

**S E D M K R Á T A R T I K**  
**Z L O G I K Y U L A C E**  
**A M E T O D O L O G I E**  
**V Ě D Y A X I O M A T I Z**  
**A C E D E M A R K A C E**  
**E X P L A N A C E F O R**  
**M A L I Z A C E I N S T**  
**R U M E N T A L I Z A C E**  
**M A T E M A T I Z A C E**

Vladimír Havlík (ed.)

Filosofický časopis,  
mimořádné číslo

Vydává © Filosofický časopis a © FILOSOFIA, 2015  
Filosofický ústav  
Akademie věd České republiky, v.v.i.  
Praha



# **Sedmkrát z logiky a metodologie vědy**

aneb

Artikulace – Axiomatizace –  
Demarkace – Explanace  
Formalizace – Instrumentalizace –  
Matematizace

Editor:

Vladimír Havlík

Mimořádné číslo Filosofického časopisu 3/2015  
Praha 2020

Kniha vychází s podporou Akademie věd České republiky.

Stati prošly standardním recenzním řízením Filosofického časopisu.

Všechna práva vyhrazena.



Editor © Vladimír Havlík, 2015

Cover © Jan Dobeš, Designiq

© Filosofický časopis, mimořádné číslo 2015/3

© Filosofia, 2015

ISSN 0015-1831

ISBN 978-80-7007-440-4 (tištěná kniha)

ISBN 978-80-7007-606-4 (elektronická kniha)

DOI 10.47376/filosofia.2016.1

---

# Obsah

---

V. Havlík	Úvodní slovo	7
Petr Dvořák	Neurčité situace a logika	9
P. Sousedík, D. Svoboda	Vznik formalismu a nové pojetí vědy	39
I. Hanzel	Singulárne podmienky, modifikačné podmienky a heuristika vo vedeckom vysvetlení	61
V. Havlík	Donald Gillies a modifikovaný falsifikacionismus	77
P. Sousedík, D. Svoboda	Fregovo pojetí aplikace aritmetiky	101
L. Kvasz	Vedecké inštrumenty a skutočnosť	125
 <b>Diskusní studie</b>		
P. Labuda	O (vedeckých) inštrumentoch na pozadí Kvaszovho inštrumentálneho realizmu	143



---

# Úvodní slovo

---

Mimořádné číslo Filosofického časopisu je věnováno sedmi příspěvkům, které jsou převážně spojeny s XVIII. slovensko-českým sympoziem o analytické filosofii, jež se konalo 8.-10. září 2014 v Praze v Akademickém konferenčním centru. Seminář uspořádalo oddělení analytické filosofie FLÚ AV ČR, v.v.i., ve spolupráci s Českým komitétem pro logiku, metodologii a filosofii vědy. Myšlenkový prostor, v němž se publikované příspěvky identifikují, je vymezen sedmi termíny, které na nich s různou intenzitou a v různém zastoupení participují a ovládají daný prostor specifickým a vcelku strhujícím způsobem. Přes tuto pozoruhodnou shodu, v níž jsou propojeny napříč celkem, je možné vyčlenit jednotlivé termíny tak, aby samostatně charakterizovaly jednotlivé příspěvky:

**Axiomatizace:** Petr Dvořák si ve stati *Neurčitě situace a logika* klade otázku axiomatizace logiky jazyka, která by byla schopna výpovědí o neurčitých situacích, jejichž neurčitost není dána naším poznáním, ale je objektivní vlastností reality. Zaměřuje se na logiku výroků o budoucích nahodilých faktech a na logiku experimentálních výroků kvantové fyziky.

**Formalizace:** Prokop Sousedík a David Svoboda se ve stati *Vznik formalismu a nové pojetí vědy* snaží v historickém přehledu vzniku a vývoje formalismu nalézt inspirace, které vedly a vedou matematiky k opuštění intuitivního předpokladu, že za matematickými symboly stojí znakem označená matematická entita, a preferují naopak předpoklad, že samy symboly k ničemu nereferují a že předměty teorie čísel jsou samy znaky. Snahou autorů je kromě jiného ukázat, že přístupy k matematice ovlivňují i charakter vědy jako celku, načež koketují i s poněkud kontroverzní otázkou, zda není třeba se definitivně rozloučit s lokálním formalismem a nahradit jej formalismem globálním.

