Neurčité situace a logika[1]

Petr Dvořák
Filosofický ústav AV ČR, v.v.i., Praha

1. Úvod

Logický princip sporu a princip vyloučeného třetího jsou nezřídka považovány za vzorové nutné apriorní pravdy a první principy veškerého vědění.[2] Přesto nechybějí pokusy jejich platnost omezit. Zdá se, že minimálně u druhého principu lze uvažovat o tom, že podoba reality, o níž hovoříme, určuje, zda platí, či nikoliv. Taková závislost na skutečnosti by nahlodala apriorní status principu. V následující studii pojednáme o jistém typu situací, které budeme nazývat neurčité. Bude nás zajímat, jak vypadá logika jazyka, který obsahuje výroky o těchto situacích. Jak se liší od klasické logiky? Omezíme se pouze na výrokovou logiku a zaměříme se na tři okruhy otázek:

1. Jakou pravdivostní hodnotu mají výroky o neurčité situaci? Platí princip bivalence?[3]
2. Platí princip vyloučeného třetího a jiné logické pravdy klasické logiky?
3. Jsou výrokové spojky pravdivostní funkce?

1 Tato publikace vznikla v rámci projektu „Apriorní, syntetické a analytické od středověku po současnou filozofii“ GAČR P401/11/0371 řešeného ve Filosofickém ústavu Akademie věd České republiky. Autor děkuje anonymním recenzentům Filosofického časopisu za cenné připomínky.

2 Srov. např. Aristotelés, *Metafyzika* IV, 3-6; týž, *Druhé analytiky* I, 11. Srov. Barnes, J. (ed.), *The Complete Works of Aristotle*. Vol. 1–2: *The Revised Oxford Translation*. Princeton, Princeton University Press 1984. Princip vyloučeného třetího říká, že pro každý výrok p platí: buď p, nebo *ne-p*. Chápe se jako tautologie objektového jazyka, $p \vee \neg p$. V dalším budeme též užívat zkratku LEM (*Law of excluded middle*). Princip sporu, opět tautologii objektového jazyka, $\neg(p \wedge \neg p)$, budeme zkracovat jako LNC (*Law of non-contradiction*). Obě zkratky jsou zaužívány v anglicky psané literatuře, proto je zde přebíráme.

3 Princip bivalence (dvouhodnotovosti) je sémantický princip (formulovaný v metajazyce): pro každý výrok platí, že buď je pravdivý, nebo je pravdivá jeho negace. Protože pravdivost negace výroku je zpravidla ekvivalentní nepravdivosti výroku, častěji se princip bivalence formuluje takto: pro každý výrok platí, že buď je výrok pravdivý, nebo je nepravdivý. Formálně zapsáno: $T(p) \vee T(\neg p)$, resp. $T(p) \vee F(p)$, kde „T“ a „F“ jsou predikáty metajazyka „je pravda, že…“, „je nepravda, že…“.

Neurčité situace mohou být různého druhu: neurčenost budoucnosti (platí-li indeterminismus), neurčenost hodnot určitých veličin v subatomární oblasti fyzikální reality, sémantická neurčitost, vágnost, epistemická neurčitost. Zaměříme se na objektivní typ neurčitosti: neurčitost reality spíše než neurčitost plynoucí z našeho nedostatečného poznání či jazykového uchopení skutečnosti. Proto postupně věnujeme hlavní pozornost logice výroků o budoucích nahodilých faktech a logice experimentálních výroků kvantové fyziky. Za předpokladu platnosti indeterminismu je neurčitost budoucnosti dána tím, že s přítomným stavem skutečnosti jsou slučitelné různé budoucí stavy či průběhy budoucnosti. Užijeme-li slavný Aristotelův příklad nahodilého budoucího faktu, z pohledu dneška je možné jak to, že se zítra uskuteční námořní bitva, tak to, že se táž bitva neuskuteční. Výroky o nahodilých skutečnostech v budoucnosti nazvěme BN-výroky. Příkladem BN-výroku je následující výrok a jeho negace:

„Zítra bude námořní bitva."
„Zítra nebude námořní bitva."

Jelikož se logika především zabývá vyplýváním, tedy uchováváním pravdivosti a stanovením logických pravd – výroků pravdivých ve všech interpretacích –, je základní otázkou, zda výroky o neurčitých situacích (a jejich negace) vůbec mohou být pravdivé a nepravdivé, resp. zda mají pravdivostní hodnotu a v případě, že ano, pak kterou. V otázce pravdivostní hodnoty těchto výroků se nabízejí tři odpovědi či řešení:

1. Žádný z výroků (rozuměj: výrok nebo jeho negace) není pravdivý ani nepravdivý.
2. Jeden z výroků je pravdivý a druhý nepravdivý, ale nyní nevíme, který má jakou pravdivostní hodnotu.
3. Oba výroky jsou nepravdivé.

Postupně probereme všechna tři řešení nejprve u BN-výroků a poté u experimentálních výroků kvantové fyziky.

2. Deterministický argument a jeho tři řešení

Problém pravdivostní hodnoty BN-výroků řešil již Aristotelés v jednom ze svých logických spisů (*O vyjadřování*, kap. 9). V této souvislosti formuloval deterministický argument, který z principu bivalence u BN-výroků vyvozuje, že BN-výrok i jeho negace jsou nutné, a tím nejsou nahodilé. Je-li BN-výrok nutný, pak jemu odpovídající fakt se v budoucnu nutně uskuteční. To znaurčená, že tento fakt je v daném budoucím okamžiku či intervalu součástí každého možného průběhu budoucnosti. Totéž platí *mutatis mutandis* o negaci BN-výroku a opačném faktu. Budoucnost je tedy z přítomného hlediska nutná stejně jako minulost a přítomnost. Platí tudíž všeobecný ontologický determinismus: K žádnému faktu či jeho negaci nikdy neexistuje alternativa, která by se mohla uskutečnit namísto nich. Aristotelův argument můžeme např. formulovat v metajazyce takto:[4]

1. $T(p) \vee F(p)$
2. $T(p) \rightarrow N\,T(p)$
3. $T(\neg p) \leftrightarrow F(p)$
4. $T(\neg p) \rightarrow NT(\neg p)$
5. $NT(p) \vee NF(p)$

Výrok *p* může být libovolný BN-výrok, například „Zítra bude námořní bitva". Sémantické predikáty „T" a „F" znamenají „je pravda, že…" a „je nepravda, že…". Operátor „N" čteme jako „je nutné, že…" a jeho význam objasníme v následujícím oddíle. První premisa argumentu je princip bivalence. Druhá a čtvrtá premisa vyjadřují princip „co je, nutně je, když to je", který opět vyjasníme v následujícím oddíle. Třetí premisa je obvyklou definicí toho, co znamená „nepravda" ve vztahu k pravdě a negaci. Závěr, páté tvrzení argumentu výše, je fatální, je-li *p* BN-výrok, protože vede ke zmíněnému determinismu.

Aristotelés chce argument odmítnout. Logika argumentu je v pořádku, takže je nutno ukázat, že jedna nebo více premis nejsou pravdivé. Nabízí se první premisa, tj. princip bivalence pro BN-výroky, nebo druhá a čtvrtá premisa, princip „co je, nutně je, když to je". Interpreti se již od antiky neshodnou, kterou z těchto dvou možností zvolil Aristotelés sám. Textovou oporu lze totiž najít pro obě možnosti.[5] Nám v této studii jde především o systematický pohled, výkladu Aristotela se proto podrobněji věnovat nebudeme.

Popření první premisy, tj. principu bivalence, budeme v této studii nadále nazývat „první řešení". „Řešením" míníme nikoli způsob odmítnutí deterministického argumentu, nýbrž odpověď na otázku, zda a jakou pravdivostní

4 Prawitz, D., Logical Determinism and the Principle of Bivalence. In: Stoutland, F. (ed.), *Philosophy Probings. Essays on von Wright's Later Work*. København, Automatic Press 2009, s. 11-135.

5 Z rozsáhlé literatury vybíráme podle našeho soudu nejlepší studie, které dávají dobrý přehled hlavní literatury a řešených problémů interpretačních i věcných: Craig, W. L., *The Problem of Divine Foreknowledge and Future Contingents from Aristotle to Suarez*. Leiden, Brill 1988; Gaskin, R., *The Sea Battle and the Master Argument: Aristotle and Diodorus Cronus on the Metaphysics of the Future*. Berlin – New York, Walter de Gruyter 1995; Prawitz, D., Logical Determinism and The Principle of Bivalence, c. d.

hodnotu mají BN-výroky. Popření bivalence znamená pro BN-výroky tvrdit následující: „není pravda, že každý výrok je buď pravdivý, nebo nepravdivý". Toto tvrzení je pravdivé, pokud některý výrok má nějakou jinou (třetí) pravdivostní hodnotu nebo nemá žádnou pravdivostní hodnotu. Obě varianty pojednáme v rámci „prvního řešení", odmítnutí bivalence pro daný typ výroků.

Popření principu „co je, nutně je, když to je" umožní odmítnout deterministický argument a uchovat bivalenci. Tuto možnost prozkoumáme pod názvem „druhé řešení" níže.

První řešení odmítá premisu 1, druhé řešení zavrhuje premisy 2 a 4. Je tedy zřejmé, že čistě kombinatoricky existuje ještě třetí možnost, jak odmítnout deterministický argument: popřít premisu 3. Tuto variantu Aristotelés zavrhl, protože automaticky předpokládá totožnost situace, v níž je výrok „Zítra bude námořní bitva" nepravdivý, s tou, v níže je pravdivý opak „Zítra nebude námořní bitva". Jinak řečeno, chápe výrok a jeho negaci jako vzájemně kontradiktorní. Pokud bychom ovšem chápali vztah mezi výroky „Zítra bude námořní bitva" a „Zítra nebude námořní bitva" nikoli jako kontradiktorní, nýbrž jako kontrární, bylo by možné, aby oba byly zároveň nepravdivé. Negace „Zítra nebude námořní bitva" tedy může znamenat dvojí, buď „Zítra bude NE-námořní bitva" (ne-p) nebo „NE: Zítra bude námořní bitva" ($\neg p$).[6] První je vůči „Zítra bude námořní bitva" kontrární, druhý kontradiktorický. Vidíme, že se negace liší svým dosahem. V prvním výroku je vnitřní, ve druhém vnější.[7] Pravdivost první negace implikuje druhou, ale nikoli naopak. Metajazykově vyjádřeno platí $T(\text{ne-}p) \rightarrow \neg T(p)$, ale nikoli naopak. Deterministický argument má pak po tomto rozlišení dvojí negace podobu:

1. $T(p) \vee F(p)$
2. $T(p) \rightarrow NT(p)$
3. $T(\text{ne-}p) \leftrightarrow F(p)$
4. $T(\text{ne-}p) \rightarrow NT(\text{ne-}p)$
5. $NT(p) \vee NF(p)$

Třetí premisa $F(p) \leftrightarrow T(\text{ne-}p)$ není pravdivá, protože neplatí $F(p) \rightarrow T(\text{ne-}p)$. Toto poslední odvození však argument potřebuje, aby, za předpokladu, že přijmeme $F(p)$, bylo možno s jeho pomocí a s pomocí kroku 4 odvodit $NF(p)$.

