

# Teplotní vlivy na degradaci památek

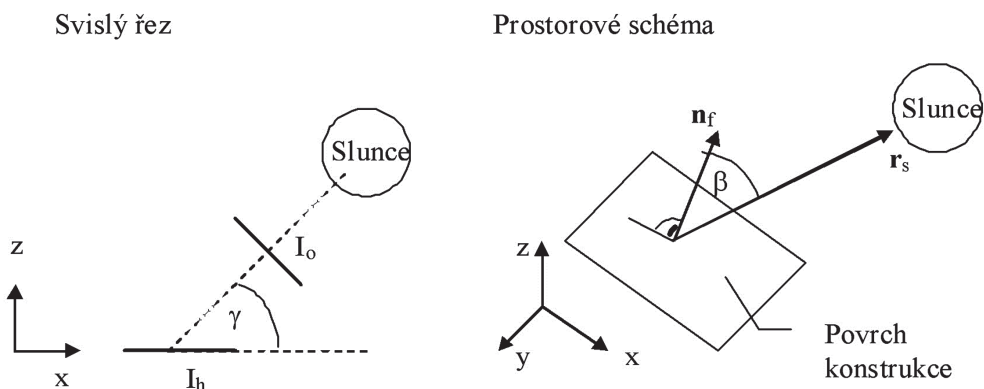
**Pavel Beran**

Řada historických objektů jak z období starověku (Egypt, Mezopotámie, starověké Řecko a Řím), tak z období středověku se dochovala až do dnešní doby. V podstatě všechny tyto stavby jsou vytvořeny z kamene nebo z cihel, které nepodléhají biologickým škůdcům a jen pomalu podléhají účinkům zvětrávání. Stavby postavené z nekvalitních materiálů nebo nevhodně navržené na účinky zatížení se do dnešní doby nedochovaly. U některých staveb se nevhodný návrh nosné konstrukce z hlediska teplotního namáhání projevil opakovanými opravami v přibližně stejných časových intervalech (např. chrám sv. Barbory v Kutné Hoře) (Fajman a Kott 2006, Fajman et al. 2007). Snaha společnosti o zachování historických staveb se projevuje především jejich ochranou před nevhodnými stavebními úpravami, případně jejich vhodnou renovací. U mnohých památek dochází ke sledování změn na konstrukcích nebo površích, a například i monitoringu posunů jednotlivých nosných konstrukcí. Teoretické modelování historických konstrukcí a reálných vlivů teploty na ně může pomoci k lepšímu porozumění dějů, které porušují historické objekty. Porovnáváním výsledků teoretických modelů s výsledky monitorování konstrukcí získáváme lepší informace o původu trvalých nebo dočasných změn. V praxi se často setkáváme s problémem porušení historického zdiva vlivem působení povětrnosti, především opakujících se změn teploty. Analýza vlivu dlouhodobého působení změny teploty na historické zdivo může pomoci nalézt nejvhodnější způsob opravy konkrétního historického zdiva například výběrem správné malty nebo termínu opravy.

## Zatížení OD teploty

Pro získání co nejpravdivějších výsledků je nutno zatížit teoretický model tak, aby byly teplotní vlivy na konstrukci simulované vhodným způsobem. Teplotu povrchu konstrukce ovlivňuje několik faktorů, jsou to například: teplota a rychlost proudění vzduchu v jejím okolí, intenzita dopadajícího slunečního záření, odpařování vody z jejího povrchu a z jejích pórů, kondenzace vodní páry na jejím povrchu a v jejích pórech, adsorpce vodní páry, desorpce vody. Z těchto vlivů byly v numerických simulacích použity nejvýznamnější vlivy, a to teplota vzduchu v okolí konstrukce a intenzita globálního slunečního záření.

Pro sledování degradačních procesů způsobených teplotou byl vytvořen teoretický model formulace okrajových podmínek, který spolu s numerickými modely konstrukce nebo



OBRÁZEK 87: Schémata pro výpočet absorbovaného výkonu

její části dokáže simulovat reálné rozložení teplot. K tomuto účelu bylo použito numerické řešení parciální diferenciální rovnice vedení tepla (8) (Mills 1999):

$$\rho_c (\partial T / \partial t) = \lambda \nabla^2 T + Q_v''' \quad (8)$$

Přestup tepla ze vzduchu do konstrukce a opačně byl simulován dle následující rovnice (9):

$$q = h (T_v - T_p) \quad (9)$$

$h$  součinitel přestupu tepla – ( $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ), [4, 5]

$q$  hustota tepelného toku – ( $\text{W m}^{-2}$ ), má-li kladné znaménko, směřuje tok dovnitř konstrukce (ohřívá ji)

$T_v$  teplota vzduchu v okolí konstrukce – ( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_p$  teplota povrchu konstrukce – ( $^{\circ}\text{C}$ )

V Praze je měřena pouze intenzita globálního slunečního záření. Největší složkou globálního záření je zpravidla přímé krátkovlnné záření, což platí zejména za jasných dnů. Proto bylo uvažováno, že veškeré záření dopadající na povrch konstrukce je záření přímé. Výpočet této okrajové podmínky je popsán následujícími rovnicemi. Princip je schematicky znázorněn na **obr. 87**.

$$i_0 = i_h / \sin \gamma \quad (10)$$

$i_0$  intenzita (tepelný tok) slunečního záření dopadajícího na povrch kolmý ke směru slunečního záření – ( $\text{W/m}^2$ )

$i_h$  intenzita (tepelný tok) slunečního záření dopadajícího na vodorovný povrch – ( $\text{W/m}^2$ )

$\gamma$  výška Slunce nad obzorem

$$\cos \beta = \mathbf{n}_f \cdot \mathbf{r}_s \quad (11)$$

$\mathbf{n}_f$  jednotkový vektor normály příslušného povrchu

$\mathbf{r}_s$  jednotkový vektor polohy Slunce na obloze

$\cos \beta$  hodnota skalárního součinu mezi vektorem normály povrchu a vektorem polohy Slunce na obloze

$$q_a = \alpha_p i_0 \cos \beta \quad (12)$$

$\alpha_p$  součinitel pohltivosti povrchu konstrukce – (-)

$q_a$  tepelný tok absorbovaný povrchem konstrukce – (W/m<sup>2</sup>)

Přímé sluneční záření nedopadá na povrch konstrukce, je-li povrch zastíněn. V tomto případě byla ve výpočtu intenzita tepelného toku absorbovaného povrchem konstrukce nahrazena nulovou hodnotou. Radiační bilance na povrchu konstrukce může být kladná, nulová nebo záporná (Bednář a Kopáček 2005). Okrajová podmínka předepsaná rovnicí (12) může nabývat nulové nebo kladné hodnoty a popisuje radiační bilanci na povrchu konstrukce pouze během dne.

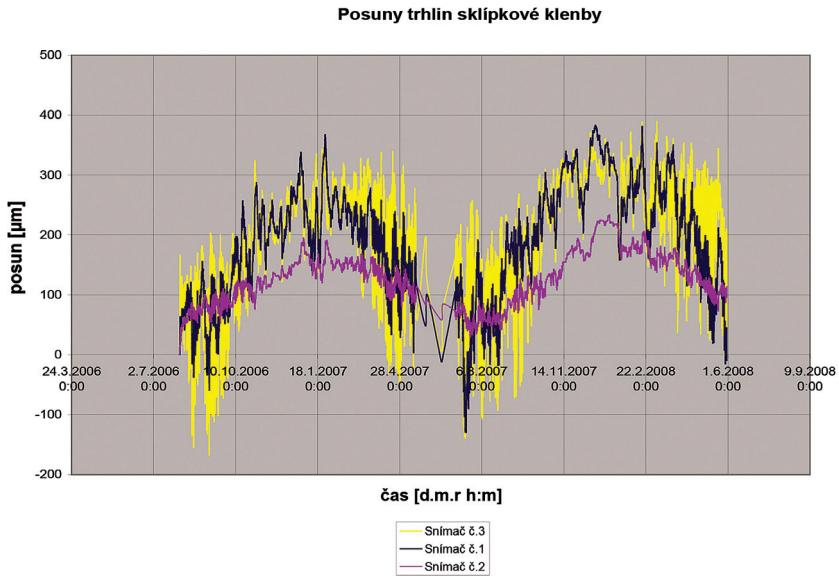
### Monitorování a numerické modelování vlivu teploty

Historické objekty mívají řadu poruch a trhlin. Pro zjištění, zda nedochází ke zvětšování šířky trhlin a zhoršení poruch se může provádět monitoring historických konstrukcí. U významných památek se někdy provádí monitoring i pro včasné zjištění případného degradačního procesu. Během monitoringu se měří například změna šířky trhlin, změna vzdálenosti mezi monitorovacími body v čase. Monitoring se provádí většinou po dlouhou dobu, během níž dochází ke změnám teploty konstrukce. Změna teploty konstrukce způsobí změnu rozměrů konstrukce a tím dochází také ke změně šířky trhlin. Pokud je opomenut vliv teploty na možnou změnu šířky trhlin nebo vzdálenost mezi monitorovacími body, může dojít k falešnému poplachu a neadekvátním zásahům do památky. Během dlouholetých monitoringů trhlin bylo častokrát zjištěno, že šířka trhlin koresponduje se změnou teploty v interiéru a exteriéru. Zároveň však může docházet k postupnému zvětšování šířky trhlin, které lze vyvodit až z několikaletého sledování. Jako příklad je uveden záznam ze snímačů umístěných na sklípkové klenbě v klášteře v Kadani – **obr. 88 a 89** (Drdácký a Zíma 2008).

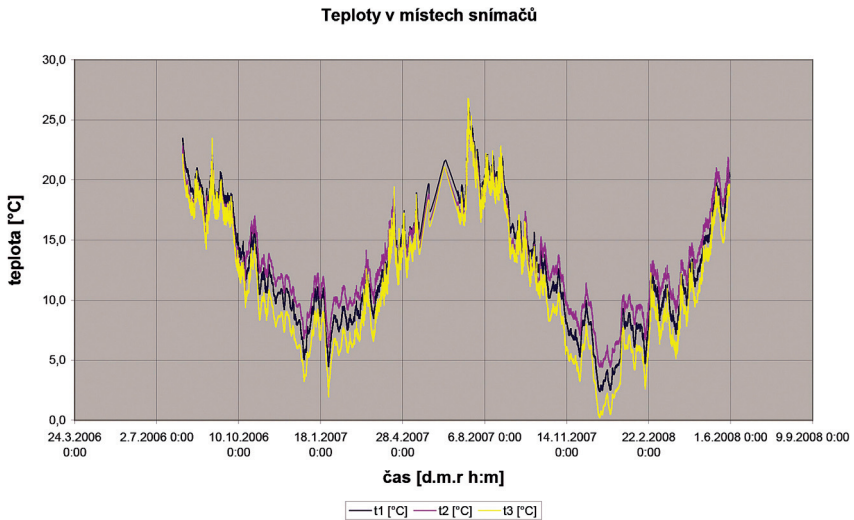
U významných památek může probíhat sledování nosné konstrukce z důvodu včasné detekce možného degradačního procesu. Příkladem takové konstrukce je katedrála sv. Víta, na které probíhal monitoring nosné konstrukce po řadu let. Sledování nosné konstrukce probíhalo pomocí měření vzdáleností geodetickými metodami mezi monitorovacími body. Během dlouhodobého sledování konstrukce bylo zjištěno, že se vzdálenosti mezi body mění. Z tohoto důvodu byl vytvořen numerický model jednoho pole katedrály sv. Víta, pomocí něž byly vypočteny teoretické deformace konstrukce od teploty mezi jednotlivými geodetickými měřeními vzdáleností. Tyto výsledky pomohly lépe porozumět chování katedrály se změnou teploty konstrukce a pomohly odlišit vratné deformace od teploty od nevratných deformací způsobených jinými vlivy.

