PUBLIKACE PRAŽSKÉ STÁTNÍ HVĚZDÁRNY.
No 3.
PUBLICATIONS DE L'OBSERVATOIRE NATIONAL DE PRAGUE.

COMPARAISON MONDIALE DES PENDULES: FRACTIONNAIRE.

PAR

FR. NUŠL.

1925.
IMPRIMERIE DE JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ
A PRAGUE.

I

A l'observatoire national de Prague nous avons essayé depuis longtemps de perfectionner les comparaisons de nos pendules à l'aide de signaux scientifiques rythmés. Mon collègue, M. le prof. B. Mašek, dans la „Astronomická Ročenka" (Annuaire astronomique tchécoslovaque) 1925. a mentionné différents procédés des comparaisons, employés actuellement et aussi quelques modifications de son invention, qui ont eu un plein succès à l'observatoire Žalov à Ondřejov. M. V. Nechvíle a réussi, en remplaçant les calculs usuels par une simple lecture à l'aide d'un vernier circulaire, construit par lui avec le plus grand soin. Moi-même j'ai trouvé une modification possible de la comparaison mondiale des pendules par coïncidences; elle me semble si simple, qu'elle devra intéresser tous ceux, qui s'occupent du même problème.

Je commence par la question fondamentale: *Qu'est-ce qu'une coïncidence?*

La fig. 1. est la reproduction d'un vernier, que nous avons employé avec M. J. Frič, quand il s'agissait de faire rapidement la lecture d'une division

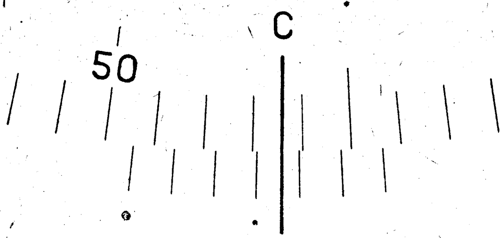

Fig 1.

azimutale avec la précision d'une minute. C'est un vernier tout simple. Le cercle en est directement divisé en degrés, et le vernier est fait d'après la formule

$$5^0 \text{ du cercle} = 6^0 \text{ du vernier.}$$

Quand la coïncidence d'un des traits est parfaite, on lit les angles de 10 en 10 minutes. Mais dans le cas contraire on sait qu'il est possible d'évaluer — selon le degré de l'imperfection de la coïncidence — les dixièmes des unités du vernier et lire ainsi les angles jusqu' aux minutes. Par exemple dans la fig. 1 : $50^0.36'$.

Dans ce cas il n'y a pas de coïncidence parfaite entre les traits visibles de la division, mais cependant il en existe une dans la subdivision imaginée, si cette dernière était poussée assez loin. La coïncidence dans la fig. 1. est déterminée par une ligne auxiliaire C, qui tout en étant commune à ces deux divisions, marque la même fraction dans la subdivision du cercle et du vernier, soit 0,6 d'un degré du cercle et 0,6 d'un degré du vernier. Telle est donc la réponse: *Une coïncidence, c'est l'égalité des fractions dans la subdivision de deux séries de traits, superposées.*

S'il s'agit de deux séries illimitées, par exemple des battements d'une pendule et des battements dits *signaux rythmés,* émis par une pendulette spéciale, les coïncidences se répètent périodiquement, et on introduit le terme *intervalle des coïncidences.* Dans le cas des signaux actuels, la pendulette marchant plus vite qu'une pendule normale, *l'avance de cette pendulette va en croissant proportionnellement au temps.*

En imaginant un mouvement uniforme des aiguilles, sans arrêts brusques du mécanisme, désignons les lectures sur le cadran de la pendule aux moments des coïncidences par $C_1\, C_2 \ldots C_n$, (comme résultat d'un calcul basé sur les observations) puis les lectures simultanées sur le cadran de la pendulette par C_1 *sign* C_2 *sign* .... C_n *sign,* et les lectures sur ces deux cadrans dans un moment quelconque par M et M *sign.*

D'après notre définition d'une coïncidence, les deux lectures simultanées C et C *sign,* marquant une coïncidence, doivent être terminées par des fractions égales. Si nous désignons ces fractions par $0,C$ et $0,C$ *sign,* on obtient

$$0, C\ sign - 0, C = 0. \tag{1}$$

Cette équation peut être interprétée dans le sens suivant: Pour un moment de coïncidence, l'avance fractionnaire de la pendulette est zéro.