6 Russell, B., On Denoting. *Mind*, 14, 1905, 4, s. 479-493.

7 Vnitřní negaci se někdy v anglicky psané literatuře říká *choice negation*, vnější pak *exclusion negation*.

2.1 Premisa T(*p*) → NT(*p*)

O pravdivosti výroků v čase lze uvažovat dvěma způsoby, absolutně a relativně. První typ úvahy bere v potaz, který časový okamžik je aktuálně přítomný (a tím, které jsou minulé a které budoucí). Druhý typ od aktuálního plynutí času abstrahuje. Přítomný může být libovolný okamžik a relativně k němu jsou dány okamžiky minulé a budoucí. Relativní úvaha je vhodná, přejeme-li si zachytit logické, temporální či kauzální modality, u nichž nezáleží na informaci, který okamžik je aktuální a jakou podobu má skutečný svět.[8] U nynějšího problému pravdivosti BN-výroků se však jedná o modalitu, která souvisí s plynutím času, s postupnou aktualizací časových okamžiků, a proto je vhodnější uvažovat absolutně a vědět, kde se aktuálně v čase nacházíme. Nazvěme přítomný okamžik a okamžiky budoucí *dostupnými* okamžiky.

Co znamená „NT(*p*)“, tj. že výrok *p* je nutně pravdivý? Znamená to, že pro časový okamžik, v němž *p* platí, není v dostupném okamžiku (tj. v přítomnosti či budoucnosti) uskutečnitelná alternativa s *ne-p*, tj. není uskutečnitelná taková podoba světa, v níž platí *ne-p*. Použijme jazyk možných světů.[9]

Možný svět α je uskutečnitelný *pro* okamžik t_2 ze světa β *v* dostupném okamžiku t_1 právě tehdy, když β obsahuje příčiny, jejichž kauzální aktivita stačí k tomu, aby se α stal v t_2 aktuální.[10]

Uskutečnitelnost je tedy vlastností možných světů v určitém okamžiku, dostupném či nikoli, ve vztahu k jinému možnému světu v dostupném okamžiku a jeho kauzální „výbavě“.[11]

Například, je-li pravdivý indeterminismus, pak z aktuálního světa v přítomném okamžiku t_1 je uskutečnitelných vícero možných světů pro libovolný budoucí okamžik t_x, kde $x > 1$. Princip „co je, nutně je, když to je“, resp. „T(*p*) → NT(*p*)“, tedy v tomto zpřesnění znamená následující: Je-li *p* v určitém okamžiku pravdivý, pak pro daný okamžik není v žádném dostupném okamžiku z žádného z možných světů uskutečnitelný takový možný svět,

8 Logická modalita je dána konceptuální bezrozporností. Modální pojmy lze chápat jako kvantifikátory nad možnými světy. Temporální modální pojmy můžeme charakterizovat jako kvantifikátory časových okamžiků (v rámci aktuálního světa). Kauzální modalita je dána existencí či neexistencí dostatečné příčiny pro určitý fakt v témže či dřívějším čase (resp. tím, zda je nějaký existenční výrok podmíněn jiným výrokem o příčinách) bez ohledu na plynutí času v aktuálním světě.

9 Možný svět lze chápat jako maximální konzistentní stav světa (blíže srov. např. Plantinga, A., *The Nature of Necessity*. Oxford, Clarendon Press 1974, s. 2).

10 Pojem „stačit“ zde interpretujeme jako relaci mezi souborem příčin a účinkem. Nejedná se o ontologickou dostatečnou podmínku.

11 Lze namítat, že uskutečnitelný je svět jen pro dostupný okamžik. Není možné měnit minulost, tj. v přítomnosti či budoucnosti aktualizovat jiný možný svět než ten, který v minulém okamžiku byl aktuální. Jelikož není *prima facie* nekoherentní opak, resp. neměnnost minulosti je třeba argumentačně podložit, nechceme přímo v definici již tuto tezi předjímat či rozhodnout, že tomu tak je.

v němž by platilo *ne-p*. Modalita, resp. nutnost, o niž zde jde, je tedy nezměnitelnost pravdivostní hodnoty výroku pro daný okamžik. Ta je důsledkem kauzální uzavřenosti příslušného, s výrokem korespondujícího faktu v rámci dostupného času. Takový fakt nikdy nemůže pro daný okamžik nenastat. To evidentně platí o minulých a současných faktech. Žádná kauzální aktivita v přítomnosti či budoucnosti – ať už v budoucnosti svět nabude libovolné podoby – nezmění, že v daných okamžicích, v nichž tyto události nastaly, nastaly.

Princip „T(*p*) → NT(*p*)" je patrně konceptuálně, tedy logicky nutný. V deterministickém argumentu hraje zásadní roli jeho platnost v absolutní aktuální přítomnosti. Uvažujme tedy tento princip nadále jen v jeho aktuální pravdivosti, tedy v nemodalizované podobě. Je-li *p* nyní pravdivý, pak nyní i v budoucnu nelze změnit, že pro okamžik, který je nyní přítomný, platí *p*. Daný princip váže (ve smyslu logicky nutné podmínky) možnost přisouzení pravdivostní hodnoty výroku na přítomnou a budoucí kauzální fixovanost či uzavřenost pravditele. Rozlišme tedy *logický* princip „T(*p*) → NT(*p*)":

Platí-li T(*p*) v přítomném okamžiku *t*, pak pro *t* není v žádném dostupném okamžiku uskutečnitelný takový možný svět, v němž T(*ne-p*)

a *sémanticko-ontologický* princip P:

Platí-li T(*p*) v přítomném okamžiku *t*, pak pro *t* není v žádném dostupném okamžiku uskutečnitelný takový možný svět, jehož prvkem by byl fakt – pravditel *ne-p*.[12]

Dosadím-li za *p* BN-výrok, pak přítomný fakt o budoucím výskytu BN-události nelze nyní ani v budoucnu změnit: v žádném dostupném okamžiku není uskutečnitelné, aby v přítomnosti neplatilo, že *p*, tj. aby neplatil daný BN-výrok. Přítomný fakt o budoucím výskytu BN-události je tedy kauzálně fixován. Z toho zastánce prvního řešení vyvozuje, že nyní existují *vymezené* příčiny, které buď samy, nebo prostřednictvím dalších příčin v budoucnu přivodí, že nastane daná BN-událost. Jinak řečeno, že nyní, v přítomnosti, existuje dostatečná podmínka pro výskyt uvedeného budoucího faktu.[13] Alternativní možnosti, které by byly uskutečnitelné pro daný budoucí okamžik, tímto

12 To platí, *mutatis mutandis*, o nepravdivosti.

13 Máme na mysli ontologickou podmínku. Ke vztahu mezi logickou a ontologickou podmínkou srov. např. Ingthorsson, R. D., The Logical vs. the Ontological Understanding of Conditions. *Metaphysica*, 9, 2008, 2, s. 129-137. Níže hovoříme o „dostatečném důvodu", což je pojem širší než ontologická dostatečná podmínka. Dostatečný důvod je výrok či soubor výroků, který vysvětluje jiný výrok či jejich soubor tak, že není zapotřebí jiné vysvětlení.

vymezením uskutečnitelnost ztrácejí, a uskutečnitelná je výlučně možnost, v níž platí *p*. Tím je budoucí fakt nutný, a nikoli nahodilý: není uskutečnitelný jeho opak. Pravdivý nebo nepravdivý BN-výrok je tedy protimluv, jelikož každý pravdivý či nepravdivý budoucí výrok je nutný.[14] Obecně řečeno, v přítomnosti existuje dostatečný důvod připsání pravdivostní hodnoty výroku o faktu, který dosud neexistuje, ale teprve bude existovat – vymezenost jeho příčin.[15]

Formálněji zapsáno, dosazením libovolného BN-výroku za *p* ve formulaci P dostaneme

P*: Platí-li T(BN-výrok) v přítomném okamžiku *t*, pak není v žádném dostupném okamžiku uskutečnitelný pro *t* takový možný svět, který by obsahoval fakt – pravditele ne-BN-výrok.

Z toho podle zastánců prvního řešení plyne

P**: Platí-li T(BN-výrok) v přítomném okamžiku *t*, pak jsou příčiny BN-faktu v *t* vymezeny.[16]

Z řečeného plyne, že přijímáme-li princip P pro libovolný pravdivý výrok a chceme-li zároveň podržet tezi, že budoucnost je kauzálně otevřená, to znamená, že v přítomnosti neexistují vymezené příčiny některých budoucích faktů (ve smyslu postačující podmínky), pak se nabízí tato možnost: popřít, že by výroky o těchto BN-faktech byly v přítomnosti pravdivé či nepravdivé.[17] Tím znemožníme vztažení principu P na BN-výroky, a tak můžeme odmítnout P* a P**. To je první strategie odmítnutí deterministického argumentu a první způsob, jak se vypořádat s pravdivostní hodnotou BN-výroků. Stejného účinku bychom dosáhli popřením aplikace principu P na BN-výroky v tom smyslu, že P neplatí univerzálně, tj. neplatí pro libovolný výrok, tedy i BN-výrok. BN-výroky jsou pravdivé a nepravdivé, nikoli však na základě P. To je princip druhého způsobu odmítnutí deterministického argumentu a s ním souvisejícího druhého řešení problému pravdivostní hodnoty BN-výroků. Tím se budeme zabývat později.

14 Je-li pravdivá negace BN-výroku, je BN-výrok nepravdivý.

15 Tím se připouští pouze budoucí fakta, která jsou kauzálně nutná. Kauzálně nutný je fakt, u něhož zároveň existuje nebo také dříve existovala ontologická dostatečná podmínka jeho realizace.

16 Vymezenost příčin lze charakterizovat modálně: není možné, aby byl v budoucnu aktuální možný svět, který neobsahuje účinek, k němuž jsou příčiny vymezeny.

17 Nabízí se ještě možnost popřít, že by P** plynulo z P*.

2.2 První řešení

První řešení lze ve vztahu k existenci BN-faktů chápat jako antirealistické. Taková fakta v přítomnosti neexistují, proto se o nich nedá pravdivě (a nepravdivě) nic říci. Existují pouze *nutná* budoucí fakta v tom smyslu, že jsou zde vymezené příčiny těchto budoucích faktů. O těch lze hovořit pravdivě, nebo nepravdivě.

Popření bivalence u BN-výroků může znamenat dvojí: BN-výrok (nebo jeho negace) není pravdivá ani nepravdivá, pokud buďto má a) nějakou jinou pravdivostní hodnotu než „pravda" nebo „nepravda", nebo b) nemá žádnou pravdivostní hodnotu.

2.2.1 Třetí pravdivostní hodnota

Fakt, že BN-výroky nejsou ani pravdivé, ani nepravdivé lze chápat tak, že mají třetí pravdivostní hodnotu. Je všeobecně známo, že třetí pravdivostní hodnotu u BN-výroků (neurčeno, *undetermined*) zavedl Jan Łukasiewicz.[18] Výhodou tohoto přístupu je pravdivostní funkčnost: pravdivostní hodnota složeného výroku je jednoznačně dána hodnotou jeho složek. Logické spojky jsou pravdivostní funkce, jejichž definiční obor i obor hodnot představuje množina {„pravda", „nepravda", „neurčeno"}, které lze zadat tabulkami. Ty jsou totožné s klasickou výrokovou logikou tam, kde mají složky složeného výroku klasické hodnoty „pravda" nebo „nepravda". Při stanovení hodnoty funkce v případě, že jedna nebo více složek má třetí hodnotu (tj. při konstrukci tabulky, kdy jeden z argumentů je „neurčeno"), lze uvažovat dvojím způsobem: Buď chápeme třetí pravdivostní hodnotu jako „infekční" v tom smyslu, že složený výrok se složkou mající tuto hodnotu má automaticky tuto hodnotu také. Nebo chápeme třetí hodnotu jako ekvivalentní s alternativou „buď pravda, nebo nepravda", přičemž není známo, která z nich to je.[19] Łukasiewiczovy a tzv. Kleenovy silné tabulky odrážejí druhé pojetí.[20] Jelikož

18 Łukasiewicz, J., On Three-valued Logic. In: týž, *Selected Works.* Ed. L. Borkowski. Amsterdam, NorthHolland 1970, s. 87-88.