Postup výpočtu deformací konstrukce od teploty byl následující:

1. Byly získány údaje o teplotě vzduchu v exteriéru a interiéru katedrály sv. Víta v období dvou týdnů před jednotlivými geodetickými měřeními vzdáleností. Zároveň byly získány údaje o intenzitě globálního slunečního záření v Praze. Období dvou týdnů vychází z teplotní setrvačnosti konstrukce katedrály sv. Víta. Teplotní setrvačnost jednotlivých konstrukčních prvků katedrály je max. 14 dnů. To znamená, že teplota konstrukce je ovlivněna počasím v exteriéru a teplotou vzduchu v interiéru po dobu maximálně dvou týdnů.

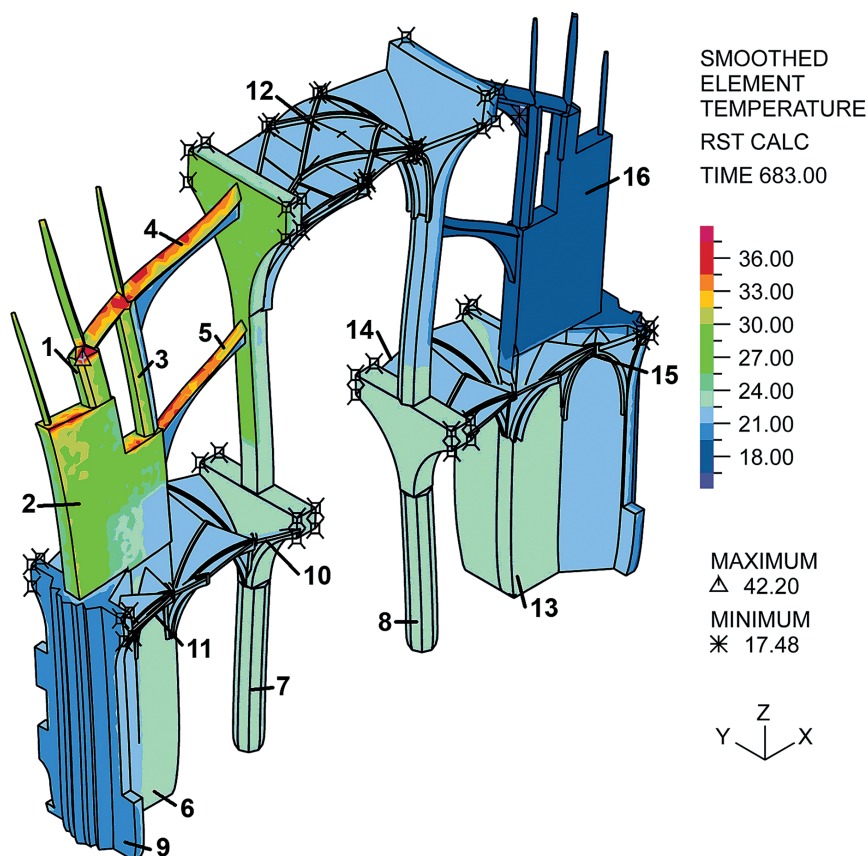


**OBRÁZEK 88:** Posun trhliny sklípkové klenby kláštera v Kadani



**OBRÁZEK 89:** Teploty v místech snímačů – klášter v Kadani

2. Byl vytvořen numerický model jednoho pole katedrály sv. Víta (**obr. 90**). Byly vypočteny hodnoty intenzity pohlceného slunečního záření jednotlivými povrchy v čase. Zároveň byla k jednotlivým povrchům konstrukce přiřazena teplota vzduchu v exteriéru, respektive v interiéru v čase. Byl proveden výpočet rozložení teplot v konstrukci metodou konečných prvků. Vypočtené teploty byly v několika případech porovnány s naměřenými hodnotami teplot. Výsledky z výpočtu teplot byly v dobré shodě s výsledky měření teplot.

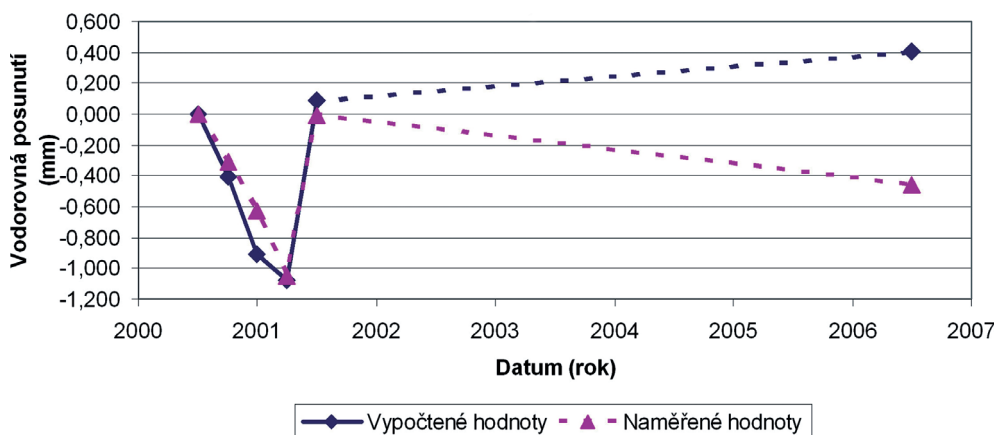


**OBRÁZEK 90:** 3D numerický model jednoho pole katedrály sv. Víta, rozložení teplot a charakter deformace dne 2. července 2006 v 11:00.

Legenda: 1 – krátký sloup jižního opěrného systému, 2 – hlavní pilíř jižního opěrného systému, 3 – dlouhý sloup opěrného systému, 4 – horní opěrný oblouk jižního opěrného systému, 5 – spodní opěrný oblouk jižního opěrného systému, 6 – jižní stěna mezi kaplemi, 7 – jižní sloup hlavní lodi, 8 – severní sloup hlavní lodi, 9 – jižní obvodová stěna v úrovni „přízemí“, 10 – klenba ochozu na jižní straně katedrály, 11 – klenba kaple na jižní straně katedrály, 12 – klenba hlavní lodi, 13 – stěna mezi kaplí a starou zákristií, 14 – klenba ochozu na severní straně katedrály, 15 – klenba kaple, 16 – hlavní pilíř severního opěrného systému (severní opěrný systém).

3. Rozložení teplot vstupovalo do výpočtu deformací konstrukce jako zatížení. Pro výpočet deformací konstrukce byla použita metoda konečných prvků a lineárně pružný materiálový model konstrukce. Tímto postupem byly vypočteny vratné deformace konstrukce od teploty.

Z výsledků porovnání vypočtených a naměřených deformací konstrukce vyplývá, že u severního sloupu ve staré části katedrály sv. Víta došlo k nevratnému náklonu sloupu mezi lety 2001 a 2006 (**obr. 91**). Hodnota deformace však nepředstavuje významné zhoršení technického stavu katedrály, pouze poskytuje informaci, že je sloup potřeba nadále bedlivě sledovat. Tato metoda numerické analýzy pomáhá k lepšímu porozumění chování významných konstrukcí (Beran et al. 2010).



**OBRÁZEK 91:** Porovnání vypočtených a naměřených hodnot vodorovných posunů mezi monitorovacími body na severním sloupu

## Interakce subtilních a masivních částí konstrukce

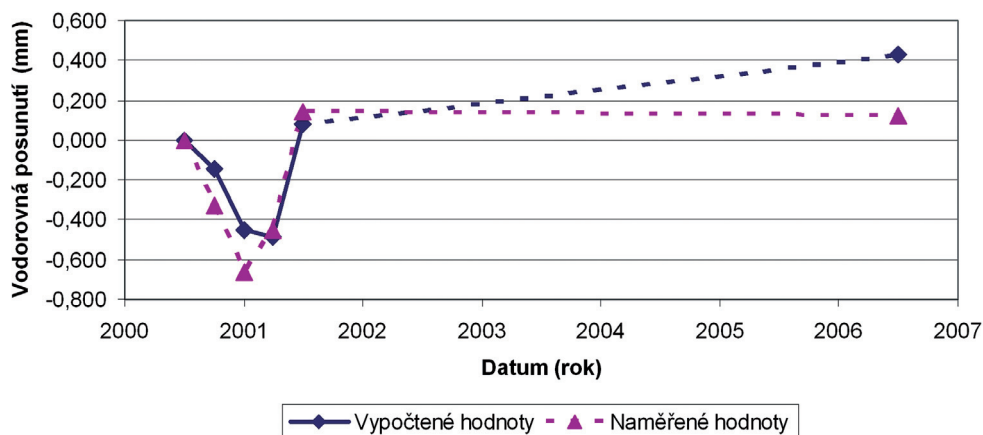
Teoretické modelování konstrukcí s využitím správné simulace vlivu teploty může pomoci k analýze problému i v případě menších částí nebo detailů konstrukcí. Negativní vliv opakující se změny teploty na historické konstrukce je významný, jsou-li tuze spojeny subtilní a masivní části historických konstrukcí. Subtilní prvky reagují rychleji na změnu teploty v okolí konstrukce než masivní prvky. Vlivem rozdílné teploty dochází ke vzniku napětí v konstrukci, které může po mnoha letech vést k jejich porušení. Příkladem takového porušení je chrám sv. Barbory v Kutné Hoře a triforium katedrály sv. Víta.

U chrámu sv. Barbory byly porušeny opěrné oblouky v opěrném systému. Opěrný systém je složen ze dvou různě masivních opěrných oblouků a masivního svislého pilíře opěrného systému. Vlivem změny teplot v exteriéru dochází i ke změně teploty opěrných oblouků. Kvůli rozdílné setrvačnosti se během dne průměrná teplota opěrných oblouků liší a dochází tak k opakovanému namáhání, které vyústilo až ke vzniku širokých trhlin v opěrných obloucích (Fajman a Kott 2006, Fajman et al. 2007).

