

# Escape Dynamics: A Continuous–Time Approximation

Dmitri Kolyuzhnov, Anna Bogomolova, and Sergey Slobodyan\*

CERGE-EI<sup>†</sup>  
Politických vězňů 7, 111 21 Praha 1,  
Czech Republic

## Abstract

We extend a continuous–time approach to the analysis of escape dynamics in economic models with adaptive learning with constant gain. This approach is based on applying results of continuous–time version of large deviations theory to the diffusion approximation of the original discrete–time dynamics under learning. We characterize escape dynamics by analytically deriving the most probable escape point and mean escape time. The continuous–time approach is tested on the Phelps problem of a government controlling inflation while adaptively learning the approximate Phillips curve, studied previously by Sargent (1999) and Cho, Williams and Sargent (2002) (henceforth, CWS). We compare the results with simulations and the results obtained by CWS. We express reservations regarding applicability of escape dynamics theory to characterization of mean escape time for economically plausible values of constant gain in the model of CWS. We show that for these values of the gain simple considerations and formulae generate much better mean escape time results than the large deviations theory. We explain it by insufficient averaging near the point of self–confirming equilibrium for relatively large gains and suggest two changes which might help the approaches based on large deviation theory to work better in this gain interval.

## Abstrakt

Rozšiřujeme časově spojitý přístup v analýze únikové dynamiky v ekonomických modelech s adaptivním učením a konstantním přínosem. Tento přístup je založen na aplikaci výsledků časově spojitě verze teorie velkých odchylek při aproximaci limitního časově spojitého procesu (difuze) u originálního diskretního modelu ve verzi s učením. Únikovou dynamiku charakterizujeme analytickým odvozením nejpravděpodobnějšího bodu úniku a průměrné doby úniku. Časově spojitý přístup je testován na Phelpsově problému vlády kontrolující inflaci při jejím adaptivním učením přiblížení se Phillipsově křivce, dříve zkoumaném Sargentem (1999) a Cho, Williams a Sargentem (2002) (dále jen CWS). Porovnáваме výsledky se simulacemi a výsledky, ke kterým dospěli CWS. Vyjadřujeme výhrady ohledně aplikovatelnosti teorie

---

\*{Dmitri.Kolyuzhnov, Anna.Bogomolova, Sergey.Slobodyan}@cerge-ei.cz. The second author acknowledges support provided by the World Bank through 2<sup>nd</sup> year student fellowship. We thank Radim Bohacek, Jeong Byeongju, Michal Kejak, Andreas Ortman, and especially Viatcheslav Vinogradov for comments and suggestions. All remaining errors are ours.

<sup>†</sup>CERGE-EI is a joint workplace of the Center for Economic Research and Graduate Education, Charles University, and the Economics Institute of the Academy of Sciences of the Czech Republic.

únikové dynamiky při charakterizaci průměrné doby úniku u ekonomicky přijatelných hodnot konstantního přínosu v modelu CWS. My ukazujeme, že pro tyto hodnoty přínosu poskytují jednoduché úvahy a rovnice o mnoho lepší výsledky ohledně průměrné doby úniku než teorie velkých odchylek. Vysvětlujeme to nedostatečným průměrováním v blízkosti bodu „samopotvrzujícího“ bodu rovnováhy pro relativně velké přínosy a navrhuje dvě změny, které by mohly pomoci přístupům založeným na teorii velkých odchylek fungovat lépe tomto intervalu.

JEL Classification: C62, C65, D83, E10, E17

Keywords: constant gain adaptive learning, E-stability, recursive least squares, large deviations theory