19 U Łukasiewicze lze spíše hovořit o střední hodnotě „mezi" pravdou a nepravdou.

20 Výsledkem první úvahy, podle níž je složená formule obsahující neurčenou složku vždy neurčenou, jsou tzv. Kleenovy *slabé* tabulky, jež se shodují s Bočvarovou logikou vnitřních logických spojek (k principu Bočvarovy vícehodnotové logiky se dostaneme níže). Kleene zavedl třetí hodnotu „nedefinováno" (*undefined*) u nedokázaných matematických výroků. Srov. Kleene, S. C., *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam, North-Holland 1952, s. 332-340. Neurčitá situace, o níž uvažoval, byla na rozdíl od Łukasiewicze čistě epistemická. Łukasiewiczovy a Kleenovy *silné* tabulky pravdivostních funkcí se shodují, a to až na tabulku implikace v místě, kde mají oba členy třetí pravdivostní hodnotu. U Kleena je taková implikace nepravdivá, pro Łukasiewicze je pravdivá, aby mohlo být pravdivé $p \rightarrow p$, jehož pravdivost odpovídá druhé úvaze. Té však potom neodpovídá pravdivost $p \rightarrow q$ v případě, že p i q jsou neurčené. Zde vidíme tenzi, kterou řeší až supervaluace ($p \rightarrow q$ není ani pravdivé, ani nepravdivé, $p \rightarrow p$ je pravdivé). Łukasiewicz navíc musí zakázat ekvivalenci $p \rightarrow p$ a $p \vee \neg p$.

čtenář snadno nalezne tabulky v literatuře, uvedeme zde jen tabulku disjunkce a negace.

$p \vee q$	T	I	F	p	$\neg p$
T	T	T	T	T	F
I	T	I	I	I	I
F	T	I	F	F	T

Snadno nahlédneme, že LEM v tříhodnotové logice není logickou pravdou. V případě, že má p třetí hodnotu, má složený výrok $p \vee \neg p$ rovněž třetí hodnotu, tedy není pravdivý. Totéž platí o LNC. Kleenova tříhodnotová logika nemá dokonce žádné logické pravdy, tedy výroky pravdivé v libovolné interpretaci!

Łukasiewiczovi šlo o interpretaci Aristotelovy argumentace z 9. kapitoly spisu *O vyjadřování*. Třetí hodnota měla vyjadřovat ontologickou neurčenost. Přes interpretační obtíže a různosti v dějinách interpretace tohoto textu se zdá být poměrně nesporné, že Aristotelés považoval LEM u BN-výroků za platný, popíral však pro tyto výroky princip bivalence. Interpretace založená na tříhodnotové logice naproti tomu popře jak bivalenci, tak LEM. Proto Łukasiewiczův výklad Aristotela nemůže být správný.

Systematické jádro této kritiky Łukasiewiczova přístupu, která se zatím týkala jen nesprávného výkladu Aristotela, spočívá v tom, že chceme odlišit složené výroky, které nemají pravdivostní hodnotu, od těch (se stejnou spojkou), které ji mají. To je pochopitelně možné jedině tehdy, opustíme-li pravdivostní funkčnost. U následujících výroků existují dobré důvody pro to, aby byl první pravdivý a druhý nepravdivý (a to dokonce nutně), zatímco aby třetí a čtvrtý výrok pravdivostní hodnotu neměl.

1. Zítra bude námořní bitva nebo zítra nebude námořní bitva.
2. Zítra bude námořní bitva a zítra nebude námořní bitva.
3. Zítra bude námořní bitva nebo zítra nebude pršet.
4. Zítra bude námořní bitva a zítra bude pršet.

Vše nasvědčuje tomu, že potřebujeme jinou logiku výroků, které nejsou ani pravdivé, ani nepravdivé, než je tříhodnotové pravdivostně funkční pojetí.

2.2.2 Žádná pravdivostní hodnota

Alternativou, která se nabízí, je říci, že „ani pravdivý, ani nepravdivý“ znamená „bez pravdivostní hodnoty“.[21] Logiku „mezer“ v pravdivostní hodnotě (*truth-value gaps*) vypracoval Bas van Fraassen.[22] Velkou výhodou tohoto přístupu je, že se zachovají všechny logické pravdy klasické výrokové logiky, tedy i LEM, $p \vee \neg p$, i v případě, že p nemá pravdivostní hodnotu. Jak víme, obětovat musíme pravdivostní funkčnost logických spojek.[23] B. van Fraassen vyšel ze sémantické neurčitosti a vytvořil logiku výroků nemajících pravdivostní hodnotu proto, že některé ze singulárních termínů v těchto výrocích nedenotují. Chtěl tak precizněji rozvinout stanovisko P. F. Strawsona ve známém sporu s B. Russellem ohledně pravdivostní hodnoty výroků s nereferujícími určitými deskripcemi.[24] Dnes asi nejznámější užití supervaluačního přístupu představuje řešení problému pravdivostní hodnoty výroků s vágními termíny, jak je aplikoval K. Fine a po něm další.[25] Do oblasti BN-výroků supervaluace zavedl R. Thomason[26] a zasadil je do rámce Priorovy temporální logiky.[27] Tento rámec a jeho využití v souvislosti s druhým řešením ukážeme později, proto ponecháme na později i prezentaci supervaluací u BN-výroků, třebaže logicky spadá do přítomného zkoumání.

Vágnost představuje druh neurčité situace. Diskuse se vede o její povaze. Jeden z nejznámějších autorů v této oblasti T. Williamson hájí její epistemickou podstatu.[28] V poslední době se však objevilo vícero studií o metafyzické vágnosti či spíše neurčitosti.[29] Vágnost se liší od jiných typů neurčitých situací tím, že vzniká i na vyšších úrovních, tj. v hierarchii metajazyků, které

21 V našem pojednání chápeme princip bivalence tak, že pro každý výrok platí, že je buď pravdivý, nebo nepravdivý. Je jasné, že pokud dovolíme, aby výrok neměl žádnou pravdivostní hodnotu, je bivalence v uvedeném pojetí popřena. Bivalenci lze ovšem chápat také slaběji: existují pouze dvě pravdivostní hodnoty, pravda a nepravda. Podle tohoto chápání by nynější přístup, podle něhož některé výroky nemají žádnou pravdivostní hodnotu, byl bivalentní na rozdíl od právě probraného přístupu, který pracuje s třetí pravdivostní hodnotou. Za tuto myšlenku děkuji jednomu z anonymních recenzentů.

22 Fraassen, Bas van, Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic. *The Journal of Philosophy*, 63, 1966, 17, s. 481-495.

23 Existuje ještě jeden problém. Vyplývání definované na základě supervaluace má na rozdíl od vyplývání v klasické logice globální charakter. Důsledkem je neplatnost některých inferencí. Srov. Williamson, T., *Vagueness*. London – New York, Routledge 1994, s. 151.

24 Russell, B., On Denoting, c. d.; Strawson, P. F., On Referring. *Mind*, New Series, 59, 1950, 235, s. 320-344.

25 Fine, K., Vagueness, truth and logic. *Synthese*, 30, 1975, 3-4, s. 265-300.

26 Thomason, R. H., Indeterminist Time and Truth-value Gaps. *Theoria. A Swedish Journal of Philosophy*, 36, 1970, s. 264-281.

27 Prior, A., *Past, Present and Future*. Oxford, Clarendon Press 1967.

28 Williamson, T., *Vagueness*, c. d.

29 Srov. např. Barnes, E. J. – Williams, J. R. G., A Theory of Metaphysical Indeterminacy. *Oxford Studies in Metaphysics*, 6, 2011, s. 103-148.

vágnost odstraňují. To u typů neurčitých situací, které zde zkoumáme (BN-výroky a experimentální výroky kvantové teorie), nenastává.

Vyložme supervaluační řešení otázky pravdivostní hodnoty vágních výroků neformálně. Mějme výsek barevného spektra přechodu červené v oranžovou, např. barevný proužek. Jeho horní okraj tvoří úsečku. Rozdělme ji na *n* bodů, např. takových, které ji rozdělují na stejné intervaly, řekněme x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, kde x_1 a x_5 tvoří krajní body. Mějme pět výroků formy „okolí x_i je červené", kde za „x_i" dosazujeme vždy jméno jednoho z našich pěti bodů.[30] Tyto výroky tvoří elementární výroky našeho jazyka L. Jak je tomu obvyklé ve výrokové logice, interpretační sémantická funkce přiřazuje výrokům pravdivostní hodnotu „pravda"/„nepravda". V případě našich pěti výroků však nebude interpretační funkce úplná. Výroky o tom, že okolí bodů x_1 a x_5 je červené, jsou přesné. První bude mít hodnotu „pravda", druhý „nepravda". Naproti tomu výroky o tom, že okolí bodů x_2, x_3 a x_4, je červené, jsou vágní, protože hranice rozsahu predikátu „být červený" nejsou přesně vymezeny. Proto jim interpretační funkce nepřiřadí žádnou pravdivostní hodnotu. Elementární výroky lze spojovat pomocí logických spojek ve výroky složené. Ve výrokové logice je obvyklé uvažovat další funkci, tzv. valuaci, která se v případě elementárních výroků shoduje s interpretací a která složeným výrokům přiřadí pravdivostní hodnotu na základě definic logických spojek. Jakou pravdivostní hodnotu budou mít složené výroky, které obsahují složky, elementární výroky, jimž interpretace nepřiřadila pravdivostní hodnotu? Jakou pravdivostní hodnotu bude mít např. LEM, tedy $p \vee \neg p$, pokud p nemá pravdivostní hodnotu?

Abychom otázku zodpověděli, můžeme postupovat následovně. Nad určitou interpretací, která některým výrokům nepřiřazuje pravdivostní hodnotu, lze klasickou čili bivalentní valuaci rozšířit tak, že těmto výrokům bude arbitrárně přiřazena hodnota „pravda" nebo „nepravda".[31] Každé takové valuaci všech elementárních výroků říkáme precizace (*precisification*, *sharpening*). Valuace dále přiřazuje pravdivostní hodnotu složeným výrokům podle standardních definic výrokových spojek.

Vraťme se k našemu příkladu. Každá precizace je spojena s konkrétním přiřazením pravdivostní hodnoty všem pěti výrokům. Ve všech precizacích přiřadí valuace výroku s x_1 hodnota „pravda" a výroku s x_5 hodnota „nepravda". Naproti tomu výrokům s x_2, x_3, x_4 se v každé precizaci přiřadí různá pravdivostní hodnota. Uvažujme jen tzv. *přípustné* precizace, které odrážejí sku-

30 Bod není barevný, ale větší ploška v jeho okolí ano. Předpokládejme, že se nám podaří přesně definovat pojem okolí tak, aby se jednalo o nejmenší plochu, v souvislosti s níž má smysl vypovídat barvu. Pomiňme, že se v pokusu o takovou definici může opět skrývat problém vágnosti.

31 Jak již bylo řečeno, těm výrokům, kterým interpretace přiřazuje pravdivostní hodnotu, valuace přiřazuje pravdivostní hodnotu ve shodě s interpretací.

tečnost: pokud je výroku o bodu s nižším indexem přiřazena „nepravda", pak musí být přiřazena i všem výrokům o bodech s vyšším indexem. Například pokud je výrok „okolí x_3 je červené" nepravdivý, nemůže být pravdivý výrok „okolí x_4 je červené".