U triforia katedrály sv. Víta je situace obdobná. V katedrále sv. Víta došlo v 90. letech 20. století k pádu části kružby, která se nachází ve výšce cca 17 metrů nad podlahou katedrály a je součástí triforia. Při následném průzkumu triforia byly zjištěny poruchy 5–10 % všech kružeb v katedrále. Tyto poruchy byly častější ve staré části katedrály (Drdáček 1992).

Tato porucha mohla nastat z mnoha příčin, v následujícím textu jsou uvedeny pouze nejvýznamnější z nich. První možností je, že v jednom z porušených míst vznikla trhlina a zbylá část kružby potom vibrovala po velmi dlouhou dobu, až nakonec celá kružba spadla. Druhou možností je vliv dlouhodobého cyklického teplotně mechanického namáhání kružby triforia. Vliv teplotních změn může být také zvýšen vlivem vlhkosti. Nutno podotknout, že k poruchám konstrukce mohlo dojít i kvůli kombinacím více efektů.

Objasnění vlivu teploty na napjatost kružby triforia proběhlo pomocí numerické simulace teplotně mechanického chování triforia. Výpočet napjatosti proběhl ve dvou fázích. V první fázi bylo simulováno rozložení teplot v konstrukci triforia. Byly analyzovány dva efekty:



**OBRÁZEK 92:** Porovnání vypočtených a naměřených hodnot vodorovných posunů mezi monitorovacími body na jižním sloupu

prudké ochlazení vzduchu v interiéru katedrály a extrémní ohřátí vnějších povrchů triforia od slunečních paprsků. V obou případech bylo použito numerické řešení rovnice nestacionárního vedení tepla metodou konečných prvků včetně formulace okrajových podmínek, která byla popsána výše. Druhou fází simulace byl výpočet napjatosti triforia pomocí numerických modelů, v kterých byl použit lineárně pružný materiálový model. Do numerických modelů (2-D, 3-D) vstupovalo rozložení teplot, které bylo získáno v první fázi výpočtu, jako zatížení.

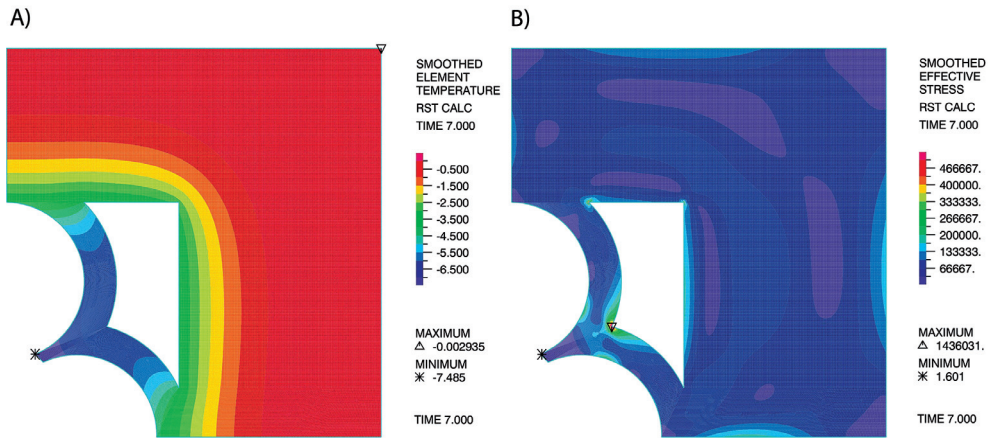
Na **obrázku 93** je zobrazeno rozložení efektivního napětí v části triforia, která se nachází v blízkosti sloupu hlavní lodi. Toto rozložení napětí bylo získáno ochlazením konstrukce v důsledku snížení teploty vzduchu v interiéru katedrály. Poloha extrémů efektivního napětí odpovídá místům, kde byly zjištěny trhliny v kružbách triforia (Beran a Drdáček 2007a).

## Teplotní namáhání historického zdiva

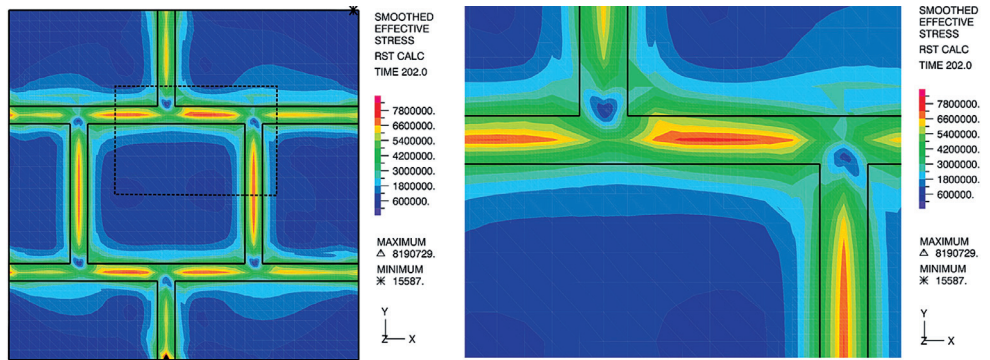
Při popisování vlivu teploty na historické památky nemůže být opomenuta problematika historického zdiva z hlediska teplotního namáhání. Historické zděné konstrukce se skládají z malty a kamenů nebo cihel. Působením počasí dochází k vydrolování malty ze spár zdiva. Vydrolenou maltu je nutno nahradit novou maltou, jejíž materiálové vlastnosti by měly zajišťovat co nejdéle životnost opravy. Zároveň by nová opravná malta měla vyhovovat památkovým požadavkům. V následujícím textu je podrobně analyzován vliv teploty na degradaci zdiva v důsledku změny teploty.

Detailní teplotně mechanická analýza zdiva byla provedena pomocí numerického modelu bloku zdiva obvodové stěny o rozměrech  $1 \times 1$  m, který byl izolován z průběžné zdi šířky 0,6 m. Vlastní model analyzoval zdivo na úrovni kamenných bloků a jednotlivých spár, jež jsou vyplněny maltou. Zdivo bylo vyzděno na vazákovou vazbu, kde ložné a styčné spáry měly tloušťku 5 cm. Rozměry kamenných kvádrů jsou výrazně vyšší a pohybují se okolo 40–50 cm.

Výpočet pole teplot ve zdivu vedl ke zjištění extrémních teplotních gradientů, kterými může být modelovaný blok zdiva namáhán. Byly uvažovány dva efekty – ochlazení a ohřátí vnějšího povrchu konstrukce.



**OBRÁZEK 93:** Napojení triforia na sloup hlavní lodí: A) rozložení teplot při ochlazování, B) rozložení efektivního napětí



**OBRÁZEK 94:** Rozložení efektivního napětí: vlevo komplexní pohled na vnější povrch elementu zdiva, vpravo detail

Významným údajem pro výpočet teplotně mechanického namáhání zdiva je teplota, při níž došlo k tuhému spojení malty a kamene. Tato teplota bude v dalším textu nazývána rovnovážnou teplotou. Pro případ ochlazení bylo uvažováno s rovnovážnou teplotou 20 °C, která odpovídá zhotovení zdiva v létě. Druhým analyzovaným efektem bylo extrémní ohřátí povrchu slunečním zářením. Rovnovážná teplota byla pro případ extrémního ohřátí stanovena na 10 °C. Tato teplota odpovídá tuhému spojení malty a kamene v jarním nebo podzimmím období.

Porovnájí-li se absolutní hodnoty teplotních gradientů, zjistí se, že teplotní gradient na povrchu má přibližně shodnou hodnotu jak při ochlazení, tak i při ohřátí vnějšího povrchu zdiva.

Vstupními daty pro výpočet napjatosti byla teplotní pole, která byla popsána výše. Pro výpočet napjatosti metodou konečných prvků byl použit fyzikálně-lineární materiálový model.

V numerickém modelu byly použity dva materiály. Prvním z nich byl pískovec, který reprezentoval kamenné bloky. Druhým materiálem byla malta, jež nebyla konkrétně specifikována – byly předepsány pouze její materiálové charakteristiky. Příčinou, proč nebylo



konkrétně specifikováno, o jakou maltu se jedná, je snaha najít parametry (materiálové charakteristiky) vhodné malty, které budou zajišťovat dobré spolupůsobení malty a kamene. Modul pružnosti a součinitel délkové teplotní roztažnosti byly z tohoto důvodu pro maltu proměnné. Pomocí numerického modelu byl analyzován vliv rozdílné délkové teplotní roztažnosti malty a kamene na napjatost v blízkosti rozhraní těchto dvou materiálů. Rozhraní mezi kamenem a maltou bylo modelováno jako tuhý kontakt po jeho celé ploše. Vzájemný posun mezi kamenem a maltou tedy nebyl v numerickém modelu dovolen.

Okrajové podmínky byly aplikovány v rozích elementu zdiva tak, aby toto podepření bylo staticky určité. K nárůstu napjatosti kvůli staticky neurčitému podepření elementu zdiva tedy nemohlo dojít.

Na **obrázku 94** je zobrazen stav napjatosti, jenž je způsoben rozdílnou délkovou teplotní roztažností kamene a malty. Tento stav napjatosti je způsoben ochlazením. Součinitel délkové teplotní roztažnosti malty je  $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Pískovec má koeficient délkové teplotní roztažnosti  $18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Modul pružnosti obou materiálů je shodný a má hodnotu 15 GPa.

Výsledkem rozdílné délkové teplotní roztažnosti malty a kamene je výrazný nárůst napjatosti ve zdivu. Nejvyšších hodnot napjatosti je dosaženo v blízkosti kontaktu malty a kamene. V kameni s narůstající vzdáleností od rozhraní hodnoty efektivního napětí silně klesají.

Pomocí této analýzy byla zjištěna závislost jednotlivých napětí na součiniteli délkové teplotní roztažnosti a modulu pružnosti malty. Na **obrázku 95** je uvedena závislost efektivního napětí v maltě na součiniteli délkové teplotní roztažnosti malty. S narůstajícím rozdílem délkové teplotní roztažnosti kamene a malty dochází k nárůstu hodnot napjatosti. Vyšší hodnoty napětí také způsobují vyšší hodnoty modulu pružnosti malty. Při malém rozdílu hodnoty součinitele délkové teplotní roztažnosti kamene a malty se blíží hodnoty napětí stavu, kdy je napjatost ve zdivu způsobená pouze nelineárním rozložením teplot ve směru tloušťky zdi. Hodnoty napětí od teploty se tedy blíží k nejnižší, nikoli však nulové hodnotě (Drdáček a Beran 2010).