Mais cette avance croissant proportionnellement au temps, on a, pour un moment M limité par $C_1 < M < C_2$

$$0, M\ sign - 0, M = \text{const}\ (M - C_1) \tag{2}$$

ce qui devient pour $M = C_2$

$$0, C_2\ sign - 0, C_2 = \text{const}\ (C_2 - C_1). \tag{3}$$

Si M croît de C_1 à C_2, c'est-à-dire: d'une coïncidence à l'autre, l'avance fractionnaire croît aussi de: $0, C_1\ sign - 0, C_1 = 0$ pour la limite inférieure $M = C_1$, jusqu'à: $0, C_2\ sign - 0, C_2 = 1,0$ pour la limite supérieure $M = C_2$. En substituant cette dernière valeur de l'avance dans (3) et en éliminant la const. de (2) et (3), il résulte

$$0, M\ sign - 0, M = \frac{M - C_1}{C_2 - C_1} \tag{4}$$

ce qui est la formule générale, importante, donnant l'avance fractionnaire de la pendulette des signaux rythmés pour un moment M quelconque de la pendule. Il ne reste que de trouver pour chaque valeur M les deux coïncidences voisines C_1 et C_2.

Nous verrons tout de suite, que cette formule simple suffit complètement pour la comparaison des pendules quelconques. Supposons qu'à Paris on ait calculé d'après les observations les coïncidences $A_1\,A_2 \ldots . A_6$ et à Prague les coïncidences $B_1\,B_2 \ldots . B_6$, en observant chaque fois les mêmes signaux rythmés. Puis choisissons, une fois pour toutes, un moment M en temps Greenwich moyen, à peu près au milieu de la série des signaux rythmés, et désignons les heures simultanées, données par les cadrans de Paris et de Prague, par *M Paris* et *M Prague*, en ajoutant à M le nom de la pendule (par ex. le nom de l'observatoire ou du constructeur). Le moment *M Greenwich m.* étant donné, on peut calculer à Paris, à l'aide de la valeur précise de la correction de la pendule directrice, l'heure équivalente *M Paris*, jusqu' à sa fraction précise 0, *M Paris*, et aussi l'avance fractionnaire de la pendulette à l'égard de la pendule *Paris*, pour le moment *M Paris*, limité par $A_3 < M\ Paris < A_4$, cette avance étant donnée par la formule:

$$0, M\ sign - 0, M\ Paris = \frac{M\ Paris - A_3}{A_4 - A_3} \tag{5}$$

Le calcul pour Prague est un peu différent, parce qu'on ne connaît la correction de la pendule *Prague* qu'approximativement, mais ce qui est tout à fait suffisant pour notre but. Car en calculant, à l'aide de cette correction la valeur approximative (*M Prague*) du moment *M Prague*, limitée par $B_3 < (M\ Prague) < B_4$, on obtient l'avance fractionnaire de la pendulette à l'égard de la pendule Prague par

$$0, M\ sign - 0, M\ Prague = \frac{(M\ Prague) - B_3}{B_4 - B_3}, \tag{6}$$

et on voit que l'incertitude de quelques dixièmes de sec dans (*M Prague*) n'intervient dans le calcul que divisée par l'intervalle des coïncidences $B_4 - B_3$, c'est-à-dire à peu près par 50.

On pourrait maintenant calculer la fraction précise 0, *M Prague*, en éliminant la fraction auxiliaire 0, *M sign* de (5) et (6). Mais ce n'est pas aussi simple qu'on le pense, parce qu'en fait ces deux équations sont loin l'une de l'autre, l'une à Paris l'autre à Prague, et seule une élimination radiotélégraphique est possible. Le mieux serait si à Paris on calculait le valeur auxiliaire 0, *M sign* et si on l'envoyait par T. S. F. dans le monde entier, car l'équation (6) est un modèle pour le calcul de toute comparaison mondiale.

En connaissant la valeur précise 0, *M Prague*, on a immédiatement la valeur précise *M Prague* et la correction

$$corr\ Prague = M\ Greenw. - M\ Prague. \tag{7}$$

Dans cette dernière formule il est nécessaire de substituer pour *M Greenw.* soit la valeur *M Greenw. m.* soit *M Greenw. s.*, selon que la pendule *Prague* elle-même est moyenne ou sidérale. Les formules (5) et (6) sont valables pour l'un et l'autre cas.