Pravdivostní hodnota, kterou mají výroky našeho jazyka L, elementární a složené, je dána tzv. supervaluací, „nadvaluací", tedy valuací nad uvedenými precizacemi původní interpretace. Supervaluace (ve vztahu k původní interpretaci) přiřadí výroku (elementárnímu i složenému) hodnotu „pravda", právě když mu všechny klasické valuace přiřadily hodnotu „pravda". Totéž platí, *mutatis mutandis*, o hodnotě „nepravda". Pokud některé valuace přiřadily „pravda" a jiné „nepravda", supervaluace nepřiřadí žádnou pravdivostní hodnotu. Výsledek je tedy tento: výrok „okolí x_1 je červené" je na základě supervaluace pravdivý, výrok „okolí x_5 je červené" je nepravdivý. Ostatní tři výroky nemají pravdivostní hodnotu. Výrok, partikulární případ LEM, „okolí x_3 je červené nebo okolí x_3 není červené" je pravdivý, výrok, partikulární případ LNC „okolí x_3 je červené a okolí x_3 není červené" nepravdivý.

Poslední dva výroky, případ LEM a LNC, jsou nutné: první je logická pravda, druhý logická nepravda. Logická pravda na základě supervaluace je pravda ve všech supervaluacích, tj. v každé supervaluaci ve vztahu k libovolné interpretaci. Ať už tedy bude „ x_3" kterýkoli bod, predikát „červený" bude mít jakýkoli rozsah a výrok „okolí x_1 je červené" bude na základě dané interpretace pravdivý, nepravdivý, nebo bez pravdivostní hodnoty, pak první ze složených výroků bude na základě supervaluace vztažené k příslušné interpretaci pravdivý, druhý v téže supervaluaci nepravdivý.

Supervaluace neuchovávají pravdivostní funkčnost výrokově logických spojek: disjunkce „okolí x_3 je červené nebo okolí x_3 není červené" je pravdivá, i když oba disjunkty nemají pravdivostní hodnotu. Univerzálně tedy neplatí, že disjunkce je pravdivá, pokud alespoň jeden její člen má pravdivostní hodnotu „pravda". A naopak, pokud v situaci, kdy p ani jeho negace nemají pravdivostní hodnotu, nahradíme v disjunkci tvaru „$p \vee \neg p$" jeden z členů jiným výrokem, q, který má tutéž pravdivostní hodnotu, resp. v tomto případě nemá žádnou hodnotu, nová disjunkce, např. „$q \vee \neg p$", si neuchová v supervaluaci pravdivost, nýbrž bude bez pravdivostní hodnoty. Univerzálně tedy neplatí, že jsou-li členy disjunkce bez pravdivostní hodnoty, je disjunkce jako celek pravdivá.

2.3 Druhé řešení

V diskusi o pravdivostní hodnotě BN-výroků se zejména ve středověkém myšlení prosadila druhá strategie, jak čelit deterministickému argumentu. Připomeňme, že v tomto případě se jedná o odmítnutí druhé a čtvrté premisy deterministického argumentu: neplatí, že pravdivost p implikuje nutnou pravdivost tam, kde uvedenou nutnost pravdivost chápeme jako nezměnitelnost charakterizovanou výše. Tato strategie umožní uchovat princip bivalence (první premisu). Podle druhého řešení otázky pravdivostní hodnoty BN-výroků jsou uvedené výroky pravdivé nebo nepravdivé. Ve vztahu k nim tedy LEM platí. To bylo ve středověkém myšlení velmi žádoucí, protože zde nešlo primárně o problém logického determinismu, nýbrž o tzv. determinismus teologický. Velmi stručně vyložme tento posun, který však není z hlediska našeho zkoumání významný. Předpokládejme, že existuje ze své podstaty vševědoucí a neomylný Bůh a poznává nějaký BN-výrok *p*. Potom z esenciální vševědoucnosti a neomylnosti božího poznání plyne, že „Bůh poznává, že *p*" a *p* jsou logicky nutně ekvivalentní. Pokud Bůh BN-výroky poznává z lidského hlediska v přítomnosti, tedy před realizací příslušné BN-události, pak jsou takové výroky v přítomnosti pravdivé a nepravdivé. Tím předpoklad Božího poznání vede k logickému determinismus a k Aristotelovu argumentu popsanému výše. Ovšem předpoklad takového Božího poznání BN-dějů je pro standardní křesťanskou věrouku klíčový, jak to dokládá velké množství míst v *Písmu*, které lze stěží interpretovat jinak, než že Bůh zná BN-budoucnost. Proto řešení deterministického argumentu, které zachová bivalenci BN-výroků, bylo v teologickém kontextu výrazně preferováno.[32]

Uchování bivalence a dalších logických zákonů je velkou výhodou. Co však řešením ztrácíme? Ztráta je spíše obecnějšího než čistě logického charakteru. Popírá se zde princip „co je, nutně je, když to je" založený na sémanticko-ontologickém principu v univerzalistické podobě, který jsme nazvali P, a jeho důsledky[33]: přítomná pravdivost výroku není již vázána na *současnou* existenci faktu, existenci jeho kauzálních důsledků či vymezených příčin. Pravditelem výroku nadále může být také neexistující a v okamžiku platnosti výroku kauzálně nevymezený fakt. K budoucí existenci takového faktu z hlediska přítomného kauzálního stavu skutečnosti existuje alternativní možnost. Jeho budoucí výskyt je vzhledem k přítomnému kauzálnímu nastavení možný, ale stejně tak je možný i výskyt jeho opaku. V přítomném stavu příčin není nic, co by umožnilo daný fakt preferovat. Z tohoto hlediska tedy v přítomnosti chybí dostatečný důvod pro to, abychom uvedenému faktu

32 Ve středověké scholastice nechyběli zastánci Aristotelova učení: P. Auriol a P. de Rivo. V návaznosti na diskusi, kterou vyvolal druhý ze zmíněných scholastiků v Lovani, odsoudil Papež Sixtus IV. v roce 1474 toto řešení jako odporující víře. Srov. např. Schabel, Ch., *Theology at Paris, 1316-1345. Peter Auriol and the Problem of Divine Foreknowledge and Future Contingents.* Ashgate, Aldershot 2001; Normore, C. G., Petrus Aureoli and His Contemporaries on Future Contingents and Excluded Middle. *Synthese*, 96, 1993, 1, s. 83-92.

33 Princip P chápaný univerzalisticky, tj. pro libovolný výrok, stanovuje nutnou a postačující podmínku připsání pravdivostní hodnoty tomuto výroku.

připsali budoucí aktualitu, a tím také přisoudili pravdivost jemu odpovídajícímu BN-výroku.

Nynější pozice považuje za dostatečný důvod připsání pravdivosti BN-výroku samu budoucí realizaci faktu, o níž se dozvíme, až uplyne příslušný čas a z dnešního hlediska budoucí okamžik se stane přítomným a posléze minulým. Tím se rozpojuje vazba mezi sémantikou, ontologií a epistemickou situací. Znalost pravdivostní hodnoty, alespoň v principu, není nutná pro pravdivou výpověď o tom, jak věci jsou. To je typický rys realistické pozice.

Ve vztahu k pravditelům BN-výroků v přítomnosti, tj. budoucím faktům, vzniká otázka, zda se jedná o neurčitost jen epistemickou, nebo ontickou.[34] Zastánci prvního typu řešení, antirealisté, vidí situaci následovně:

Ontická neurčitost BN-faktu v přítomnosti znamená, že budoucí fakt neexistuje ani není vymezen co do své budoucí existence ve svých příčinách. Pokud bychom připustili, že budoucí fakt neexistuje, ale je ke své budoucí existenci vymezen v příčinách, nebo dokonce již v přítomnosti nějak slaběji existuje, pak bychom byli ohledně existence budoucích událostí realisté, ale takové události jsou určité, a tím i nutné. Nejedná se tedy o BN-události či fakta. Pokud by ve vztahu k takovým faktům v přítomnosti existovala neurčitost, byla by pouze epistemická, tj. byla by to neurčitost našeho poznání. Shrňme přehledně v tabulce:

	Typ neurčitosti	Pozice
Příslušný fakt není v přítomnosti kauzálně vymezen	Ontická neurčitost	Antirealismus
Příslušný fakt je v přítomnosti kauzálně vymezen	Jen epistemická neurčitost	Realismus

Zastánci druhého řešení spatřují v tom, co bylo právě vyloženo, falešné dilema. Ve skutečnosti je možná jakási střední pozice: s realismem slučitelná ontická neurčitost. Realismus totiž bezpodmínečně *nevyžaduje* přítomnou existenci budoucího faktu či alespoň vymezenost v příčinách. Právě nevymezeností příčin je způsobena ontická neurčitost. Takový realismus je ovšem slabší: Budoucí fakt sice v žádné podobě neexistuje v přítomnosti – ani jako takový, ani ve vymezení příčin, jak by tomu bylo v silnějším pojetí realismu –, ale existuje až v budoucnosti, resp. teprve bude existovat. Budoucí existence faktu není tedy totéž co přítomná existence budoucího faktu.

34 Ontická neurčitost implikuje epistemickou. Naopak to neplatí.

	Typ neurčitosti	Pozice
Příslušný fakt není kauzálně vymezen	Ontická neurčitost	Antirealismus
Příslušný fakt není kauzálně vymezen	Ontická neurčitost	Slabý realismus
Příslušný fakt je kauzálně vymezen	Jen epistemická neurčitost	Silný realismus

Po ontologické stránce existuje rozdíl mezi aktuálním BN-faktem, jehož příčiny v přítomnosti vymezeny nejsou, nutným budoucím faktem, jehož příčiny v přítomnosti vymezeny ve smyslu ontologicky nutné podmínky jsou, a pouze možným faktem, který nebude aktuální a jehož příčiny, podobně jako u aktuálního BN-faktu, vymezeny dosud nejsou. Z hlediska přítomného vymezení příčin tedy mezi BN-faktem a faktem, který je pouze možný, ale nebude skutečný, žádný rozdíl není. V tomto smyslu jsou oba možné a nahodilé, protože v přítomnosti není kauzálně určeno, který z nich se realizuje (ve smyslu postačující podmínky), třebaže lze hovořit o budoucím určení či vymezení příčin.

Logikou výroků o budoucnosti se zabývá temporální logika.[35] Rozdíl různých řešení lze redukovat na hledání a stanovení adekvátních pravdivostních podmínek výroků tvaru „F*p*“, kde „F“ představuje operátor budoucího času „bude pravda, že“.[36] Formální model, tj. abstraktní formální uchopení temporální reality, která není deterministická, představuje tzv. BT-struktura (kde „BT“ znamená „branching time“ čili „rozvětvující se čas“). Všechna řešení problému pravdivostní hodnoty BN-výroků, o nichž je v této studii řeč, lze zachytit v dané struktuře. BT-struktura je uspořádaná dvojice (M, <), což je množina temporálních bodů, M = {*a*, *b*, *c*… }, částečně uspořádaná relací „dřívější-možně pozdější“. Tuto relaci symbolizujeme pomocí symbolu „<“. Každý temporální bod představuje možnou podobu reality (možný svět) v daném časovém okamžiku. Relace < je reflexivní, antisymetrická a tranzitivní a dále ji charakterizují dvě formální vlastnosti, které zde představíme neformálně:

(i) pro libovolné dva body ve struktuře existuje (společný) bod, který je dřívější než každý z nich;

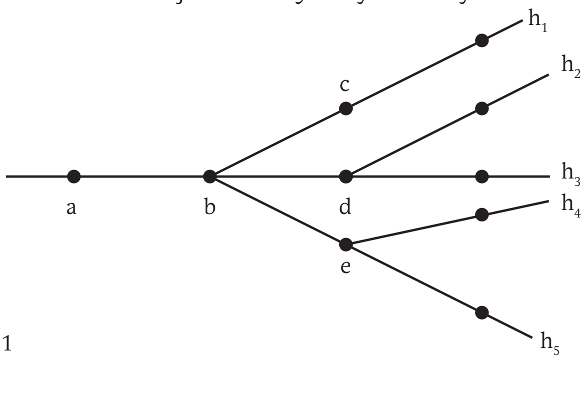
35 Tvůrcem tohoto přístupu je především Arthur Prior. Srov. Prior, A., *Past, Present and Future*, c. d. K výkladu dějin temporální logiky pak Øhrstrøm, P. – Hasle, P. F. V., *Temporal Logic: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*. Dordrecht – Boston – London, Kluwer Academic Publishers 1995.