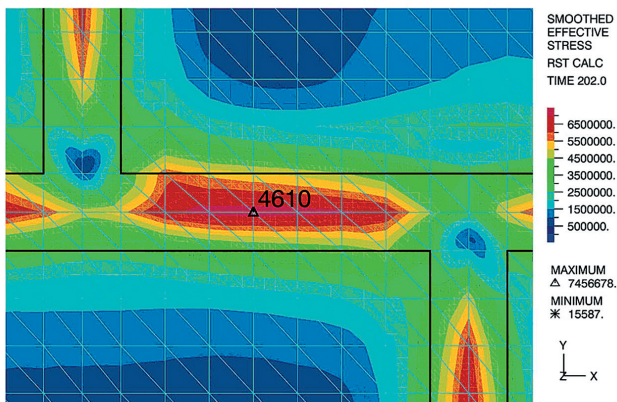
Hodnoty napětí od teploty závisí rovněž na rovnovážné teplotě konstrukce, tj. na teplotě, při které byly malta a kámen tuze spojeny. Pomocí numerické simulace popsané výše byla zjišťována optimální teplota pro tuhé spojení malty a kamene. Byly zjišťovány maximální hodnoty napětí ve zdivu pro rovnovážné teploty o hodnotě 5, 10, 15, 20, 25, 30 °C. Jednalo se o zdivo, v kterém má malta roztažnost  $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  a kámen  $18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , a modul pružnosti malty a kamene je 15 GPa. Výsledky této konkrétní analýzy jsou platné pro jihozápadní stěnu mezi exteriérem a interiérem a jsou stručně shrnuty na **obrázku 96** (Beran 2015).

Z výsledků vyplývá, že optimální teplota pro opravu zdiva je přibližně rovna průměru maximální a minimální teploty zdiva během roku. Pro jihozápadní osluněnou stěnu je tedy optimálním obdobím červen, červenec a srpen. Podobná analýza může být použita pro zjištění vhodného termínu pro opravu zdiva s jakoukoli orientací ke světovým stranám.

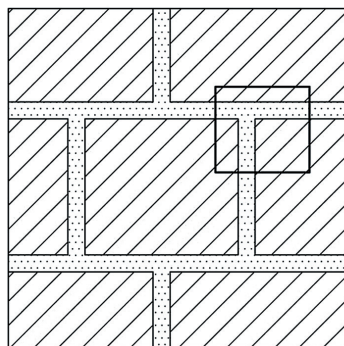
Cílem jedné části analýzy bylo zjistit vliv jednotlivých termodynamických materiálových vlastností a vlastností venkovního prostředí na charakter teplotního gradientu a na maximální teploty historického zdiva. Tyto vlastnosti ovlivňují hodnoty a charakter následného teplotního namáhání – viz výše.

Vedení tepla ve stěně probíhá dominantně ve směru kolmém k povrchu stěny. Proto mohlo být komplexní 3-D vedení tepla zjednodušeno a nahrazeno 1-D vedením tepla. V tomto případě dochází ke změnám teploty pouze ve směru tloušťky zdiva.

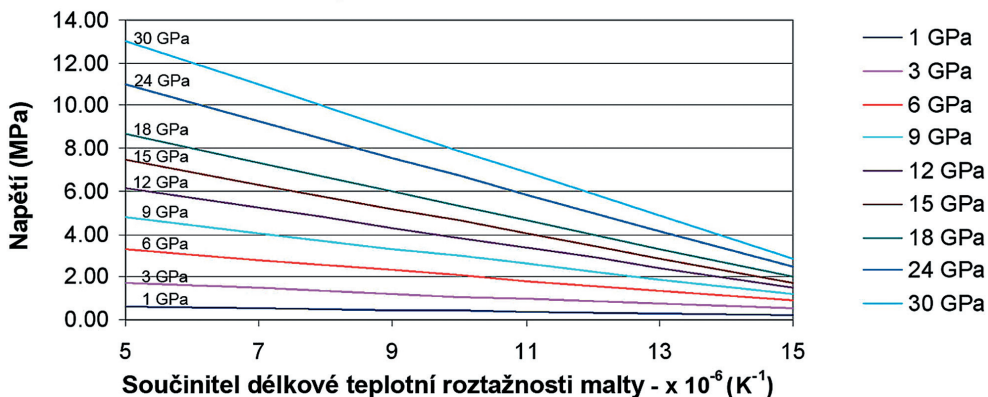
## Detail



## Komplexní pohled



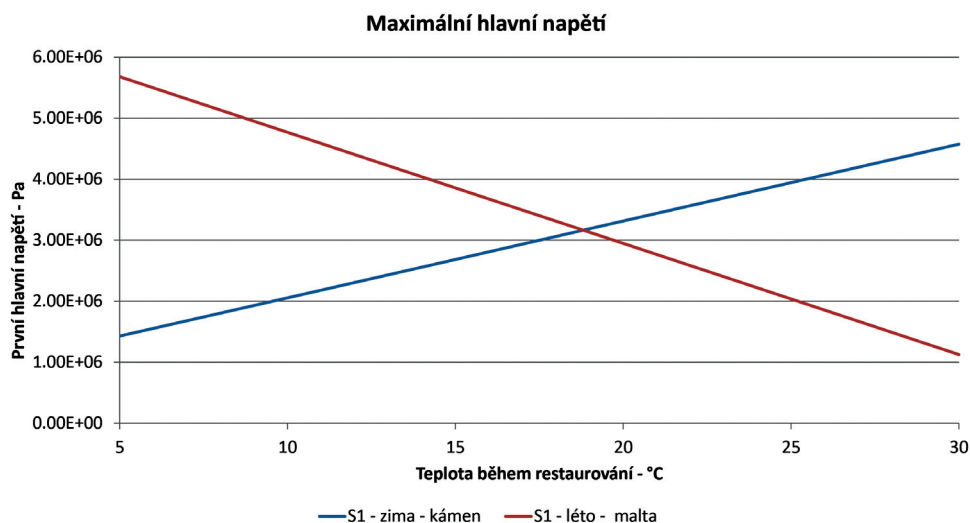
### Efektivní napětí - maximum v maltě - závislost na modulu pružnosti malty - uzel 4610



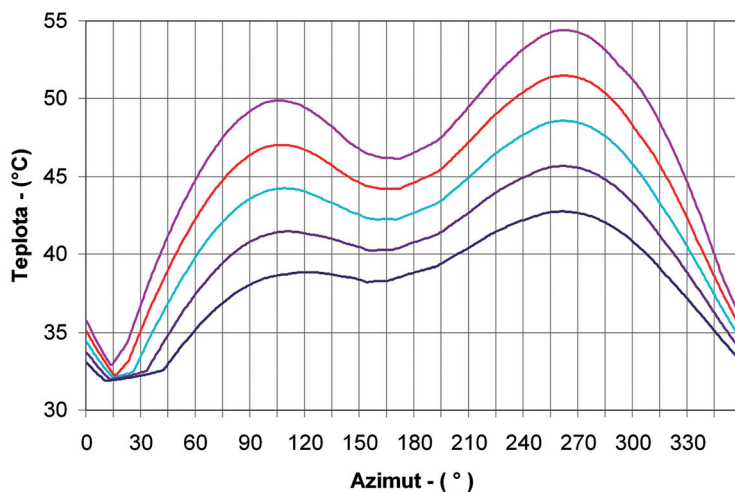
**OBRAZEK 95:** Pozice uzlu, v němž bylo dosaženo maximálního efektivního napětí v maltě (nahore). Závislost efektivního napětí na součiniteli délkové teplotní roztažnosti a na modulu pružnosti malty (dole). Napjatost byla způsobena ochlazením.

Pro numerické řešení rovnice vedení tepla v 1-D byla použita metoda konečných prvků spolu s okrajovými podmínkami, jež jsou popsány rovnicemi (10) až (12). Byl vytvořen numerický model stěny o tloušťce 0,45 metru, jejíž jeden povrch byl vystaven slunečnímu záření a teplotě vzduchu v exteriéru a druhý povrch byl vystaven pouze teplotě vzduchu v exteriéru.

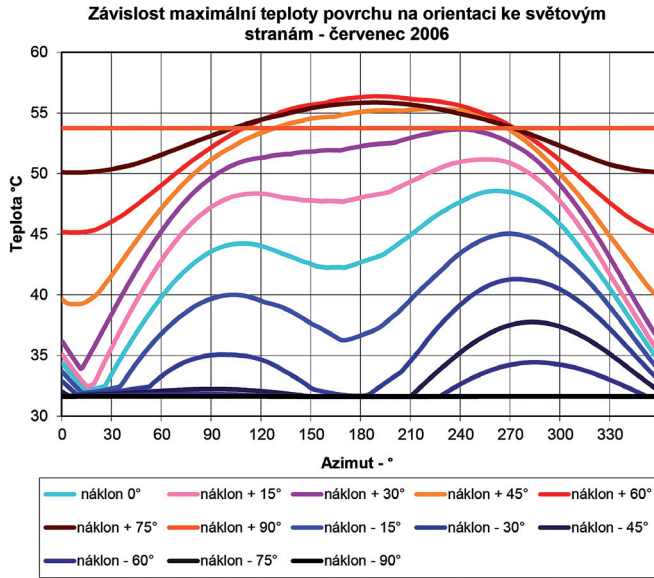
Pomocí numerického 1-D modelu byl proveden výpočet rozložení teplot v konstrukci během července 2006 v Praze. Ze všech výsledků simulace, při použití konkrétních materiálových charakteristik a parametrů vnějšího prostředí, byla zaznamenána maximální teplota povrchu zdiva. Takto byl analyzován vliv: součinitele tepelné vodivosti, objemové tepelné kapacity, součinitele pohltivosti slunečního záření, součinitele přestupu tepla a orientace ke světovým stranám (Beran 2012) (**obr. 97 až 101**).



