

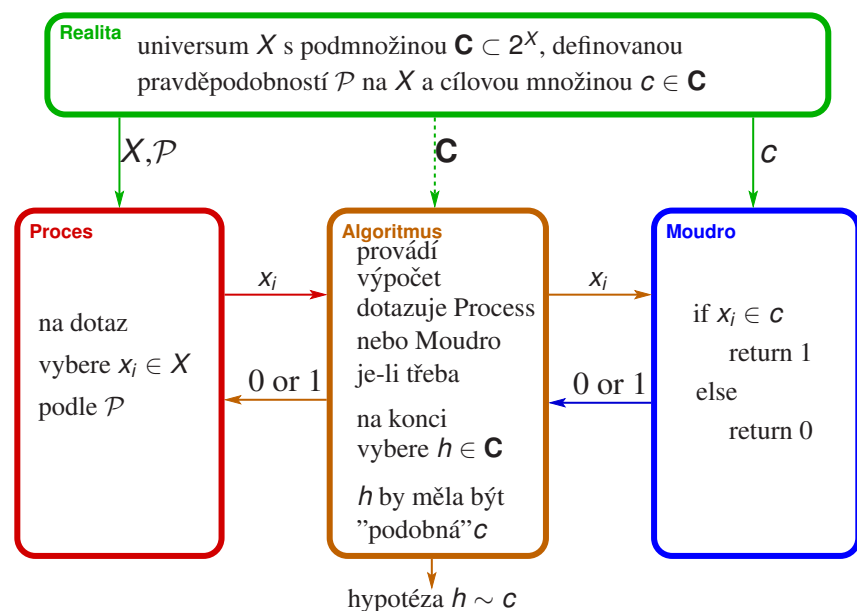
ODHADY POČTU VZORŮ V PAC MODELU PRO NEKONZISTENTNÍ METODY SEPARACE

ING. FRANTIŠEK HAKL, CSc.

Popis tématu

Separáční metody jsou využívány velmi často v oblasti řízení procesů a přijímání rozhodnutí. Poměrně častým případem, který přináší rozličná praxe, je potřeba rozhodovat zda vektor stavových veličin, který popisuje nějaký reálný přírodní či technický systém, patří či nepatří do množiny, kterou můžeme označit jako kritickou, to jest odpovídající stavu, ve kterém by se sledovaný systém neměl ocitnout. Separáční algoritmy jsou velmi často založeny na znalosti předchozí historie předmětného systému, kdy jsou známy popisující vektory jak pro stavy z kritické množiny, tak pro stavy z množiny komplementární. Separáční algoritmus má tedy k dispozici množinu stavů a navíc informaci, ke které množině tyto stavy patří. Cílem separáčního algoritmu je pokusit se na základě těchto znalostí nastavit vnitřní parametry separáčního algoritmu tak, aby realizoval žádanou separaci v požadované kvalitě. Tomuto způsobu zadání separáční úlohy se říká učení s učitelem s dotazy na příslušnost. Otázkou je, zda můžeme nějakým způsobem ohodnotit věrohodnost separace, t.j. očekávání že nový dosud neznámý vektor stavových veličin bude zařazen do správné podmnožiny stavů systému. Toto ohodnocení věrohodnosti bychom chtěli realizovat před používáním separáčního algoritmu, abychom nemuseli využívat dalších verifikačních sledování systému, které pochopitelně v případě kritických stavů přináší nežádoucí či neakceptovatelné jevy, eventuelně vysoké náklady. Pro tento účel byl celý separáční proces zformalizován v modelu PAC učení (Probably Approximately Correct), který s pomocí pojmu Vapnik-Chervonenkovy dimenze systémů podmnožin odvozuje nezbytnou velikost množiny známých stavů použitých při definování separátoru (procesu "učení"), která zajišťuje, že se velké chybovosti ($> \delta$) zařazení do správné podmnožiny dopustíme s malou pravděpodobností ($< \epsilon$). Takovému separáčnímu algoritmu říkáme (ϵ, δ) -učící algoritmus.

Základní schéma PAC modelu



Odhady počtu vzorů ve standardním PAC modelu

Je-li \mathbf{C} netriviální třída konceptů, potom:

1. Je-li $\text{VCdim}(\mathbf{C}) = d < +\infty$ tak platí:

- ▶ pro libovolné $0 < \epsilon < \frac{1}{2}$ **neexistuje** (ϵ, δ) -učící algoritmus využívající méně než

$$\max \left(\frac{1-\epsilon}{\epsilon} \log_e \left(\frac{1}{\delta} \right), d(1 - 2(\epsilon(1-\delta) + \delta)) \right) \quad (1)$$

dotazů.

- ▶ pro libovolné $0 < \epsilon < 1$, každý učící algoritmus vybírající vždy konzistentní hypotézu a využívající **alespoň**

$$\max \left(\frac{4}{\epsilon} \log_2 \left(\frac{2}{\delta} \right), \frac{8d}{\epsilon} \log_2 \left(\frac{12.611}{\epsilon} \right) \right) \quad (2)$$

dotazů je (ϵ, δ) -učícím algoritmem.

2. Pro \mathbf{C} existuje (ϵ, δ) -učící algoritmus **právě když** $\text{VCdim}(\mathbf{C}) < +\infty$.

Praktická aplikovatelnost PAC modelu

Odhady na počet dotazů učícího algoritmu jsou ve standardním PAC modelu odvozeny při platnosti dvou předpokladů:

- ▶ tzv. konzistentnosti, která předpokládá, že učící algoritmus nechybuje v dosud známé skutečnosti, tedy, že přesně klasifikuje stavové vektory použité v průběhu učení. Bohužel v reálné využívaných separáčních metodách je tato skutečnost garantována velmi zřídka.
- ▶ disjunktnost kritické množiny a stavových vektorů popisujících nekritické stavy. Tato skutečnost také není v reálném světě dodržena, ve skutečnosti je výskyt stavových vektorů obou dvou separovaných množin dán hustotami pravděpodobností, jejichž nosiče (oblasti nenulové pravděpodobnosti) nejsou disjunktní.

Tyto dvě skutečnosti znamenají, že ve většině praktických případů se nedají odhady na dostatečný počet dotazů při předem požadované přesnosti separace aplikovat. Z podstaty problému ale vyplývá, že malé odchýlení od výše zmíněných předpokladů vede k malému narušení základních odhadů na počet dotazů. Předmětem práce by bylo studium této závislosti s cílem upravit teorii PAC modelu způsobem, který by zahrnoval míru nesplnění zmíněných předpokladů na konzistentnost a disjunktnost.

Čím by jste se mohli zabývat

- ▶ Rozpracování způsobů kvantifikace nedodržení podmínek konzistentnosti a disjunktnosti.
- ▶ Odvození teoretických formulí PAC modelu pro odhadování počtu dotazů, které by zohledňovaly míru porušení předpokladů standardního PAC modelu.
- ▶ Porovnání souladu odvozených odhadů s výsledky separace vybraných reálných dat.