36 V temporální logice ještě existuje operátor „P“, „bylo pravda, že…“, např. „P*p*“ je dobře utvořená formule. Výroky bez operátoru, např. *p*, lze chápat tak, že je předchází implicitní operátor „je nyní pravda, že…“.

(ii) libovolné dva body dřívější než kterýkoli bod jsou uspořádány danou relací.

Druhá z vlastností zakazuje „větvení" do minulosti, tj. neumožňuje, aby body, které předcházejí nějaký bod, nebyly spolu v relaci. První z vlastností zaručuje, že se vposled jedná jen o jednu stromovou strukturu, a nikoli o více paralelních stromů. Každé dva body struktury mají společného předka. Je zjevné, že představenou strukturu lze vyjádřit stromovým grafem, v němž uzly představují temporální body, hrany pak uspořádání bodů příslušnou relací. Pro účely, které budou zřejmé později, je užitečné zavést podmnožiny množiny M, které představují maximální množiny všech bodů, jež jsou spolu v relaci.[37] Tyto podmnožiny nazvěme „historie": h_1, h_2, h_3… Lze definovat také množiny okamžiků, tj. temporálních bodů struktury, které nejsou v příslušné relaci, ale představují časově paralelní body.

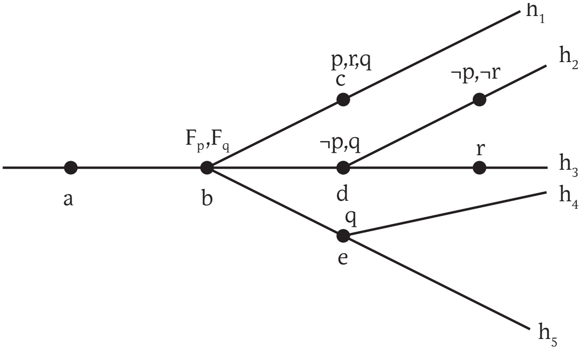
Abychom vyjádřili, že minulost a přítomnost jsou nutné ve smyslu diskutovaném výše, zatímco budoucnost je nahodilá, je užitečné interpretovat tuto strukturu tak, že zde existuje následující bod: Je to bod, který je a) jediným prvkem množiny okamžiků a b) všechny body, které jsou v dané relaci jeho předchůdci, mají stejnou vlastnost. Tento bod je tak možno chápat jako přítomný v absolutním smyslu. Všechny dřívější body jsou lineárně uspořádány.[38] Přítomnost je také počátek větvení, tzn. nelineálního uspořádání pozdějších bodů.[39] Toto větvení lze interpretovat jako chronologie temporálních bodů – posloupnosti možných podob skutečnosti (sukcesí možných světů). Indeterministický model skutečnosti se liší od deterministického právě tím, že zatímco první umožňuje větvení do budoucnosti, druhý nikoliv. V deterministickém modelu jsou *všechny* body množiny M lineárně uspořádány.



Obrázek 1

37 Připomeňme, že uspořádání je částečné, tj. ne všechny body množiny M jsou spolu v relaci.
38 „Dřívější" ve smyslu časového uspořádání množin okamžiků.
39 „Pozdější" ve smyslu časového uspořádání množin okamžiků.

Model[40] určité temporální logiky, která je extenzí výrokové logiky, pak představuje struktura (M, <, *v*), kde (M, <) je nám již známá BT-struktura a „*v*“ značí valuační funkci, která formulím jazyka temporální logiky *p, q, r, …, ¬p, p ∧ q, …,* F*p* … přiřazuje pravdivostní hodnotu v každém temporálním bodě dané BT-struktury v závislosti na historii, jíž je bod prvkem. Jeden bod může být, a zpravidla i je, prvkem více historií. Například bod v absolutním smyslu přítomný a body minulé jsou prvky všech historií. Pro valuaci jednoduchých formulí typu *p* a ¬*p* by stačilo přiřadit pravdivostní hodnotu v bodě bez odkazu k historii. Odkaz k historii je však nutný pro ohodnocení formule s operátorem budoucího času, tj. formule typu „F*p*“, např. „Zítra budu mít dovolenou“. Formule $F_b^{h1}\,p$ má pravdivostní hodnotu pravda, zatímco $F_b^{h2}\,p$ je nepravdivá.[41]



Obrázek 2

Podle prvního řešení $F_b\,p$, např. „Zítra budu mít dovolenou“, buď má třetí pravdivostní hodnotu, nebo nemá žádnou pravdivostní hodnotu. Naproti tomu formule $F_b\,q$, např. „Zítra bude pršet“, je pravdivá.[42] První formule představuje BN-výrok, druhá pak nutný výrok o budoucnosti. R. H. Thomason formuloval supervaluační řešení pro pravdivostní hodnotu BN-výroků.[43] Valuace se týká formulí typu $F_{bod}^{historie}\,p$, supervaluace pak formule $F_{bod}\,p$, a to takto: Přiřadí-li valuace všem formulím lišícím se jen parametrem historie v konkrétním bodě hodnotu „pravda“, pak formule F*p* v tomto bodě nabývá na základě supervaluace hodnotu „pravda“. Přiřadí-li naopak valuace všem

40 Nyní užíváme slovo „model“ ve smyslu logického modelu. Výše jsme užívali slovo „model“ pro abstraktní formální uchopení skutečnosti.

41 Dolní index značí bod evaluace, horní index příslušnou historii. Předpokládáme, že ve všech budoucích bodech historie h_2 platí ¬*p*.

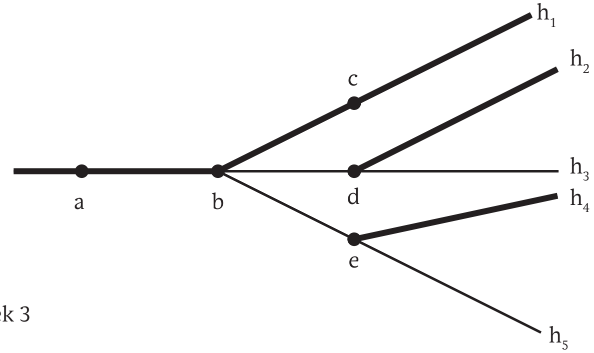
42 Předpokládáme, že meteorologická situace v daném čase je výsledkem deterministických procesů.

43 Thomason, R. H., Indeterminist Time and Truth-value Gaps, c. d.

takovým formulím hodnotu „nepravda“, učiní supervaluace formuli F*p* nepravdivou. V případě, že valuace v daném bodě přiřadí některým formulím lišícím se jen parametrem historie hodnotu „pravda“ a jiným hodnotu „nepravda“, supervaluace nepřiřadí formuli F*p* žádnou pravdivostní hodnotu.

Podle druhého řešení BN-výrok $F_b\ p$ má pravdivostní hodnotu „pravda“ nebo „nepravda“. Nyní musí být navíc určeno, která z historií h_1, h_2, h_3 … je ta pravá, tzn. která bude aktuální. Řekněme, že je to h_1. Potom je naše formule v daném modelu rozšířeném o aktuální historii, (M, <, h_1, *v*), pravdivá. Tedy např. výrok „Zítra budu mít dovolenou“ je pravdivý, protože podoba reality, v níž mám zítra dovolenou, představuje jeden ze sledu aktuálních budoucích světů. Této privilegované čili aktuální historii se v literatuře říká *thin red line*, tenká červená linie, zkratkou TRL. Uvedená pozice bývá v literatuře spojována se jménem V. Ockhama (tzv. ockhamismus).[44]

Pojetí BT-struktury s tzv. absolutní TRL ovšem čelí kritice. Neskýtá totiž možnost určit pravdivostní hodnotu do budoucna zaměřených kontrafaktuálních formulí, např. „Kdybych zítra neměl dovolenou, pak bych nešel do práce pozítří“, tedy „Kdyby F ¬*p*, pak by F(F ¬*r*)“. Je zapotřebí, aby byla TRL stanovena i v rámci historií, které nepředstavují aktuální TRL, tedy v našem případě h_1. To vede k myšlence TRL jako funkce: Každému bodu je přiřazena historie, která je *z hlediska tohoto bodu* aktuální historií, tedy TRL. Z hlediska přítomného bodu *b* hraje roli TRL historie h_1, TRL(*b*) = h_1, z hlediska bodu *d*, který neleží na TRL(*b*), platí TRL(*d*) = h_2, atd. pro každý bod.



Obrázek 3

44 Prior nazývá „ockhamismem“ řešení, které ovšem není absolutním pojetím TRL, nýbrž pojetím, kde TRL předpokládá mluvčí. Ockhamismus jako absolutní TRL hájí Øhrstrøm, P., In Defence of the Thin Red Line: A Case for Ockhamism. *Humana.Mente*, 8, 2009, s. 17-32. K Ockhamovu řešení srov. Ockham, W., *Predestination, God‘s Foreknowledge, and Future Contingents.* 2. vyd. Úvod, překlad, poznámky M. McCord Adams a N. Kretzmann. Indianapolis, Hackett Publishing Co. 1983. Pro nejnovější diskusi srov. Correia, F. – Iacona, A. (eds.), *Around the Tree. Semantic and Metaphysical Issues Concerning Branching and the Open Future*. Dordrecht – Heidelberg – New York – London, Springer 2013.

Uvedenou námitku proti absolutnímu pojetí TRL formulovali N. Belnap a M. Green, kteří zároveň navrhli i možné řešení, totiž zavedení funkčního pojetí TRL, aby jej však vzápětí podrobili kritice a odmítli.[45] Hlavní osten kritiky funkčního pojetí TRL spočívá v tom, že v právě vyloženém modelu neplatí velice intuitivní inference $\mathrm{F}p \rightarrow \mathrm{PFF}p$, např. „Jestliže zítra bude námořní bitva, pak včera bylo pravda, že pozítří bude námořní bitva". Např. v bodě *d* neplatí $\mathrm{F}\neg r \rightarrow \mathrm{PFF}\neg r$, jak se snadno může čtenář přesvědčit pomocí obrázku.[46]

P. Øhrstrøm se pokouší čelit kritice tím, že do modelu přidá ještě jeden parametr, vybranou historii z podmnožiny historií přiřazenou bodu. Každému bodu je přiřazena podmnožina množiny historií, které jím procházejí. Vyberou se pouze ty historie, které kopírují TRL nejbližších budoucích bodů, bezprostředních následníků v relaci <, pak jejich následníků atd. *ad infinitum*, takže procházejíce stromem, zůstáváme stále na TRL. Například v našem obrázku bodem *b* procházejí historie h_1 až h_5. Do uvedené množiny zařadíme pouze historie h_1, h_2, h_4. TRL přítomného bodu je pochopitelně jednou z takto vybraných historií (h_1). Pravdivostní hodnota je pak funkcí *v* přiřazována relativně k určité historii ležící v této podmnožině. Tím se problém výše zmíněné inference vyřeší, resp. inference platí (v bodě *d* vzhledem k h_2).[47]

A. Malpass a J. Wawer na rozdíl od Øhrstrøma přijali Belnapovu a Greenovu kritiku funkční TRL, tuto koncepci zavrhli a vrátili se k absolutní TRL.[48] Pravdivostní hodnotu kontrafaktuálních BN-výroků řeší pomocí supervaluací. Tím kombinují druhé řešení problému pravdivostní hodnoty BN-výroků s prvním, které podle nich platí jen pro kontrafaktuální BN-výroky, tedy výroky o budoucích částech historií kromě té, která tvoří absolutní TRL. Tyto kontrafaktuální BN-výroky tedy nemají pravdivostní hodnotu. Obecně, kontrafaktuální výroky s operátorem budoucího času jsou pravdivé a nepravdivé jen tehdy, platí-li příslušný výrok či jeho negace ve všech větvích vycházejících z bodu evaluace.