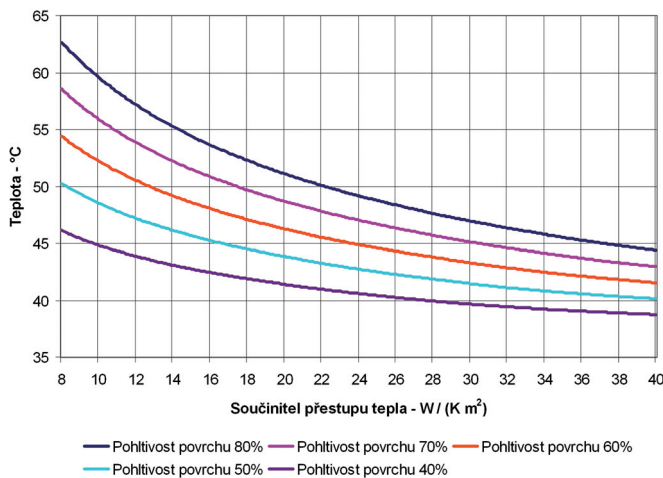
**OBRÁZEK 96:** Závislost maximální hodnoty prvního hlavního napětí ve zdivu na teplotě během restaurování



**OBRÁZEK 97:** Závislost maximální teploty svislého povrchu na orientaci ke světovým stranám. (Poznámka: Azimut je úhel, který svírá normálu daného povrchu s normálou referenčního povrchu, který je otočen k severu. Směr otáčení je následující: sever, východ, jih, západ. Je-li tedy azimut roven 0°, je povrch orientován na sever, 90° – východ, 180° – jih a 270° – západ.) Tento graf byl vypočten s koeficientem tepelné vodivosti  $1,4 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , měrnou tepelnou kapacitou  $840 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , objemovou hmotností  $2400 \text{ kg m}^{-3}$  a součinitelem přestupu tepla  $15 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^2$ .

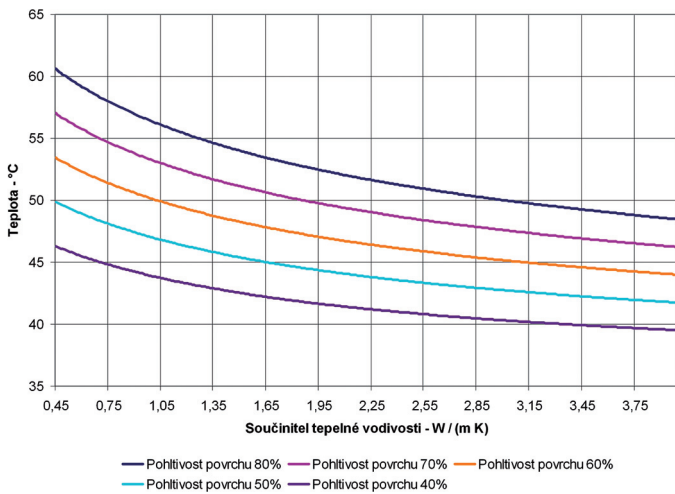


**OBRAZEK 98:** Závislost maximální teploty svislého povrchu na orientaci ke světovým stranám. Tento graf byl vypočten s koeficientem tepelné vodivosti  $1,4 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , měrnou tepelnou kapacitou  $840 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , objemovou hmotností  $2400 \text{ kg m}^{-3}$  a součinitelem přestupu tepla  $15 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-2}$ .

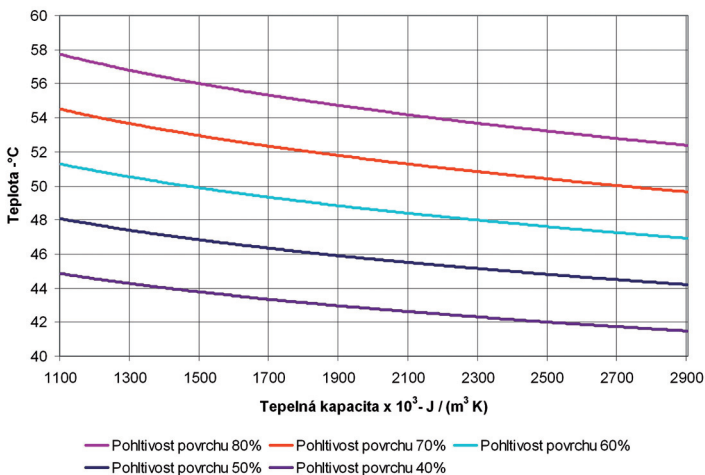


**OBRAZEK 99:** Závislost maximální teploty svislého povrchu na součiniteli přestupu tepla. Zobrazené křivky v grafu byly spočteny s těmito vstupními parametry modelu: součinitel tepelné vodivosti  $1,4 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , měrná tepelná kapacita  $840 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , objemová hmotnost  $2400 \text{ kg m}^{-3}$ , azimut normály povrchu  $262^\circ$

<sup>1</sup> Azimut je úhel, který svírá normálu daného povrchu s normálou referenčního povrchu, který je otočen k severu. Směr otáčení je následující: sever, východ, jih, západ. Je-li tedy azimut roven  $0^\circ$ , je povrch orientován na sever,  $90^\circ$  – východ,  $180^\circ$  – jih a  $270^\circ$  – západ. Náklon je úhel, který svírá příslušný povrch od svislé roviny, je-li náklon  $0^\circ$ , znamená to, že povrch je svislý, je-li náklon  $+90^\circ$ , je povrch vodorovný a je osluněn, je-li náklon  $-90^\circ$ , je povrch vodorovný a není osluněn.

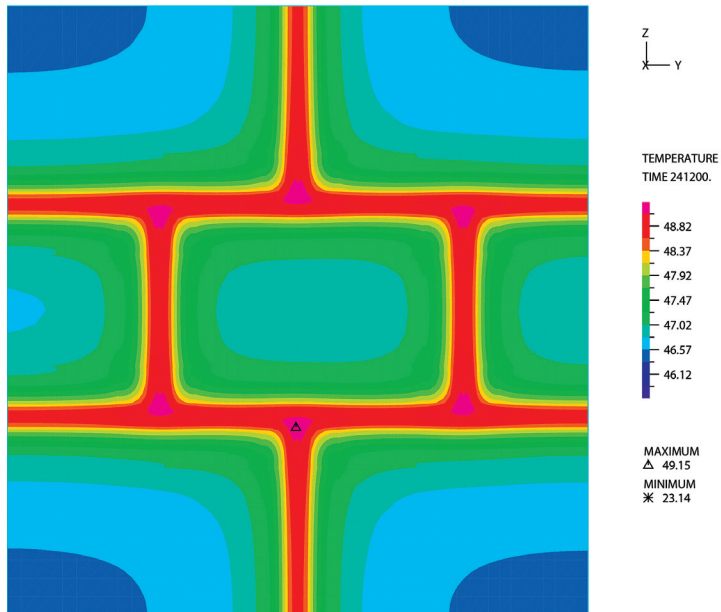


**OBRAZÉK 100:** Závislost maximální teploty na součiniteli tepelné vodivosti zdiva. Zobrazené křivky byly spočteny s těmito vstupy výpočtu: pro azimut  $262^\circ$ , měrnou tepelnou kapacitu  $840 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , objemovou hmotnost  $2400 \text{ kg m}^{-3}$  a součinitel přestupu tepla  $15 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^2$

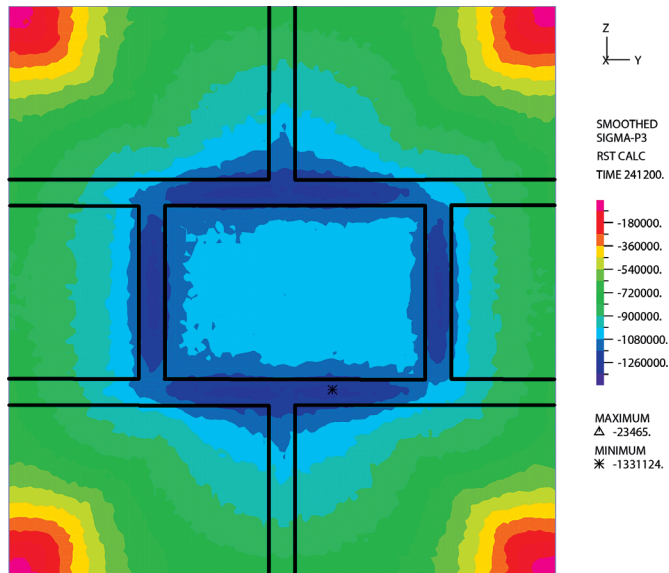


**OBRAZÉK 101:** Závislost maximální teploty povrchu na objemové tepelné kapacitě zdiva. Křivky grafu byly spočteny s těmito vstupy výpočtu: azimut  $262^\circ$ , součinitel tepelné vodivosti  $1,4 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  a součinitel přestupu tepla  $15 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^2$

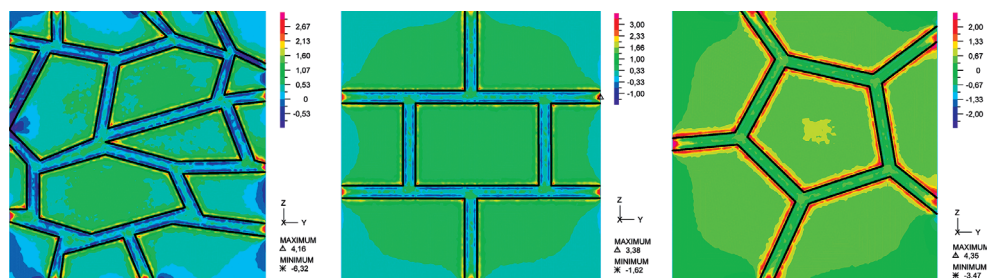
Napětí ve zdivu od teploty jsou způsobeny i rozdílným rozložením teplot v konstrukci, které je způsobeno například rozdílnou pohltivostí povrchu konstrukce, rozdílnou tepelnou vodivostí atp. Z tohoto důvodu proběhla obdobná teplotně mechanická analýza zdiva, jako je již uvedeno výše. Rozdílem je, že nyní má zdivo kromě součinitele pohltivosti slunečního záření všechny materiálové vlastnosti totožné, tj. modul pružnosti a součinitel délkové teplotní roztažnosti malty a kamene je shodný, naopak součinitel pohltivosti malty a kamene je odlišný.