Ce mode de calcul, si simple qu'il soit permet l'envoi d'une série continuelle de signaux rythmés et débarrasse l'observateur d'une observation inutile des interruptions.

Voici un exemple, un peu fictif, car n'ayant pas à ma disposition le protocole original des coïncidences observées à Paris, je calcule d'après les chiffres donnés dans le No 10. du *Bulletin Horaire* du B. I. H. pour les signaux rythmés F L 10^h du 22. Juillet 1923., soit

$$\begin{array}{lrl} 1.\ \text{signal}\ \textit{Greenw. m.} & = & 5^h.\ 59^s.\ 34^m,80 \\ 300.\ \ \ \text{»}\ \ \ \text{»}\ \ \ \text{»} & = & 64.\ 27,88 \\ C_p\ \text{int pour}\ \textit{Paris s} & = & +\ 2.\ 41,52. \end{array}$$

J'en déduis pour le cadran *Paris s.* les coïncidences voisines au moment *M Greenw. m.* $= 10^h\ 05^m$

$$\begin{array}{rl} A_3 = & 6^h.\ 58^m.\ 46^s,2 \\ M\ Paris/s. = & \ 50,95 \\ A_4 = & \ 59.\ 35,7 \end{array}$$

et en ajoutant 0, *M Paris* à la formule (5.)

$$\begin{array}{rl} 0, M\ sign - 0, M\ Paris\ s. = \dfrac{4,7}{49,5} & = 0,10 \\ + 0, M\ Paris\ s. & = 0,95 \\ \hline \text{il résulte}\ 0, M\ sign & = 0,05. \end{array}$$

Ces derniers deux chiffres 05 seuls seraient à communiquer par T. S. F. pour la comparaison fractionnaire des pendules.

Comme exemple de cette comparaison je me sers des observations des coïncidences faites le même jour à l'observatoire d'Alger et publiées dans *Bulletin Horaire* N° 10. page 181. En partant aussi de la coïncidence moyenne $B_0 = 6^h\ 14^m\ 55,2^s$ ainsi qu'Alger, et de l'intervalle des coïncidences $i = 49^s,2$ je trouve

$$\left.\begin{array}{l} B_3 \\ B_4 \end{array}\right\} = B_0 \pm \frac{49,2}{2} = 6^h\ 14^m \left\{\begin{array}{l} 30,6^s \\ 79,8^s \end{array}\right\}$$

qui sont les coïncidences voisines au moment choisi *M Greenw. m.* $= 10^h\ 05^m$, ou au moment équivalent approximatif (*M Alger s.*) $= 6^h\ 14^m\ 34,9^s$, calculé à l'aide de la correction approximative

$$(\textit{corr. Alger s.}) = -\ 13^m\ 02,4^s.$$

Mais je préfère un autre mode de réduction des observations qui, n'étant pas plus compliqué, donne les écarts de calcul d'observations individuelles. Après avoir trouvé l'intervalle des coïncidences, par $3 . 3i = (B_4 - B_1) + (B_5 - B_2) + (B_6 - B_3)$, j'ajoute successivement cette i à la valeur B_1 observée et j'obtiens le résultat du calcul provisoire (B). Puis je forme les écarts $O - (B)$, dont la moyenne ajoutée à (B) donne les coïncidences définitives B et les écarts $(O - B)$.

Alger 1923 *juillet* 22.

O			(B)	O—(B)	B	O—B
h	m	s				
6.	12.	52,0	52,0	0	52,2	—2
	13.	41,5	1,2	+3	1,4	+1
	14.	30,5	0,4	+1	14.30,6	—1
	15.	19,5	9,6	—1	79,8	—3
	16.	09,0	8,8	+2	9,0	0
		58,5	8,0	+5	8,2	+3
	$i = 49,^s2$			corr = + 10 : 6 = + 2		

Il ne reste à faire qu'un simple calcul d'après la formule (6.)

$$0, M\,sign - 0, M.\ Alger\,s. = \frac{4,3}{49,2} = 0,09$$

$$0, M\,sign\quad (T.\ S.\ F.) \quad = \quad 0,05$$

$$0, M\,Alger\ s. = \quad 0,96$$

		h	m	s
M Alger	*s.* =	6.	14.	34,96
M Greenw.	*s.* =	6.	01.	32,47
corr. *Alger*	*s.* = —		13.	02,49.