Malpass a Wawer v průběhu hledání řešení odmítli koncepci, podle níž by pravdivostní hodnota formule F*p* v určitém bodě závisela na modelu. Modely se liší tím, kterou historii považují za aktuální. Jeden model vystihuje realitu, ostatní jsou kontrafaktuální. Typ řešení založeného na myšlence vícera

45 Belnap, N. – Green, M., Indeterminism and the Thin Red Line. *Philosophical Perspectives*, 8, 1994, s. 365-388; Belnap, N. – Perloff, M. – Xu, M., *Facing the Future: Agents and Choices in Our Indeterministic World*. New York, Oxford University Press 2001, s. 133-176. Funkční pojetí TRL bývá chápáno jako současné formální rozpracování myšlenky scholastického teologa L. de Moliny. Proto se hovoří o molinismu. Viz Belnapovská kritika u Restalla: Restall, G., Molinism and the Thin Red Line. In: Perszyk, K., *Molinism: The Contemporary Debate*. London Routledge 2012, s. 227-238.

46 Závorky u iterovaných temporálních operátorů F a P neuvádíme.

47 Belnap v knize o řešení ví, ale zatím je nehodnotí. Belnap, N. – Perloff, M. – Xu, M., *Facing the Future: Agents and Choices in Our Indeterministic World*, c. d., s. 169.

48 Malpass, A. – Wawer, J., A Future for the Thin Red Line. *Synthese*, 188, 2012, 1, s. 117-142.

modelů upřednostňuje R. Mastop a předkládá pro to řadu argumentů.[49] Domníváme se, že daný přístup, pokud by byl vypracován v analogii s dvoudimenzionalismem v modální logice, by mohl být slibný. Dvoudimenzionalismus totiž umožňuje měnit perspektivu v tom smyslu, že lze považovat ten či onen model za aktuální a zároveň uchovat informaci o tom, který model je doopravdy aktuální.

2.4 Třetí řešení

Diskuse o pravdivostní hodnotě BN-výroků umožňuje ještě třetí řešení, které sice Aristotelés explicitně ve svém textu (*O vyjadřování*, kap. 9) odmítl, ale které našlo své zastánce jak ve scholastice, tak ve 20. století.[50] Z hlediska naší klasifikace se jedná o antirealistickou pozici s bivalencí. Princip řešení založený na rozlišení vnější a vnitřní negace jsme již načrtli v diskusi o deterministickém argumentu výše. Nyní ovšem máme k dispozici formální logický jazyk, který umožňuje zachytit vnější a vnitřní negaci. Mějme tři výroky:

1) Zítra bude námořní bitva, $\mathrm{F}p$,
2) Zítra nebude námořní bitva (ve smyslu „bude ne-bitva“), $\mathrm{F}\neg p$,
3) Není pravda, že zítra bude námořní bitva (tj. „nebude bitva“), $\neg \mathrm{F}p$.

První výrok je pravdivý, právě když existuje budoucí fakt bitvy, druhý je pravdivý, právě když existuje budoucí fakt absence bitvy, třetí pak buď v téže situaci, nebo když neexistuje žádný budoucí fakt. Moderní logika umožňuje vyjádřit (pomiňme diskusi, zda bezezbytku úspěšně či nikoliv) Aristotelův rozdíl mezi negací termínu a negací výroku jedinou negací s různým dosahem. Výroky tak lze chápat jako konjunkce existenčního předpokladu a příslušné predikace:

1) Existuje budoucí fakt a bitva se odehraje,
2) Existuje budoucí fakt a není pravda, že se bitva odehraje,
3) Není pravda, že existuje budoucí fakt a bitva se odehraje.

Shrňme důsledky pro logiku: Princip bivalence platí. Dále je evidentní, že výroky 1) a 2) jsou kontrární, tj. mohou být zároveň nepravdivé, a to tehdy,

49 Mastop, R., Future Contingents. Předběžný draft: http://www.phil.uu.nl/~rosja/papers/mastop-trl.pdf

50 V pozdní scholastice např. Jacob Molitor (zemř. 1676). Srov. Caramuel, J., *Theologia rationalis, Metalogica*, Lib. VII („De Propositionibus“); disp. II („De Propositionibus Futuri Contingentis. An Habeant Determinatam Veritatem, aut Falsitatem?“), art. 1–3, s. 352-360. Ve 20. století např. Ch. S. Peirce. K Peircovi srov. Øhrstrøm, P. – Hasle, P. F. V., *Temporal Logic: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, c. d., s. 130 nn.

když neexistuje budoucí fakt a je pravdivý výrok 3). Pro kontrární výroky platí LNC, ale nikoli LEM. Naproti tomu pro kontradiktorické 1) a 3) platí jak LNC, tak i LEM.

Jak je to tedy s aktuální pravdivostní hodnotou výroků 1) až 3)? Ve vztahu k přítomnosti jsou možné tři existenční stavy: budoucí fakt pozitivní, budoucí fakt negativní a žádný budoucí fakt. Bivalentní antirealista z definice této pozice tvrdí, že v přítomnosti nastává poslední stav, z čehož plyne, že BN-výrok 1) a jeho negace 2) jsou oba nepravdivé. Výrok 3) je naproti tomu pravdivý. Proto platí $Fp \vee \neg Fp$ a $F(p \vee \neg p)$[51], nikoli však $Fp \vee F\neg p$, jehož disjunkcí spojené členy jsou oba nepravdivé.

Představené řešení uchová jak důležitý sémantický princip bivalence, tak filosoficky cenný princip „co je, nutně je, když to je". To by se mohlo jevit jako ideální, nebýt určitého nepříznivého důsledku. Tím je implicitní přítomnost dvojího pojetí „nepravdivosti". Výrok „Zítra bude námořní bitva" je nepravdivý buď proto, že zítra bitva nebude, nebo proto, že to nyní není určeno. Možným vylepšením je vyhradit nepravdivost jen pro první důvod. V případě, že budoucnost není v přítomnosti určena, nemá výrok „Zítra bude námořní bitva" pravdivostní hodnotu. Stejně tak výrok „Zítra nebude námořní bitva".[52] Oba výroky tak nejsou nepravdivé, jak jsme dosud předpokládali, ale jsou bez pravdivostní hodnoty. Bivalence se tudíž nezachová. Přesněji řečeno, uchovává se pouze na metajazykové úrovni. „Není pravda, že zítra bude námořní bitva" se chápe jako pravdivý výrok metajazyka „‚Zítra bude námořní bitva' není pravdivý". Kontradiktorní opak „‚Zítra bude námořní bitva' je pravdivý" je tak nepravdivý, a stejně tak kontrární opak „‚Zítra bude námořní bitva' je nepravdivý". Na metajazykové úrovni se tedy setkáváme s logickými vztahy, které představují přesnou analogii třetího řešení. Metajazykové popření pravdivosti koresponduje s vnější negací u třetího řešení, přisouzení nepravdivosti pak s negací vnitřní. Naproti tomu na úrovni objektových výroků se jedná o první řešení popírající bivalenci. S obdobným spojením prvního a třetího řešení se setkáme u Bočvara.[53]

51 V případě $p \vee \neg p$ se jedná o logicky nutnou pravdu, která platí v každém okamžiku každé historie, a tedy platí $F(p \vee \neg p)$.

52 Negaci u tohoto výroku považujeme za vnější.

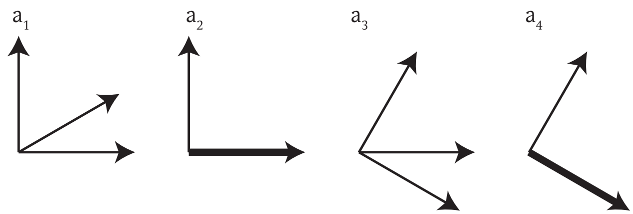
53 Bočvar, D. A., Ob odnom trechznačnom isčislenii i ego primenenii k analizu paradoksov klasičeskogo rasširennogo funkcionalnogo isčislenija (Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления). *Matematičeskij sbornik*, 46, 1938, 4, s. 287-308.

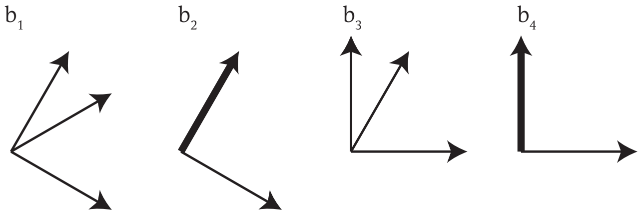
3. Kvantová neurčitost

Kvantová neurčitost je dána dvěma skutečnostmi. Fyzikální systém, například pohybující se elektron, se v každém časovém okamžiku nachází v určitém stavu. Tento stav je dán fyzikálně podstatnými vlastnostmi, veličinami, které daný elektron vykazuje, resp. jejich hodnotami. Tyto hodnoty v daném časovém okamžiku lze určit experimentálně. Teorie předpovídá pravděpodobnost, s níž experimentální procedura (měření) zjistí u libovolné veličiny její specifickou hodnotu z určitého spektra hodnot. Rozlišme tedy stav systému předpovězený (před měřením) a stav zjištěný měřením, který je jednoznačně dán experimentálně zjištěnou hodnotou. Před měřením nelze ve většině případů kategoricky s pravděpodobností 1 tvrdit, že *p*: „Systém S je ve stavu, v němž veličina V má hodnotu *h*". Pokud předpovězený stav systému před měřením říká, že dojde-li k měření veličiny V, pak bude naměřena hodnota *h*, s pravděpodobností v intervalu (0,1), pak zmíněný výrok *p* buď i) nemá určitou pravdivostní hodnotu, ii) má nějakou třetí hodnotu, iii) má pravdivostní hodnotu, ale nemůžeme ji znát, iv) má pravdivostní hodnotu nepravda.

Čtenář má patrně s kvantovým světem spojenu ještě jinou neurčitost, jež souvisí s Heisenbergovým principem neurčitosti. Je obecně známo, že měří-li se se vzrůstající přesností hybnost elektronu, nelze znát jeho přesnou polohu, a naopak. Některé veličiny daného systému jsou nesouměřitelné. To znamená, že určí-li experimentální procedura hodnotu veličiny V_1, nelze zjistit hodnotu nesouměřitelné veličiny V_2, kterou by měla veličina V_2 zároveň se zjištěnou hodnotou veličiny V_1. Následné zjišťování hodnoty veličiny V_2 „zruší" hodnotu veličiny V_1.