**OBRÁZEK 102:** Rozložení teplot na povrchu zdiva, malta má pohltivost slunečního záření 80 %, kameny mají pohltivost slunečního záření 60 %



**OBRÁZEK 103:** Rozložení třetího hlavního napětí, napětí je způsobeno teplotním polem z obr. 105, malta má součinitel pohltivosti slunečního záření 80 %, kámen má součinitel pohltivosti slunečního záření 60 %



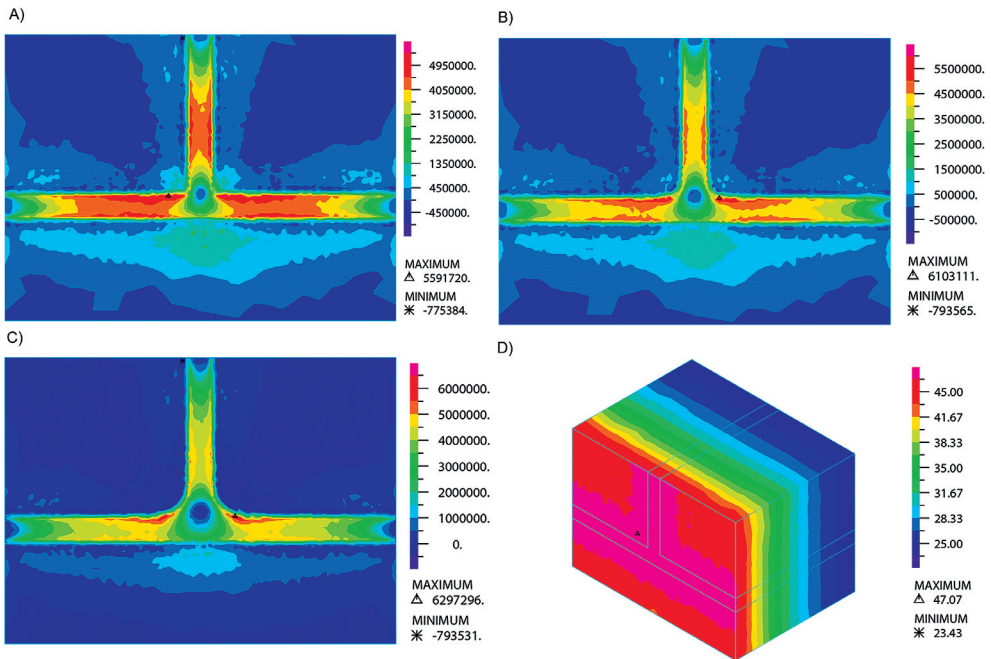
**OBRAZÉK 104:** Rozložení průměrného napětí ve zdivu, levý obrázek – zdivo z lomového kamene, prostřední obrázek – řádkové zdivo, pravý obrázek – kyklopské zdivo

Z výsledků analýzy vyplývá, že vlivem rozdílné pohltivosti slunečního záření dochází ke zvýšení napětí od teploty jen o několik málo procent vůči teplotnímu namáhání pro zdivo se shodnou pohltivostí. Například zdivo s pohltivostí 80 % má hodnotu třetího hlavního napětí v maltě 1,30 MPa, zatímco zdivo s pohltivostí malty 80 % a pohltivostí kamene 60 % má hodnotu třetího hlavního napětí ve stejném uzlu 1,33 MPa. Porovná-li se tato skutečnost s vlivem rozdílné délkové teplotní roztažnosti, je vliv rozdílné pohltivosti slunečního záření zanedbatelný. Podíváme-li se na výsledky vlivu termodynamických vlastností zdiva a vnějšího prostředí na rozložení teplot ve zdivu, je zřejmé, že rozdílné hodnoty tepelné vodivosti a tepelné kapacity mezi maltou a kamenem budou mít na napjatost zdiva od teploty ještě menší vliv než pohltivost slunečního záření (Beran 2013a).

Dalším aspektem, který může ovlivňovat napjatost zdiva, je typ jeho vazby. Byla porovnána napjatost zdiva z lomového kamene, řádkového zdiva a kyklopského zdiva. Z výsledků analýzy vyplynulo, že u všech typů vazby zdiva dochází ke vzniku dvou zón vyšších napětí podél rozhraní materiálu. Navíc dochází v místě rohů kamenů ke koncentraci napětí. Bylo zjištěno, že zpravidla k vyšším hodnotám napětí dochází v rozích kamenů, které mají nižší vnitřní úhel, než u kamenů, které mají vyšší vnitřní úhel. Napjatost na **obrázku 104** je způsobena rozdílnou roztažností malty a kamene, malta má součinitel délkové teplotní roztažnosti  $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , součinitel délkové teplotní roztažnosti kamene má hodnotu  $18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , modul pružnosti malty a kamene je 15 GPa, součinitel příčného přetvoření malty a kamene je 0,2. Numerická analýza metodou konečných prvků proběhla obdobným způsobem, jako je uvedeno v předchozím textu (Beran 2013b).

Pro podrobnější analyzování vlivu koncentrace napětí v rozích kamenů byly vytvořeny tři detailní numerické modely částí zdiva. Jednotlivé modely se od sebe liší poloměrem zakřivení kamenů v rozích. Poloměry nabývaly tři hodnot  $R = 0 \text{ mm}$  - ostrý roh, poloměry  $R = 15 \text{ mm}$ , respektive  $R = 30 \text{ mm}$  pro zaoblené rohy. Výsledky jsou spolu s tvarem modelů zobrazeny na **obrázku 105**.

Napjatost zobrazena na **obrázku 105** je způsobena rozdílnou roztažností malty a kamene, malta má součinitel délkové teplotní roztažnosti  $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , součinitel délkové teplotní roztažnosti kamene má hodnotu  $18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , modul pružnosti malty a kamene je 15 GPa, součinitel příčného přetvoření malty a kamene je 0,2. Numerická analýza metodou konečných prvků proběhla obdobným způsobem jako v předchozích kapitolách.



**OBRAZEK 105:** Výsledky získané z numerických modelů – maximální hodnoty napětí: a) rozložení prvního hlavního napětí (Pa), venkovní povrch - model s poloměrem  $R = 0$  mm; b) rozložení prvního hlavního napětí (Pa), venkovní povrch – model s poloměrem  $R = 15$  mm; c) rozložení prvního hlavního napětí (Pa), venkovní povrch – model s poloměrem  $R = 30$  mm; d) rozložení teplot – 3D pohled. Poznámka: Rozdílné měřítko bylo použito pro jasnější ukázkání charakteru napjatosti.

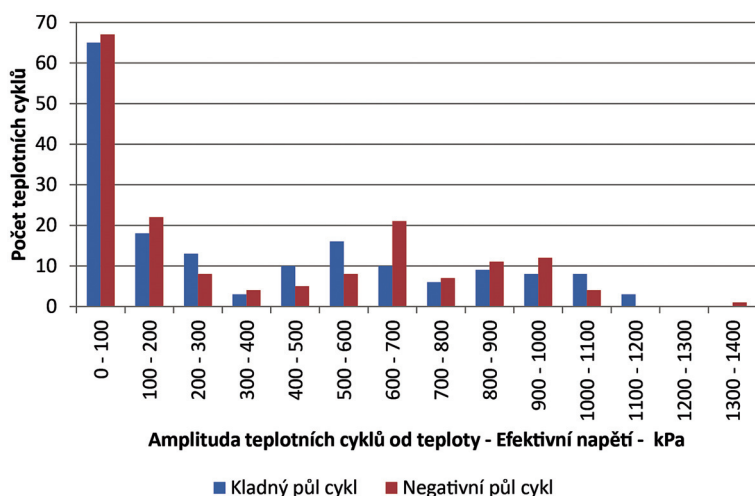
Porovnáme-li maximální hodnoty napětí v maltě na **obrázku 105** a, b, c, zjistíme, že maximální napětí v maltě se se zvyšujícím se poloměrem mírně roste. Z výsledků numerické analýzy dále vyplynulo, že se zvyšujícím se poloměrem zakřivení dochází ke značnému snížení hodnot napětí ve vnitřním rohu kamenu. Hodnota efektivního napětí pro poloměr  $R = 0$  mm je 5,26 MPa; pro poloměr  $R = 15$  mm je 3,64 MPa; pro poloměr  $R = 30$  mm je 2,43 MPa. Efektivní napětí je invariant napjatosti, který charakterizuje celkovou napjatost v daném bodě jednou hodnotou a je vypočten ze všech šesti složek napjatosti v daném bodě (Beran 2015a, b).

Napjatost zdiva od teploty závisí na rozložení teploty ve zdivu. Je zřejmé, že se teploty ve zdivu mění v důsledku střídání dne a noci a v důsledku rozdílného počasí v jednotlivých dnech, týdnech a ročních obdobích. Cílem následující části analýzy zdiva bylo ukázat množství a amplitudy jednotlivých teplotních cyklů během meteorologického léta referenčního klimatického roku v Praze.

Vzhledem k charakteru úlohy je výpočet hodnot napětí pomocí 3-D modelu zdiva velice časově náročný na výpočetní čas počítače. Z tohoto důvodu byla vyvinuta metoda, jak aproximovat 3-D napjatost ve zvoleném bodě pomocí tří na sebe navzájem kolmých 2-D modelů zdiva.

Pro analýzu teplotních cyklů byl zvolen bod v maltě, ve kterém jsou maximální hodnoty napětí. Byla analyzována jihozápadní stěna mezi exteriérem a interiérem vystavená slunečnímu záření. Rovnovážná teplota byla uvažována 18,83 °C, což je optimální hodnota pro spojení malty a kamene v jihozápadní stěně, hodnota pohltivosti povrchu byla 60 %, součinitel



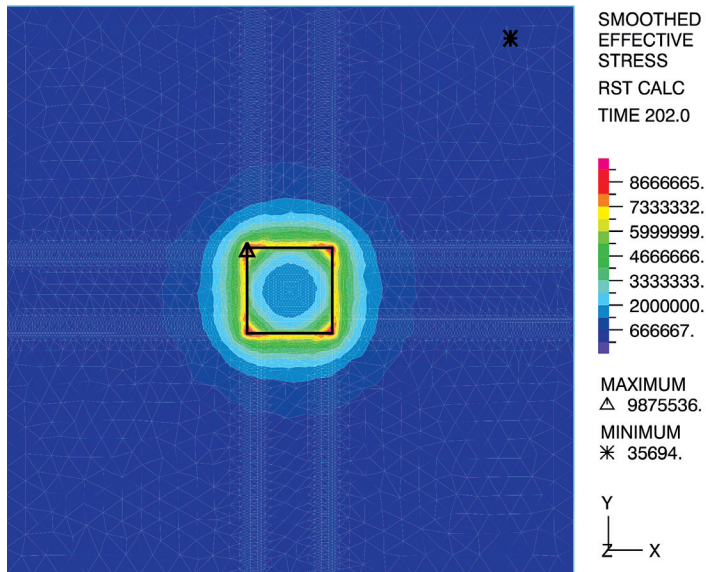


**OBŘÁZEK 106:** Množství a amplituda teplotních cyklů v maltě – bod v ložné spáře, efektivní napětí během června, července a srpna referenčního klimatického roku na Pražském hradě