Les équations (5) et (6) permettent une représentation graphique simple et utile pour les cas plus compliqués. Dans la fig. 2. on voit sur l'axe horizontale désignée par *cadran Paris m.* les lectures sur le cadran de la pendule Paris moyenne, soit $A_3 < M$ *Paris m.* $< A_4$, et sur l'axe un peu inclinée, désignée par *cadran Prague s.* les lectures sur le cadran de la pendule Prague sidérale, soit: $B_3 < M$ *Prague s.* $< B_4$.

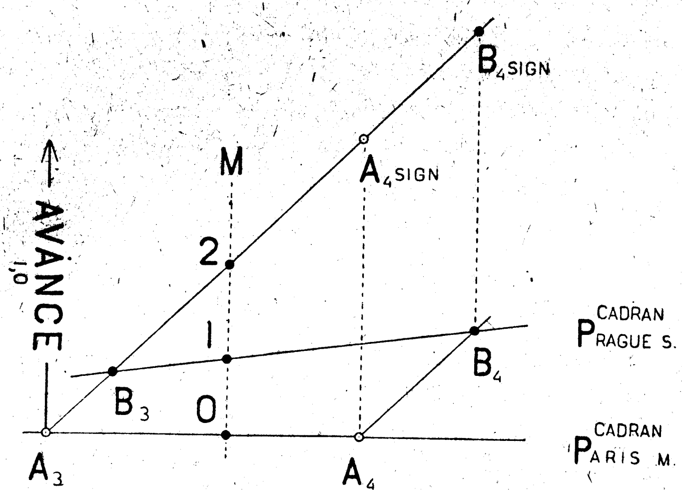

Fig. 2.

Les longueurs dans le sens vertical donnent l'avance fractionnaire des différents cadrans, de l'un à l'égard de l'autre, spécialement l'avance fractionnaire de la pendulette des signaux horaires.

La ligne verticale M, représentant le moment $M.$ *Greenw. m.*, marque sur les cadrans de Paris et de Prague les heures simultanés

$$0 = M \text{ Paris } m$$
$$1 = M \text{ Prague } s$$

L'avance pour chaque intervalle des coïncidences étant égale à 1,0, on a

$$A_4 A_4 \text{ sign} = B_4 B_4 \text{ sign} = 1{,}0$$

et en considérant quelques triangles similaires, faciles à trouver, on obtient

$$02 = 0, M \text{ sign} - 0, M \text{ Paris } m = \frac{M \text{ Paris } m. - A_3}{A_4 - A_3}$$

$$12 = 0, M \text{ sign} - 0, M \text{ Prague } s. = \frac{M \text{ Prague } s. - B_3}{B_4 - B_3}$$

en accord avec les formules (5) et (6).

II.

La série des signaux horaires est un auxiliaire qui, dans chaque observatoire, peut servir à la comparaison d'une seule pendule. Mais on sait qu' aujourd' hui dans chaque observatoire on emploie plusieurs pendules indépendantes, et que pour cette raison il est nécessaire de les comparer mutuellement. A Paris on écoute simultanément les battements d'une pendule sidérale et d'une pendule moyenne. Mais dans ce cas l'intervalle des coïncidences étant trop grand, soit près de 6 minutes, il est plus avantageux de se servir d'une pendulette auxiliaire, dont les battements peuvent être choisis d'une manière plus appropriée aux comparaisons, par ex. en réglant la marche de la pendulette d'après la relation

100 sec de la pendule = 101 sec de la pendulette.

Mais si on admet un pareil auxiliaire à chaque observatoire, il serait temps — je crois — de remplacer l'autre auxiliaire — les signaux rythmés — par la série de battements d'une véritable pendule mondiale, soit la série des battements d'une pendule moyenne Greenwich. Dans ce cas il serait utile de combiner les signaux scientifiques avec les signaux ordinaires, en émettant — pour les comparaisons scientifiques fractionnaires — une série continuelle, sans interruptions, de 300 battements d'une pendule moyenne, remise précisement à l'heure Greenwich, et puis — pour comparaisons approximatives — les signaux horaires ordinaires. Il serait même possible de se contenter de la publication ultérieure des corrections fractionnaires définitives, sens envoi immédiat des corrections provisoires par T. S. F. ainsi que le fait actuellement Nauen avec les chiffres précis des 1. et 301.me battements.

