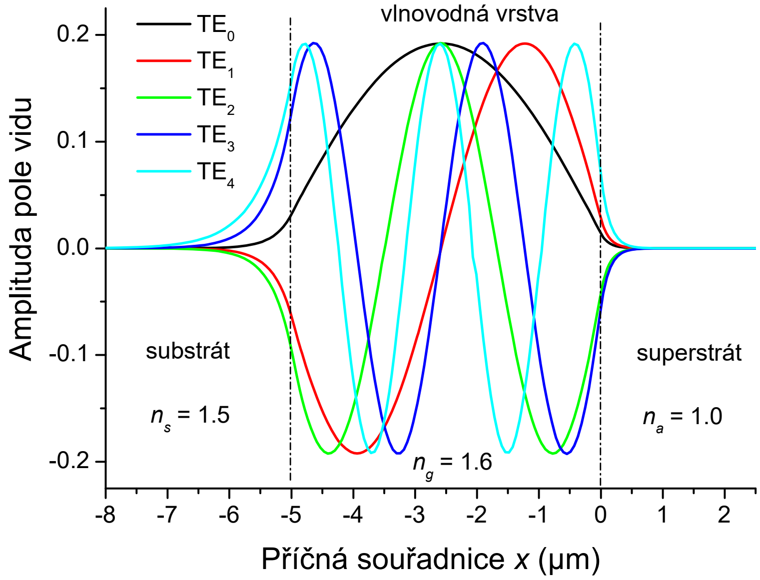
$n_c = n_s < n_g$

Počet vidů: $M^{TE} = M^{TM}$

$N_m^{TE} \ge N_m^{TM}$

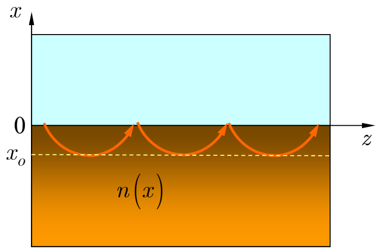
vlnovodový dvojlom je menší

Rozložení pole vidů vrstvového vlnovodu



Disperzní rovnice *gradientního vlnovodu* ve WKB aproximaci

Paprskový model šíření vlny



$$k_x \to k_x(x) \approx k_0\sqrt{n^2(x)-N^2}$$

$$k_x d \to k_0\int_{x_0}^{0}\sqrt{n^2(x)-N^2}\,dx$$

Bod obratu: $k_x(x_0)=0 \;\Rightarrow\; n(x_0)=N$

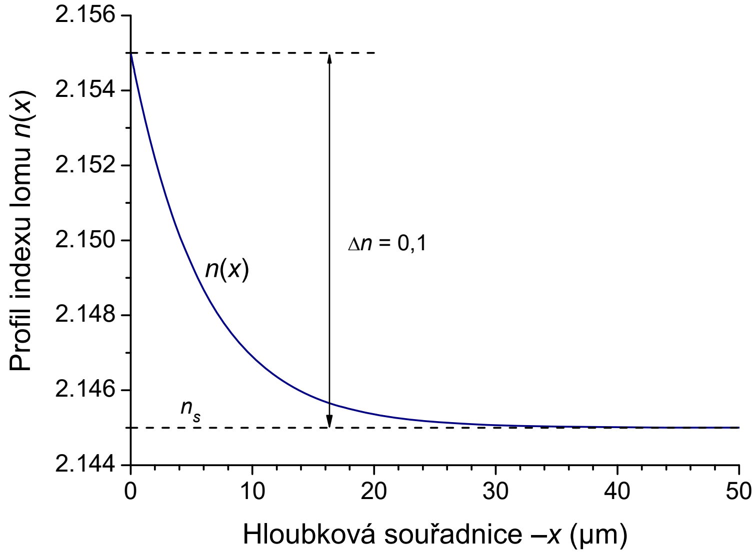
$$R_s \to \exp(-i\pi/2)$$

$$\nu = \begin{cases} 0, & \text{TE} \\ 1, & \text{TM} \end{cases}$$

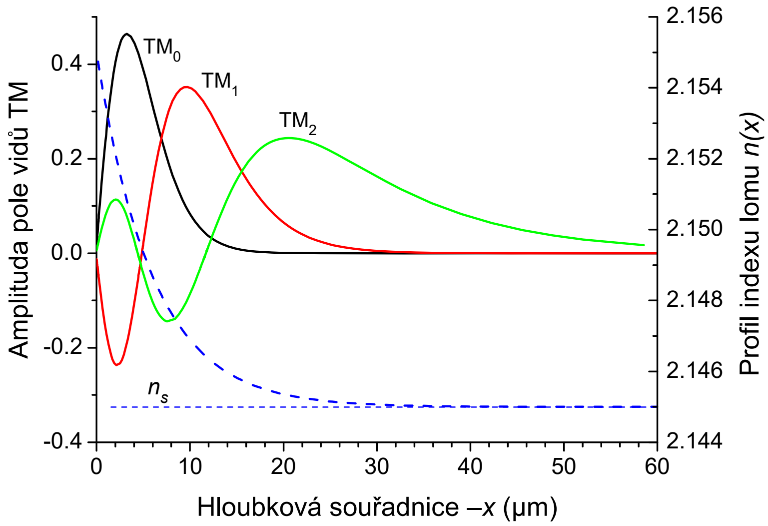
$$k_0\int_{x_0(N)}^{0}\sqrt{n^2(x)-N^2}\,dx = \arctan\left[\left(\frac{n_g}{n_c}\right)^{2\nu}\sqrt{\frac{N^2-n_c^2}{n_g^2-N^2}}\right]+\left(m+\frac{1}{4}\right)\pi,$$

$$k_0 d\sqrt{n_g^2-N^2} = \arctan\left[\left(\frac{n_g}{n_c}\right)^{2\nu}\sqrt{\frac{N^2-n_c^2}{n_g^2-N^2}}\right]+\arctan\left[\left(\frac{n_g}{n_s}\right)^{2\nu}\sqrt{\frac{N^2-n_s^2}{n_g^2-N^2}}\right]+m\pi,$$

Příklad: Vlnovod s exponenciálním profilem indexu lomu



Rozložení pole H_y TM vidů gradientního vlnovodu



Vlnová rovnice pro planární vlnovod - TE

Maxwellovy rovnice $\nabla\times\vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H},\quad \nabla\times\vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 n^2(x)\vec{E}$