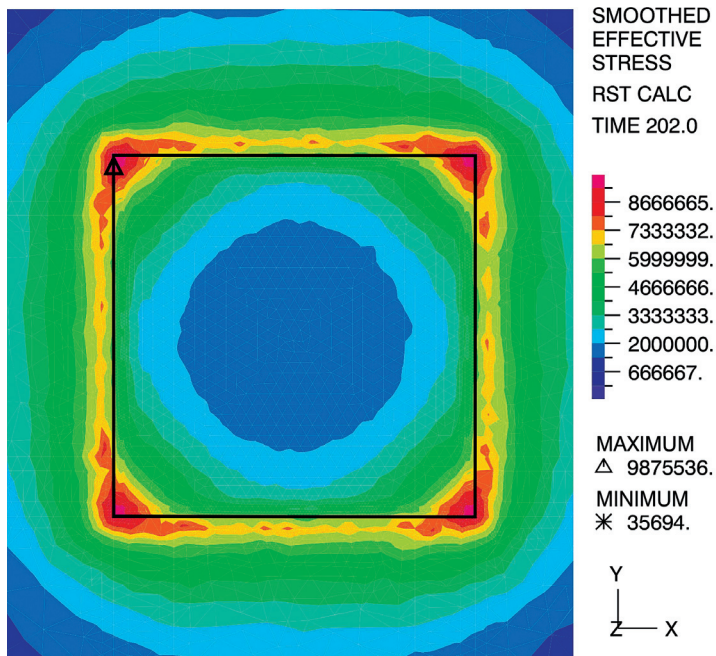
tepelné vodivosti byl  $1,4 \text{ W / (m K)}$ , objemová hmotnost byla  $2600 \text{ kg / m}^3$ , měrná tepelná kapacita byla  $840 \text{ J / (kg K)}$ , součinitel délkové teplotní roztažnosti malty byl zvolen  $11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , součinitel délkové teplotní roztažnosti kamene byl zvolen  $14 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , modul pružnosti malty a kamene byl  $15 \text{ GPa}$ , součinitel příčného přetvoření byl  $0,2$ . Rozdíl součinitele délkové teplotní roztažnosti mezi maltou a kamenem byl zvolen nízký. Tyto a mírně vyšší rozdíly mezi roztažností kamene a malty mohou běžně nastat. Výše byl rozdíl roztažnosti kamene a malty zvolen záměrně vysoký, aby bylo více zřejmé, jaký vliv má rozdílná roztažnost mezi maltou a kamenem na jednotlivý analyzovaný efekt teplotního namáhání.

V analyzovaném bodě byly zobrazeny hodnoty napětí od teploty v období červen, červenec, srpen referenčního roku platného pro Pražský hrad. Údaje o teplotě vzduchu v exteriéru a intenzitě globálního slunečního záření poskytují hodnoty měřených veličin každou hodinu. Z tohoto důvodu bylo spočteno celkem  $24 \times (30 + 31 + 31) = 2208$  hodnot jednotlivých složek napětí v analyzovaném bodě. Z šesti nezávislých složek napjatosti byly spočteny hodnoty efektivního napětí. Tyto hodnoty byly podrobeny další analýze pomocí metody padajícího deště. Byly spočteny jednotlivé kladné a záporné půlcykly. Histogram napěťových cyklů je uveden na **obrázku 106**.

Z výsledků je zřejmé, že celkové množství všech cyklů je 169 během 92 dnů. Množství teplotních cyklů s amplitudou vyšší než  $200 \text{ kPa}$  je 73. To znamená, že přibližně  $0,8$  významného cyklu nastává během jednoho dne v analyzovaném období. Během velmi horkých letních dnů obvykle nastávají cykly s nejvyššími amplitudami teplotního namáhání. Velikost amplitudy teplotního namáhání je způsobena dvěma efekty teploty. Prvním je napjatost způsobená rozdílem mezi rovnovážnou teplotou a aktuální teplotou a hodnotou rozdílu roztažnosti mezi maltou a kamenem. Druhou příčinou teplotního namáhání zdíva je nelineární teplotní gradient ve zdivu. Oba tyto efekty způsobují vyšší hodnoty napětí během slunečných dnů. Během dnů s proměnlivým počasím je větší množství teplotních cyklů od teploty s nižší amplitudou.



**OBRÁZEK 107:** Napjatost způsobená rozdílnou teplotní roztažností, je-li do zdi-  
va, kamenného bloku vložena výplň ve tvaru komolého jehlanu z materiálu,  
který má odlišnou hodnotu délkové teplotní roztažnosti než původní materiál.  
Vnější rozměry modelu jsou  $1 \times 1 \times 0,6$  m, rozměry komolého jehlanu jsou  $0,15$   
 $\times 0,15 \times 0,075$  m. Na obrázku je zobrazeno rozložení efektivního napětí – po-  
hled na stěnu – komplexní pohled – Pa



**OBRÁZEK 108:** Komolý jehlan – efektivní napětí – pohled na stěnu – detail – Pa

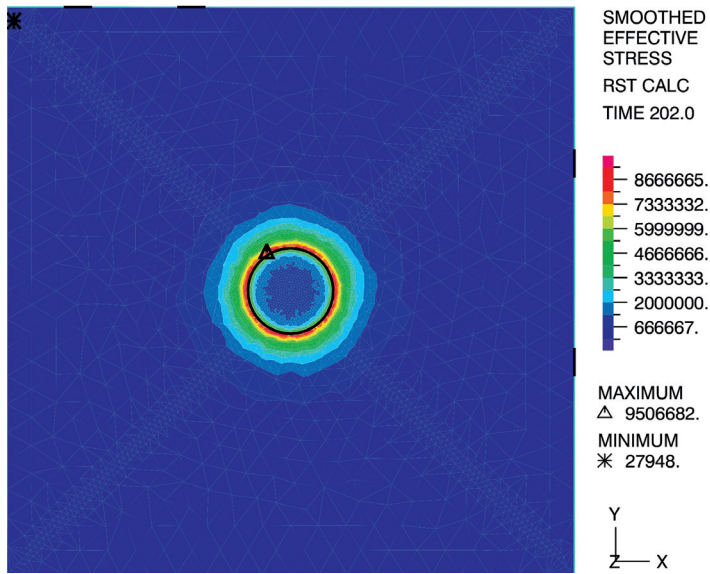
Absolutní hodnoty napětí v analyzovaném případě jsou pod hodnotami pevnosti materiálů typicky užívaných pro zdivo. Materiály používané pro zdivo jsou kvazi křehké materiály. V experimentu (Drdácký et al. 2014) bylo ukázáno, že množství teplotních cyklů potřebných k porušení kvádrů z pískovce bylo přibližně 220 000 pro tahové namáhání rovné 17 % tahové pevnosti materiálu. To znamená, že jestliže je aplikováno logaritmické pravidlo pro závislost mezi množstvím teplotních cyklů a amplitudou teplotního napěťového cyklu, získáme 1650 napěťových cyklů potřebných pro poškození materiálu s amplitudou rovnou 50 % tahové pevnosti materiálu. Proto teplotní cykly s amplitudou okolo 50 % materiálové pevnosti mohou mít významný vliv na poškození materiálu. Když se tyto informace porovnají s výsledky získanými z numerických simulací, zjistíme, že cykly napětí od teploty mohou způsobit poškození některých částí zdiva již po 5–10 letech.

### Teplotní namáhání restaurovaných výplní a výčnělků

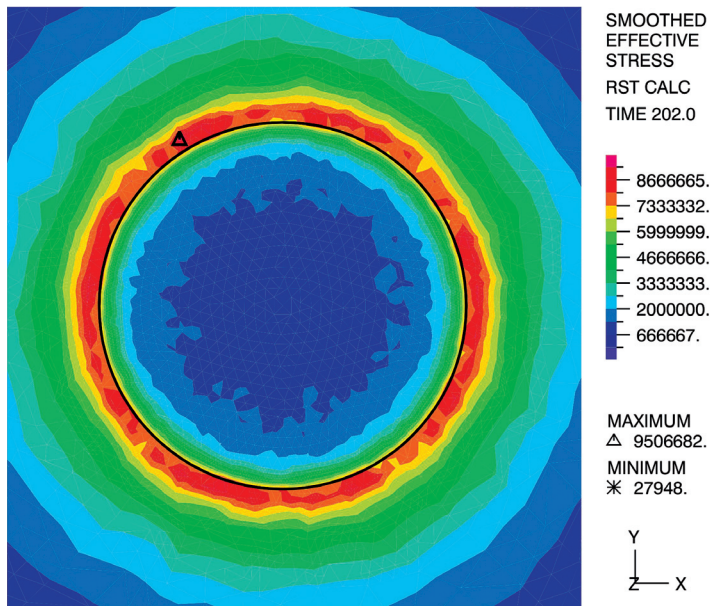
Vlivem degradace povrchových vrstev homogenního zdiva nebo kamenného bloku může dojít k vytvoření prohlubně, kterou je třeba vyplnit novým materiálem. Vyplní-li se prohlubeň materiálem, který má výrazně jinou délkovou teplotní roztažnost než okolní materiál, dochází ke vzniku značných napětí od teploty ve výplni samé a v jejím blízkém okolí. Je-li výplň ve tvaru komolého jehlanu, jsou nejvyšší hodnoty napětí v rozích výplně. Pokud je však výplň ve tvaru komolého kuželu, vytvoří se v blízkosti rozhraní materiálů zóna vysokých napětí ve tvaru prstence. U komolého kuželu jsou hodnoty maximálního efektivního napětí o cca 4 % nižší než u výplně ve tvaru komolého jehlanu. Vlivem rozdílné roztažnosti materiálů tak může dojít k poruše výplně a zvětšení prohlubně. Napětí lze výrazně snížit volbou vhodného materiálu, tj. materiálu, který má totožnou nebo velmi blízkou hodnotu součinitele délkové teplotní roztažnosti jako původní materiál. Jako bezpečný (nízký) rozdíl mezi součiniteli délkové teplotní roztažnosti dvou materiálů lze brát hodnotu  $2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (Beran a Drdácký 2007a).

Často také dochází ke ztrátám architektonických ozdobných prvků na fasádě nebo nosů kamenných soch, často v důsledku vandalství. Restaurátoři během oprav doplňují nový materiál na místo původního. Má-li nový výstupek (nos) výrazně jinou délkovou teplotní roztažnost než původní materiál, dochází ke značným napětím podél celého rozhraní materiálu, přičemž maxim je dosaženo u kořene nosu. I v tomto případě lze napětí od teploty snížit pomocí vhodné volby materiálu pro opravy (Beran a Drdácký 2011).