Řekněme, že veličina V_1 nabývá hodnot h_1 a h_2 a veličina V_2 hodnot h_i a h_{ii}. Platí-li tedy experimentální výrok „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_1 má hodnotu h_1", pak vyvstává otázka, jakou pravdivostní hodnotu má každý z dvojice opačných výroků „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_2 má hodnotu h_i" a „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_2 nemá hodnotu h_i, tj. má hodnotu h_{ii}". Jako u výroků „Zítra bude námořní bitva" a „Zítra nebude námořní bitva" se nabízejí odpovědi i) žádnou, ii) nějakou třetí, iii) jeden je pravdivý a druhý nepravdivý, třebaže nemůžeme vědět, který z nich má kterou hodnotu, iv) oba jsou nepravdivé.





Obrázek 4

Matematický formalismus kvantové teorie reprezentuje systém pomocí tzv. vektorového prostoru a stavy systému pomocí vektorů tohoto prostoru.[54] Vektor o velikosti jedna, tzv. jednotkový vektor, odpovídá stavu systému v daném okamžiku. Konkrétní veličině odpovídá určitá ortonormální báze daného prostoru. Báze je tvořena *n* různými vzájemně „kolmými" jednotkovými vektory, jejichž počet odpovídá dimenzi daného prostoru, s jejíž pomocí lze vyjádřit libovolný vektor daného prostoru jako součet násobků vektorů dané báze.[55] Stav zjištěný měřením je jedním z těchto bázových vektorů. Naměřená hodnota určuje jednoznačně jeden z nich. Třebaže zmíněným vektorovým prostorem je Hilbertův prostor nad komplexními čísly nekonečné dimenze, základní představu spojenou s určitým názorem lze získat pomocí analogie, a to v jednoduchém dvojrozměrném prostoru, v rovině. Bázi, která odpovídá určité veličině, zde tvoří dva vektory, nazvěme si je „nahoru" a „vpravo". Na obrázku a_1 se nachází vektor, který reprezentuje předpovídaný stav systému vzhledem k určité veličině, řekněme V_1, kterou představuje uvedená báze. Tento vektor lze vyjádřit jako součet 2/3 horizontálního bázového vektoru „vpravo" a 1/3 vertikálního bázového vektoru „nahoru". Tím je vyjádřena pravděpodobnost, s níž by v následném měření výsledný naměřený stav odpovídal horizontálnímu, resp. vertikálnímu bázovému vektoru, tedy dvěma možným stavům, „nahoru" a „vpravo", v nichž se systém může vzhledem k dané veličině V_1 nacházet.

Obrázek a_2 již představuje stav zjištěný měřením: ten reprezentuje vektor „vpravo". Obrázek a_3 ukazuje, že vzhledem k odlišné veličině V_2, tj. vzhledem k jiné bázi, daný stavový vektor předpovídá výsledek zjišťování, v jakém stavu se systém nachází vzhledem k veličině V_2. Jak je zřejmé z obrázku, pravděpodobnost, že bude zjištěn stav „vpravo dolů" je dvakrát větší, než že bude

54 Ve skutečnosti se jedná o tzv. spinory. Přístupný úvod do matematického aparátu kvantové teorie představuje např. Hughes, R. I. G., *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics.* Cambridge – London, Harvard University Press 1989.

55 „Kolmostí" vektorů míníme, že skalární součin daných vektorů je roven nule.

určen druhý možný stav vzhledem k V_2, totiž „vpravo nahoru". Obrázek a_4 pak ukazuje, že byl měřením zjištěn stav „vpravo dolů".

Lze říci, že systém je vzhledem k V_1 ve stavu „vpravo" a vzhledem k V_2 ve stavu „vpravo dolů"? Nikoliv. Jak ukazuje série paralelních obrázků b_1 až b_4, začneme-li s měřením veličiny V_2 a pak teprve měříme V_1, výsledek může být jiný, např. ten na obrázcích, který je v této situaci, kdy začínáme se zjišťováním V_2, dokonce pravděpodobnější: V_1 je ve stavu „nahoru", V_2 pak ve stavu „vpravo nahoru".

Z obrázků je jasné, proč tomu tak je. Měření „vrhá" systém do jednoho z bázových stavů a tím stav mění. Srovnáme-li např. obrázky a_1 a a_2 nebo a_3 a a_4, vidíme, že se stavový vektor mění – mění se jeho směr.[56] Proto závisí na pořadí měřených veličin, zda výchozí vektor přejde v některý bázový vektor veličiny první, nebo druhé. Tyto bázové vektory nemusí být a zpravidla ani nejsou identické. Na našich obrázcích jsou zjevně odlišné. Systém tedy není na rozdíl od klasické fyziky vůči měření netečný. Proto nelze měřením zjišťovat stav systému vzhledem k více nesouměřitelným veličinám zároveň.

První typ kvantové neurčitosti se týká pravdivostní hodnoty jednotlivého, tzv. experimentálního výroku formy *p*: „Systém S je ve stavu, v němž veličina V má hodnotu *h*" před měřením. Známý spor A. Einsteina a N. Bohra se týkal realismu a antirealismu v kvantové teorii. Ten lze velmi dobře srovnat se sporem mezi realismem a antirealismem ve vztahu k budoucnosti. Vzniká tedy otázka analogická problému pravdivostní hodnoty výroku „Zítra bude námořní bitva". Takzvané Bellovy nerovnosti experimentálně ukazují, že neplatí žádná teorie skrytých parametrů, kterýžto přístup favorizoval Einstein. Tím padá i silný realismus, podle nějž se kvantový systém před měřením nachází v jednom z měřitelných stavů a probabilistický charakter předpovědi, resp. stav před měřením odpovídá jen naší neznalosti skrytých fyzikálně relevantních vlastností systému, které systém s fyzikální nutností má. Ukazuje se tak, že neurčitost nemá jen epistemický ráz, nýbrž je ontická: před měřením systém není v žádném měřitelném stavu. V principu lze uvažovat všechna čtyři řešení, která jsme zkoumali v souvislosti s BN-výroky.

Druhý typ neurčitosti je zřejmě opět ontický: je-li systém v měřitelném stavu vzhledem k jedné veličině, kterému odpovídá bázový vektor příslušné báze, není současně v žádném měřitelném stavu vzhledem k veličině nesouměřitelné. Platí-li výrok

p: „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_1 má hodnotu h_1",

56 Identita vektoru je dána jeho velikostí, směrem a orientací. Klíčový je směr, protože u změn orientace a velikosti se jedná o týž vektor ve smyslu násobků původního vektoru.

vzniká otázka, jak chápat pravdivostní hodnotu výroků *q:* „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_2 má hodnotu h_i" a jeho negace.

3.1 Kvantová logika – třetí řešení

To, co se zpravidla nazývá kvantovou logikou, je třetím typem řešení, podle něhož jsou výrok *q* a jeho negace nepravdivé.[57] Nepravdivý je současně také výrok ~*p*. Je evidentní, že symbol negace „~" se zde používá pro vnitřní negaci. Kvantová negace je tedy vnitřní negací, kontrárností. Vnější negace ¬*q*, případně ¬(~*q*) jsou pravdivé. ¬(~*p*) je v dané situaci také pravdivá. ¬*p* by bylo pravda, pokud by platilo buď ~*p*, *q*, nebo ~*q*. Obecně víme, že vnější negace funguje tak, že ¬φ je pravda, pokud je pravda některá z dalších možností, které mohou nastat. Zde ze tří zbývajících možností z množiny {*p*, ~*p*, *q*, ~*q*}.

Proč je kvantovou negací vnitřní negace? Zatímco výroková logika je strukturně identická (izomorfní) s množinovou algebrou, kvantová výroková logika je izomorfní s algebrou vektorových prostorů. Negace ve výrokové logice je vnější negací. V množinové algebře jí odpovídá operace doplňku. Výrok *p* koresponduje s nějakou podmnožinou univerzální množiny M a jeho negace, ¬*p*, potom s doplňkem M′ do univerzální množiny. V algebře vektorových prostorů negaci rovněž odpovídá určitým způsobem chápaná operace doplňku. Výroku *p* odpovídá nějaký podprostor vektorového prostoru, například přímka je podprostorem roviny. Negaci, ~*p*, odpovídá ortogonální doplněk, což jsou všechny vektory „kolmé" k uvedenému podprostoru. V našem příkladu to jsou všechny vektory mající směr kolmý na přímku. Je zřejmé, že existují vektory daného vektorového prostoru (roviny), které neleží ani na přímce, ani k ní nejsou kolmé, ale jejich směr svírá s přímkou jiný úhel než 0 nebo 90 stupňů. Ortogonální doplněk tedy není množinový doplněk. Ve druhém případě by doplněk tvořily všechny vektory všech směrů různých od směru daného přímkou.

Již víme, že stav systému reprezentuje jednotkový vektor. Měřitelnému stavu vzhledem k určité veličině odpovídá bázový jednotkový vektor ortonormální báze spjaté s touto veličinou. Je-li pravdivý výrok *p* o tom, že systém je v určitém stavu vzhledem k veličině, pak tento stav vyjadřuje jeden z bázových vektorů. Výroku ~*p* pak odpovídá stav vyjádřený ortogonálním bázovým vektorem (v rovině).[58] Násobky normálních vektorů nemají v kvan-

57 Na počátku tohoto přístupu stojí práce Birkhoff, G. – Neumann, J. von, The Logic of Quantum Mechanics. *The Annals of Mathematics*, 2nd Ser., 37, 1936, 4, s. 823-843. Velice diskutovaný je v této souvislosti článek Putnam, H., The Logic of Quantum Mechanics. *Mathematics, Matter and Method*. New York, Cambridge University Press 1975, s. 174-197 (původní název *Is Logic Empirical?* Dordrecht, D. Reidel 1968).

58 Obecně bychom měli říci, že výroku ~*p* odpovídá stav vyjádřený jedním z ortogonálních bázových vektorů (těch je pro daný *n*-dimenzionální prostor *n* – 1).

tovém matematickém formalismu fyzikální význam, takže je jedno, jestli hovoříme o vektoru či směru (přímce). Přímka reprezentuje stav a všechny vektory v rovině kolmé na danou přímku reprezentují opačný měřitelný stav dané veličiny. Je tedy jasné, že kvantová negace je vnitřní negace.

Disjunkce má v kvantové logice také odlišný význam. Kvantovou disjunkci symbolizujme „$\vee_k$“. Výrok „$p \vee_k \sim p$“ je ekvivalentní „$p \vee \neg p$“, a proto v kvantové logice (s kvantovou negací a disjunkcí) platí LEM. Obecně $\varphi \vee_k \psi$, kde φ, ψ jsou libovolné dvě různé možnosti z množiny $\{p, \sim p, q, \sim q\}$, je ekvivalentní $\varphi \vee \psi \vee \chi \vee \theta$, kde χ, θ jsou dvě zbývající možnosti z téže množiny.