Dans ce cas la fig. 3. nous permet de revoir toutes les circonstances de cette comparaison nouvelle. Dans chaque observatoire on observerait toutes les coïncidences sur *un même cadran,* soit pour Prague sur celui de la pendule *Prague m.* On trouverait par calcul les coïncidences moyennes de la pendulette auxiliaire avec la pendule *Greenwich T.S.F.* et avec les différentes pendules de l'observatoire par ex. *Prague m.* et *Prague s.,* ces coïncidences moyennes: $G_3\, G_4$, $A_9\, A_{10}$ et $B_{15}\, B_{16}$ étant toutes voisines au moment (*M Prague m.*), soit:

$$G_3 < (M \text{ Prague } m.) < G_4$$
$$A_9 < \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad < A_{10}$$
$$B_{15} < \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad < B_{16}$$

La ligne verticale *M,* représentant le moment *M Greenwich m.,* marque sur le cadran de la pendule *Prague m.* l'heure *M Prague m.,* donné approximati-

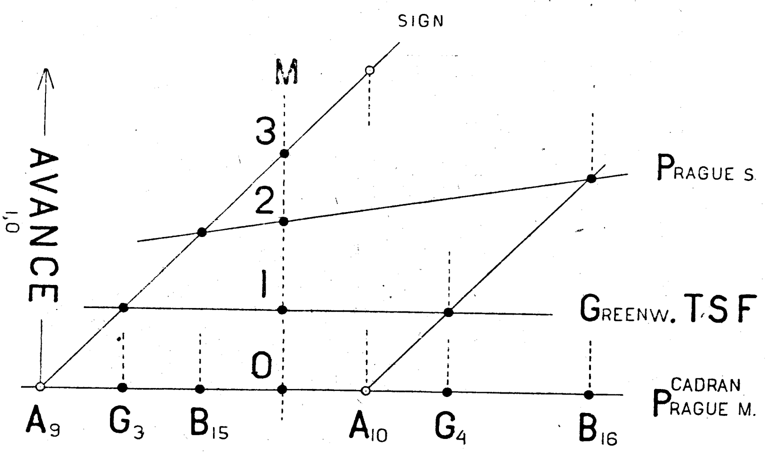

Fig. 3.

vement par (*M Prague m.*) à cause de la correction (*corr. Prague m.*) qui n'est aussi connue qu' approximativement. Cette ligne *M* coupe les axes des différents cadrans dans la fig. 3., et forme quelques triangles similaires d'où il résulte :

$$03 = 0,\ M\ sign\ -\ 0,\ M\ Prague\ m. = \frac{(M\ Prague\ m.) - A_9}{A_9 - A_{10}} \tag{8}$$

$$13 = 0,\ M\ sign\ -\ 0,\ M\ Greenw.\ T.S.F. = \frac{(M\ Prague\ m.) - G_3}{G_4 - G_3} \tag{9}$$

$$23 = 0,\ M\ sign\ -\ 0,\ M\ Prague\ s. = \frac{(M\ Prague\ m.) - B_{15}}{B_{16} - B_{15}} \tag{10}$$

L'heure choisie *M Greenw. m.* étand ronde, on a provisoirement 0, *M Greenw. T.S.F. prov.* $=0$ et on peut calculer les fractions 0, *M Prague m.,* 0, *M Prague s.,* les heures *M Prague m., M Prague s.* et *corr. Prague m. prov., corr. Prague s. prov.*

Pour la comparaison des pendules toutes moyennes (ou toutes siderales), les intervalles des coïncidences étant pratiquement égaux, par ex.

$$A_{10} - A_9 \doteq G_4 - G_3 = i,$$

on obtient des formules très simples, comme de (8) et (9)

$$0,\ M\ \mathit{Greenw.\ T.S.F.} - 0,\ M\ \mathit{Prague\ m.} = \frac{G_3 - A_9}{i}, \tag{11}$$

indépendantes du moment *M*.

L'avance fractionnaire de la pendule *Greenw. T.S.F.* dans la formule (11) c'est la fraction de la *corr. Prague m. prov.* pour 0, *M Greenw. T.S.F. prov.* = 0.

Lorsque B.I.H. donne les fractions 0, *M Greenw. T.S.F. déf.* on les ajoute aux valeurs des C_p provisoires, par ex. pour Prague aux: *corr. Prague m. prov.*, *corr. Prague s. prov.* etc., et on obtient les C_p définitives.