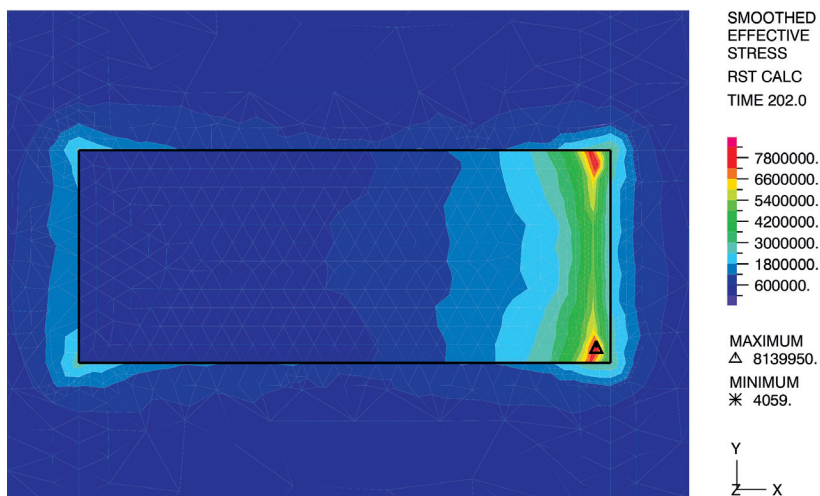
Na následujících obrázcích (**obr. 107–112**) je uvedeno rozložení efektivního napětí na rozhraní mezi výplní a základním materiálem nebo na rozhraní základního materiálu a výstupku, např. nosu, vyvolané extrémním ochlazením v Praze. Byla simulována reálná situace na stanici Praha-Ruzyně mezi 16.–25. lednem 2004, kdy teploty vzduchu klesly až na cca  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Rovnovážná teplota byla zvolena  $+20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Původní materiál a materiál výplně nebo výstupku má modul pružnosti 15 GPa, taktéž součinitel příčného přetvoření je u obou materiálů shodný a nabývá hodnoty 0,2, součinitel délkové teplotní roztažnosti původního materiálu je  $18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , součinitel délkové teplotní roztažnosti výplně (výstupku – nosu) je  $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Rozdíl délkové teplotní roztažnosti byl zvolen záměrně vysoký tak, aby byl zřejmý vliv rozdílné délkové teplotní roztažnosti na charakter napjatosti.



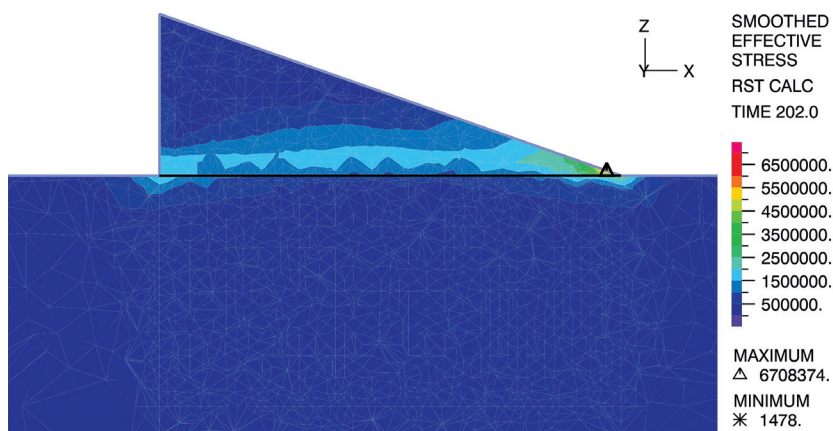
**OBRÁZEK 109:** Napjatost způsobená rozdílnou teplotní roztažností, je-li do zdi-  
va, kamenného bloku vložena výplň ve tvaru komolého kužele z materiálu,  
který má odlišnou hodnotu délkové teplotní roztažnosti než původní materiál.  
Vnější rozměry modelu jsou  $1 \times 1 \times 0,6$  m, průměr podstavy komolého kužele  
je 0,15 m, výška kužele je 0,075 m. Na obrázku je zobrazeno rozložení efektiv-  
ního napětí – pohled na stěnu – komplexní pohled – Pa



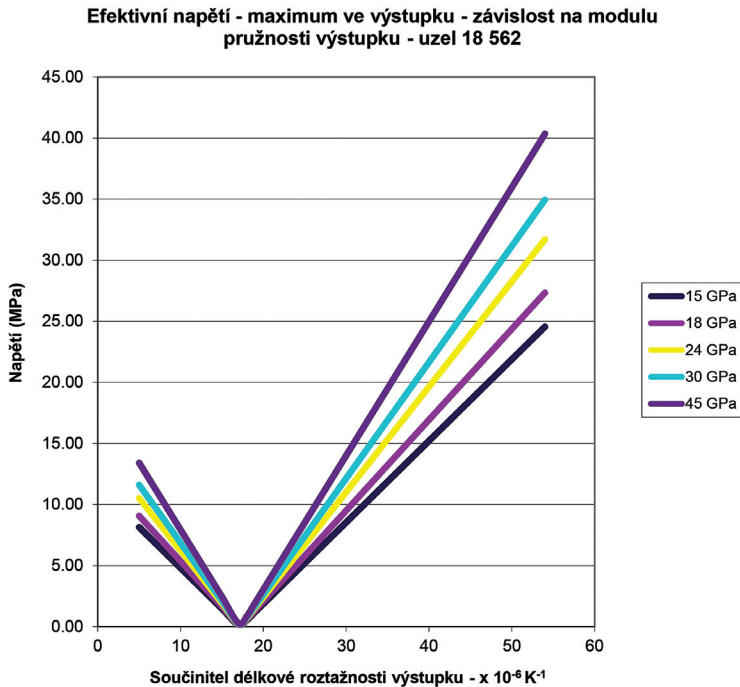
**OBRÁZEK 110:** Komolý kužel – efektivní napětí – pohled na stěnu – detail – Pa



**OBRÁZEK 111:** Napjatost způsobená rozdílnou teplotní roztažností, je-li k povrchu stěny, kamennému bloku přilepen materiál ve tvaru trojbokého hranolu (nos), který má odlišnou hodnotu délkové teplotní roztažnosti než původní materiál – rozložení efektivního napětí – pohled na stěnu – napětí v Pa



**OBRÁZEK 112:** Rozložení efektivního napětí ve vodorovném řezu kolmo k fasádě v místě maximálního napětí – Pa



**OBRAZEK 113:** Průběh efektivního napětí v závislosti na součiniteli délkové teplotní roztažnosti výstupku (nosu) v bodě, kde je maximální efektivní napětí ve výstupku (nosu), modul pružnosti původního materiálu je 15 GPa, součinitel příčné přetvoření původního materiálu a výstupku je shodný a nabývá hodnoty 0,2, součinitel délkové teplotní roztažnosti původního materiálu je  $18 \times 10^{-6} K^{-1}$

## Poděkování

Kapitola využívá výsledků výzkumu podporovaného v rámci projektu GAČR P105/12/G059 „Kumulativní časově závislé procesy ve stavebních materiálech a konstrukcích“.

## Použitá literatura

- Bednář, J., a J. Kopáček. *Jak vzniká počasí*. Praha: Karolinum, 2005. ISBN 80-246-1002-7.
- Beran P. The impact of stone shape to the thermal stress of ashlar masonry. In: Simos, T. E. a C. Tsitouras (eds.). *AIP Conference Proceedings*, 1648. Melville (NY): AIP Publishing, 2015, 090005. <https://doi.org/10.1063/1.4912393>
- Beran, P. The impact of the coefficient of absorption of solar radiation on the state of stress in heterogeneous masonry. In: Simos, T. (ed.). *AIP Conference Proceedings*, 1558. Melville (NY): AIP Publishing, 2013, 992-995. <https://doi.org/10.1063/1.4825670>
- Beran P. The impact of the masonry temperature during restoration to the thermal stress of historic masonry. In: Kruijs, J., Y. Tsompanakis a B. H. V. Topping. *Proceedings of the Fifteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing. Civil-Comp Proceedings, Vol. 108*. Kippen: Civil-Comp Press, 2015. <https://doi.org/10.4203/ccp.108.68>

- Beran, P. The impact of the type of bond on the thermal stress of historic masonry. In: Topping, B. H. V. a P. Iványi (eds.). *Proceedings of the Fourteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing. Civil-Comp Proceedings, Vol. 102*. Kippen: Civil-Comp Press, 2013, 74. <https://doi.org/10.4203/ccp.102.74>
- Beran, P. The influence of solar radiation on the distribution of temperatures in the historic masonry. In: Mammoli, A. A. a C. A. Brebbia (eds.). *Advanced Computational Methods and Experiments in Heat Transfer XII*. Southampton: WIT Press, 2012, 181-192. <https://doi.org/10.2495/HT120161>
- Beran P. a M. Drdáký. Influence of temperature changes on stresses in the triforium tracery of St. Vitus Cathedral in Prague. In: Onate, E, M. Papadrakakis a B. Schrefler. *Computational methods for coupled problems in science and engineering II*. Barcelona: International center for numerical methods in engineering, 2007, 433-436. ISBN 978-84-96736-18-4.
- Beran P. a M. Drdáký. Compatibility thermal dilatation limits of the repair material for historic masonry. In: *Proceedings of the Thirteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*. Kippen: Civil-Comp Press, 2011, 321-339. ISBN 978-1-905088-47-8.
- Beran P. a M. Drdáký. Thermal expansion compatibility of repair materials. In: *Proceedings of the Eleventh International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*. Kippen: Civil-Comp Press, 2007, 111-121. ISBN 978-1-905088-16-4.
- Beran P., J. Máca a P. Fajman. Temperature effects on one bay of St. Vitus' Cathedral. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*. 2010, 7(2), 209-217. ISSN 1214-9705
- ČSN EN ISO 6946 - *Stavební prvky a stavební konstrukce – Tepelný odpor a součinitel prostupu tepla – Výpočtová metoda*. 1998.
- ČSN 73 0540-3 – *Tepelná ochrana budov – část 3: Návrhové hodnoty veličin*. 1994.
- Drdáký, M. Notes on failures of stone elements. In: Drdáký, M. (ed.). *Proceedings of the 2. International Conference on Lessons Structural Failures*. Telč: Aristocrat, 1992, 59-66.
- Drdáký M. a P. Beran. Compatible dilation limits of masonry joint mortars. *International journal of architectural heritage*. 2010, 4(2), 155-176. <https://doi.org/10.1080/15583050902914686>
- Drdáký, M., M. Šperl a P. Beran. Tests on cumulative tensile damage of stone monuments. In: *International Conference Coastal Landscapes, Mining Activities and Preservation of Cultural Heritage*. Athens: National and Kapodistrian University of Athens, 2014.
- Drdáký, M. a P. Zíma. *Monitorování poruch sklípkové klenby v klášteře Františkánů v Kadani*. Zpráva ÚTAM AV ČR. Praha: ÚTAM AV ČR, 2008.
- Fajman, P. a J. Kott. Teplotní zatížení opěrného systému chrámu sv. Barbory v Kutné Hoře. In: *Nové trendy ve statice a dynamice budov*. Bratislava: Slovak University of Technology, 2006, 5-9. ISBN 80-227-2479-3.
- Fajman, P., J. Kott a J. Vinař. Opěrný systém chrámu svaté Barbory v Kutné Hoře. *Sborník*. 2007, 5, 127-140. ISBN 978-80-86562-09-4.
- Mills, A. F. *Basic heat and mass transfer*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999. ISBN 0-13-096247-3.