Opět srovnejme struktury izomorfní s výrokovou logikou a kvantovou výrokovou logikou. Výrokové spojce disjunkci odpovídá množinová operace sjednocení. Kvantové disjunkci neodpovídá sjednocení podprostorů, protože to nemusí být vektorovým prostorem. Například sjednocením dvou různých přímek v rovině nevznikne vektorový prostor. Vektorový prostor je totiž množina vektorů uzavřená na operace sčítání a násobení skalárem (reálné či komplexní číslo). To znamená, že výsledek dané operace, vektor, musí náležet do příslušné množiny vektorů, prvků vektorového prostoru. Sčítáme-li vektory dvou různých přímek, výsledný vektor nemá směr shodný ani s jednou z nich, takže nenáleží do jejich sjednocení. Množina vektorů těchto dvou přímek tedy není vektorovým prostorem. Nejmenší vektorový prostor, do něhož obě přímky náleží, je celá rovina. Proto disjunkci odpovídá nikoli sjednocení podprostorů, nýbrž jejich lineární obal, což je množina všech vektorů, které vzniknou součtem libovolných (tj. libovolně velkých a jakkoli orientovaných) vektorů zmíněných přímek. Tato množina je množinou všech vektorů v dané rovině. Z uvedených skutečností plyne, že kvantová disjunkce libovolných prvků množiny výroků $\{p, \sim p, q, \sim q\}$ je ekvivalentní standardní disjunkci všech prvků dané množiny.

V kvantové logice neplatí jedna část distributivního zákona. To je způsobeno kvantovou disjunkcí. Uvažujeme nejprve standardní disjunkci a pouze kvantovou negaci. Uvedená část distributivního zákona platí:

$$p \wedge (q \vee \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$$

Levá strana ekvivalence je pravdivá, právě když je *p* pravdivé a nastává buď *q*, nebo *~q*. K tomu však *de facto* nikdy nedojde, protože dva výroky o měřitelných stavech nesouměřitelných veličin nejsou na základě fyzikální nutnosti nikdy současně pravdivé. Řekněme, že by to *per impossibile* (fyzikální nemožnost) mohla být pravda.[59] Pak by levá strana byla pravdivá, pokud by byl sys-

59 Z logického hlediska možnosti, že by konjunkce „$p \wedge q$“ nebo „$p \wedge \sim q$“ mohla být pravdivá, nic nebrání. Na druhou stranu daná nemožnost je důsledkem matematického formalismu kvan-

tém současně se stavem p ve stavu, o němž vypovídá buď q, nebo $\sim q$, a proto by platila i pravá strana. Ve skutečnosti je levá strana vždy nepravdivá a totéž platí i o pravé straně.

Nyní uvažujme krom kvantové negace i kvantovou disjunkci. Uvidíme, že tato část distributivního zákona neplatí:

$$p \wedge (q \vee_k \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee_k (p \wedge \sim q)$$

Formule je ekvivalentní následující formuli se standardní disjunkcí:

$$p \wedge (q \vee \neg q) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

Nejprve analyzujme levou stranu uvedené ekvivalence. Protože „$q \vee \neg q$“ je LEM, tedy vždy pravdivá formule, nutnou a postačující podmínkou pravdivosti levé strany je pravdivost p. Ta však není postačující podmínkou pravdivosti pravé strany! Pokud bude p pravdivá, ale q, $\sim q$ a $\sim p$ všechny nepravdivé, pak budou všechny disjunkty nepravdivé, a tím bude nepravdivá i celá disjunkce tvořící pravou stranu dané ekvivalence.

Viděli jsme tedy, že kvantová logika jako třetí typ řešení zachová bivalenci. Od klasické logiky se ovšem liší tím, že množina logicky pravdivých výroků není totožná s touto množinou v klasické výrokové logice. Neplatí v ní jedna část distributivního zákona. LEM platí. Zbývá ukázat, že systém kvantové logiky není pravdivostně funkční. Řekněme, že platí výrok q. Potom jsou p a $\sim p$ (o tom, že systém má určitou hodnotu nesouměřitelné veličiny) oba nepravdivé. Nicméně LEM $p \vee_k \sim p$ je pravdivý, jak jsme viděli.

3.2 Třetí pravdivostní hodnota a supervaluace

Kvantová logika popsaná výše představuje třetí řešení problému pravdivostní hodnoty experimentálních výroků. V souvislosti s pravdivostní hodnotou těchto výroků však existuje i řešení první, popírající bivalenci: výroky před měřením nebo tehdy, když je určena hodnota nesouměřitelné veličiny, nejsou ani pravdivé, ani nepravdivé. To znamená, že buď mají nějakou třetí pravdivostní hodnotu, nebo nemají žádnou pravdivostní hodnotu.

Začněme druhým, tedy uplatněním supervaluací v oblasti výroků o kvantových neurčitých situacích.[60] Řekněme, že o kvantově-fyzikálním systému v určitém čase na základě měření platí některé experimentální výroky typu

tové teorie. Z hlediska logiky je však restrikce pravdivosti podobných konjunkcí materiálním přídavkem k tzv. kvantové logice experimentálních výroků.

60 Lambert, K., Logical Truth and Microphysics. In: týž, *Free Logic. Selected Essays*. Cambridge, Cambridge University Press 2002; Fraassen, Bas van, The Labyrinth of Quantum Logics. *Boston Studies in the Philosophy of Science*, XIII, 1972, s. 224-254.

„Systém S je ve stavu, v němž veličina V má hodnotu *h*". Potom neplatí vnitřní negace ekvivalentní disjunkci výroků o tom, že systém má nějakou jinou přípustnou hodnotu téže veličiny. Dále vzniká otázka, jakou pravdivostní hodnotu mají výroky o numerických hodnotách nesouměřitelných veličin a také veličin, jejichž hodnoty nebyly měřeny. V této situaci všechny klasické valuace přiřadí prvnímu druhu výroků ve shodě s interpretací „pravdu", vnitřním negacím ve shodě s interpretací „nepravdu" a výrokům o hodnotách nesouměřitelných veličin či neměřených veličin libovolnou pravdivostní hodnotu ve všech rozšířených valuacích (precizacích). Uveďme příklad tří výroků:

1. „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_1 má hodnotu h_1",
2. „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_1 má hodnotu h_2",
3. „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_2 má hodnotu h_3".

Předpokládejme, že veličina V_2 je buď nesouměřitelná s V_1, nebo nebyla dosud měřena. Za dané fyzikální situace jsou možné dvě konkrétní valuace (analogické precizacím u vágních výroků): obě přiřadí „pravdu" prvnímu výroku a „nepravdu" druhému výroku. Třetímu výroku přiřadí první precizace „pravdu" a druhá „nepravdu". Supervaluace pak přiřadí pravdu prvnímu, nepravdu druhému a nepřiřadí žádnou pravdivostní hodnotu třetímu. Princip vyloučeného třetího bude v příslušné supervaluaci pravdivý i pro třetí typ výroku: složený výrok „Systém S je ve stavu, v němž veličina V_2 má hodnotu h_3 nebo systém S je ve stavu, v němž veličina V_2 nemá hodnotu h_3" bude v první valuaci pravdivý, protože je pravdivý první disjunkt, a druhý proto nepravdivý. Ve druhé valuaci bude rovněž pravdivý. Tentokrát je pravdivý druhý disjunkt, protože první je nepravdivý. V obou valuacích je složený výrok pravdivý, a tedy je pravdivý i v dané supervaluaci. Tato disjunkce pak bude pravdivá i ve všech ostatních supervaluacích, ať už V_2 a h_3 znamená jakoukoli veličinu a její korespondující hodnotu, měřenou či neměřenou. Valuace jsou bivalentní, takže vždy bude jeden z disjunktů pravdivý a druhý nepravdivý.

Konjunkce výroku 1. a 3. nebo 2. a 3. bude v naší supervaluaci (tj. v supervaluaci nad příslušnou interpretací) bez pravdivostní hodnoty.

Supervaluační řešení v oblasti kvantově neurčitých situací je výhodnější než řešení založené na přijetí třetí pravdivostní hodnoty z týchž důvodů, jako tomu bylo u BN-výroků a neurčenosti budoucnosti. Třetí pravdivostní hodnotu u experimentálních výroků před měřením („nedeterminovaně", *indeterminate*) či při měření nesouměřitelné veličiny zavedl H. Reichenbach v reakci na názor Heisenberga a Bohra, že dané výroky postrádají význam.[61]

61 Reichenbach, H., *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*. Berkeley – Los Angeles, University of California Press 1944; Putnam, H., Three-valued logic. *Philosophical Studies*, 8, 1957, s. 73-80.

Reichenbach správně poukázal na to, že kdyby tomu tak bylo, experimentální výrok by nabýval význam v čase, což se zdá být absurdní.

Reichenbach interpretuje třetí hodnotu ontologicky, nikoliv epistemicky jako výraz naší neznalosti. Z jeho příkladů je zřejmé, proč by v oblasti kvantové neurčitosti bylo obtížnější uplatňovat druhé řešení, které jsme poznali u BN-výroků, hovořící o budoucí existenci faktu a o tzv. TRL. Situace, kdy se rozhodneme měřit veličinu P a nikoli Q, je analogická případu, kdy se nacházíme v neaktuálním, tedy kontrafaktuálním větvení stromu, jenž udává možné průběhy budoucnosti.[62] Kdybychom byli bývali měřili Q, pak by platil jeden z výroků „Q má hodnotu h_1“ nebo „Q má hodnotu h_2“, ale zdá se, že fyzikální parametry aktuálního stavu systému nijak neurčují, který z výroků by byl pravdivý a který nepravdivý. Následné měření Q nebo současné měření Q v rámci jiného systému (jiné částice stejného typu) nepomůže, protože časově následné měření mění situaci a u měření Q v jiném systému není zaručen stejný výsledek jako v systému původním. Přesto se zdá rozumné, aby v dané situaci platila disjunkce LEM, tedy „Q má hodnotu 1 nebo Q nemá hodnotu 1“, což přístup, který daným výrokům přisuzuje třetí pravdivostní hodnotu, jak již víme, neumožňuje. To potvrzují i Reichenbachovy tabulky negace a disjunkce. Ty se shodují s Łukasiewiczovými.[63]

4. Závěr

Uveďme přehledné tabulky, z nichž je jasné, nakolik jednotlivé přístupy uchovají logické pravdy klasické výrokové logiky, bivalenci a pravdivostní funkčnost.

Logika BN-výroků	Klasické tautologie	Bivalence	Pravdivostní funkčnost
Tříhodnotová logika	NE	NE	ANO
Supervaluace	ANO	NE	NE
Popření principu „T(p) → NT(p)“	ANO	ANO	ANO
Rozlišení vnitřní a vnější negace	ANO	ANO	ANO

62 Vzpomeňme, že hlavní námitka proti absolutnímu pojetí TRL spočívá v tom, že tento model neumožní určit pravdivostní hodnotu BN-výroků v kontrafaktuálním větvení.

63 Tříhodnotová logika umožňuje různé interpretace negace a implikace. Naše tvrzení platí pro tzv. *diametrical negation.* Srov. Reichenbach, H., *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, c. d., s. 151.

Logika experimentálních výroků kvantové fyziky	Klasické tautologie	Bivalence	Pravdivostní funkčnost
Kvantová logika	NE	ANO	NE
Supervaluace	ANO	NE	NE
Tříhodnotová logika	NE	NE	ANO

SUMMARY

Indeterminate situations and logic

The article surveys and evaluates various approaches to the logic of indeterminate situations. Two types of such situations are discussed: future contingents and quantum indeterminacy. Approaches differ according to whether they can salvage (i) classical tautologies (such as the law of excluded middle) as logical truths, (ii) bivalence and (iii) truth-functionality. What I call "the first solution" denies bivalence and either saves classical logical truths (supervaluations) or truth-functionality (multi-valued approach), but not both. The so-called "second solution", saving all aforementioned features, harbors difficulties for the contingency of future contingents and is inapplicable in the quantum realm. Finally, the third solution saves bivalence but, at least in the case of quantum logic, abandons truth-functionality.

Keywords: future contingents, quantum logic, law of excluded middle, bivalence