Pro planární vlnovod $\frac{\partial}{\partial y}\equiv 0,\quad \nabla = \vec{x}^0\frac{\partial}{\partial x} + \vec{z}^0\frac{\partial}{\partial z} = \vec{x}^0\frac{\partial}{\partial x} + i\beta\vec{z}^0$

Pak je možné celkové pole rozložit na ***dvě nezávislá pole*** s polarizacemi TE a TM:

TE :

$$\vec{E} = E_y(x)\vec{y}^0 e^{i\beta^{TE}z},\qquad \beta^{TE} = k_0 N^{TE} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}N^{TE},$$

$$\vec{H} = \frac{1}{i\omega\mu_0}\nabla\times E_y\vec{y}^0 = \left(\frac{1}{i\omega\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial x}\vec{z}^0 - \frac{\beta^{TE}}{\omega\mu_0}E_y\vec{x}^0\right)e^{i\beta^{TE}z},$$

$$H_x = -\frac{\beta^{TE}}{\omega\mu_0}E_y(x) = -\frac{k_0 N^{TE}}{\omega\mu_0}E_y(x) = -Y_0 N^{TE}E_y(x),\quad Y_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

$$H_z = \frac{1}{i\omega\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial x},$$

$$\vec{y}^0\cdot\nabla\times\vec{H} = \frac{\partial H_z}{\partial x} - i\beta^{TE}H_x = -i\omega\varepsilon_0 n^2 E_y.$$

Vlnová rovnice pro planární vlnovod - TM

Maxwellovy rovnice $\nabla\times\vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H},\quad \nabla\times\vec{H} = -i\omega\varepsilon_0 n^2(x)\vec{E}$

Pro planární vlnovod $\frac{\partial}{\partial y}\equiv 0,\quad \nabla = \vec{x}^0\frac{\partial}{\partial x} + \vec{z}^0\frac{\partial}{\partial z} = \vec{x}^0\frac{\partial}{\partial x} + i\beta\vec{z}^0$

Pak je možné celkové pole rozložit na ***dvě nezávislá pole*** s polarizacemi TE a TM:

TM :

$$\vec{H} = H_y(x)\vec{y}^0 e^{i\beta^{TM}z},\quad \beta^{TM} = k_0 N^{TM} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}N^{TM}$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2}\nabla\times H_y\vec{y}^0 = \left(-\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2}\frac{\partial H_y}{\partial x}\vec{z}^0 + \frac{\beta^{TM}}{\omega\varepsilon_0 n^2}H_y\vec{x}^0\right)e^{i\beta^{TM}z},$$

$$E_x = \frac{\beta^{TM}}{\omega\varepsilon_0 n^2}H_y = Z_0\frac{N^{TM}}{n^2}H_y(x),$$

$$E_z = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 n^2(x)}\frac{\partial H_y}{\partial x},$$

$$\vec{y}^0\cdot\nabla\times\vec{E} = \frac{\partial E_z}{\partial x} - i\beta^{TM}E_x = i\omega\mu_0 H_y.$$

Vlnová rovnice pro planární vlnovod - III

1. TE polarizace:

$$\frac{d^2E_y}{k_0^2dx^2}+n^2(x)E_y=\left(N^{TE}\right)^2E_y,\qquad \beta^{TE}=k_0N^{TE},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\vec{E}\times\vec{H}\cdot\vec{z}^0dx=-\int_{-\infty}^{\infty}E_yH_xdx=N^{TE}Y_0\int_{-\infty}^{\infty}E_y^2(x)dx<\infty,$$

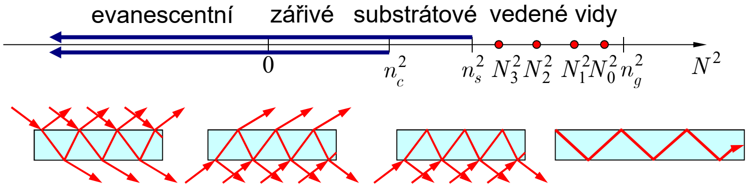
2. TM polarizace:

$$n^2(x)\frac{d}{k_0dx}\left[\frac{1}{n^2(x)}\frac{dH_y}{k_0dx}\right]+n^2(x)H_y(x)=\left(N^{TM}\right)^2H_y(x),\qquad \beta^{TM}=k_0N^{TM},$$

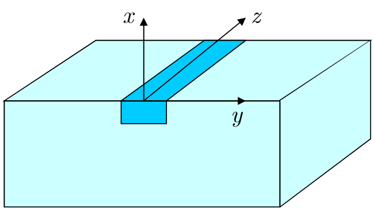
$$\int_{-\infty}^{\infty}\vec{E}\times\vec{H}\cdot\vec{z}^0dx=\int_{-\infty}^{\infty}E_xH_ydx=N^{TM}Z_0\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{n^2(x)}H_y^2(x)\,dx<\infty$$

Úloha pro *vlastní čísla a vlastní funkce lineárního diferenciálního operátoru*

evanescentní zářivé substrátové vedené vidy



Vlastní vidy kanálkových vlnovodů



$$\nabla\times\nabla\times\vec{E}-k_0^2\varepsilon(x,y)\vec{E}=\vec{0}$$

$$\nabla\cdot\left(\varepsilon\vec{E}\right)=0$$

$$\nabla\cdot\vec{E}=-\frac{1}{\varepsilon}\nabla\varepsilon\cdot\vec{E}=-\nabla\left(\ln\varepsilon\right)\cdot\vec{E}$$

$$\Delta\vec{E}+\nabla\left[\nabla\left(\ln\varepsilon\right)\cdot\vec{E}\right]+k_0^2\varepsilon\vec{E}=\vec{0}$$

úplná vektorová rovnice

Oddělíme příčné a podélné složky pole: $\vec{E}=\vec{e}\left(x,y\right)e^{i\beta z}=\vec{e}_\perp\left(x,y\right)e^{i\beta z}+\vec{e}_z\left(x,y\right)e^{i\beta z}$

Po úpravě $\quad\Delta_\perp\vec{e}_\perp+\nabla_\perp\left[\nabla_\perp\left(\ln\varepsilon\right)\cdot\vec{e}_\perp\right]+\left(k_0^2\varepsilon-\beta^2\right)\vec{e}_\perp=\vec{0}$

$$\vec{e}_z=\frac{i}{\beta}\vec{z}^0\left[\nabla_\perp\varepsilon+\nabla_\perp\right]\cdot\vec{e}_\perp$$

Vidy kanálkových vlnovodů jsou **hybridní** – mají všechny složky pole **nenulové**

Přibližné metody: Marcatiliho metoda (separace proměnných),
metoda efektivního indexu lomu,
Numerické metody: skalární, semivektorové, vektorové; FD, FE

Příklad vektorového rozložení pole

Kvazi-TE vid žebrového vlnovodu

$n_g = 2.2,\ n_s = 1.9,\ n_a = 1,$ tloušťka = výška = 0.5 μm