**Explanace:** Igor Hanzel se ve stati *Singulárne podmienky, modifikačné podmienky a heuristika vo vedeckom vysvetlení* pokouší o prohloubení některých aspektů Woodwardova pojetí vědeckého vysvětlení, které se odlišuje od dominující Hem-



pelovy koncepcce. Jeho cílem je nahradit tradiční hraniční a počáteční podmínky jemnějšími nástroji modifikačních a individuálních podmínek.

**Demarkace:** Vladimír Havlík se ve stati nazvané *Donald Gillies a modifikovaný falsifikacionismus* zaměřuje na Gilliesův pokus o vyrovnání se s kritikou falsifikacionistického kritéria demarkace na pozadí současné reflexe Popperových stanovisek v pracích jeho ortodoxních pokračovatelů. Přestože Gilliesův projekt selhal a nedostalo se mu větší pozornosti, je zajímavé sledovat rozdílné strategie jednotlivých Popperových pokračovatelů při řešení problémů, jimž falsifikacionismus musel a musí čelit.

**Matematizace:** Prokop Sousedík a David Svoboda se ve své další stati *Fregovo pojetí aplikace aritmetiky* zabývají otázkou, jak je možné, že matematika jako v zásadě neempirická věda je tak zázračně aplikovatelná na zkušenostní svět. Odpověď hledají v originalitě Fregova přístupu k matematice, který považují za jednu ze snah, jak se vypořádat s napětím mezi klasickými apriorními a aposteriorními přístupy.

**Instrumentalizace:** Ladislav Kvasz se ve stati *Vedecké instrumenty a skutečnost* snaží dále precizovat svůj příspěvek k instrumentálnímu realismu, k němuž se hlásí, jenž se snaží být jakousi střední pozicí mezi „přímočarým“ a vědeckým realismem. Navazuje tak na své předchozí práce v oblasti instrumentálního realismu v matematice a doplňuje je nyní instrumentálním realismem ve fyzice. Autor naznačuje, že instrumentální praxe vědy může být rozpoznána jako princip jednotného obrazu světa a současně předpokládá, že takový princip může být mnohem úspěšnější než předchozí pokusy o sjednocení vědy.

**Artikulace:** Pavel Labuda v diskusní studii nazvané *O (vedeckých) instrumentech na pozadí Kvaszovho instrumentálního realizmu* usiluje o kritické vyrovnání se s Kvaszovým pojetím instrumentů ve vědecké praxi. Zásadní rozpor spatřuje v tom, že přirozenému jazyku Kvasz nezdůvodněně nepřiznává symbolickou zkušenost, a dále to, že přirozenou zkušenost pokládá za neinstrumentální. Jde pravděpodobně o důsledek Kvaszova odmítnutí myšlenky objektového jazyka jako takové a jeho způsobu řešení otázky realismu jako vztahu reality a jazyka, což bychom mohli obecně chápat jako otázku artikulovatelnosti.

Přestože jednotlivé stati žijí svým vlastním životem, nakonec se ukazuje, jak se současně nenadále identifikují v rámci celku, když spolu prostřednictvím uvedených sedmi termínů navazují předem nezamýšlený dialog. Čtenáře tak mohou povzbudit k dalším kritickým reakcím nejen na explicitně uvedená tvrzení v rámci jednotlivých příspěvků, ale i na „tichý“ dialog vedený napříč celkem.

# Neurčitě situace a logika<sup>1</sup>

Petr Dvořák —

Filosofický ústav AV ČR, v.v.i., Praha

## 1. Úvod

Logický princip sporu a princip vyloučeného třetího jsou nezdánlivě považovány za vzorové nutné apriorní pravdy a první principy veškerého vědění.<sup>2</sup> Přesto nechybějí pokusy jejich platnost omezit. Zdá se, že minimálně u druhého principu lze uvažovat o tom, že podoba reality, o níž hovoříme, určuje, zda platí, či nikoliv. Taková závislost na skutečnosti by nahradila apriorní status principu. V následující studii pojednáme o jistém typu situací, které budeme nazývat neurčitě. Bude nás zajímat, jak vypadá logika jazyka, který obsahuje výroky o těchto situacích. Jak se liší od klasické logiky? Omezíme se pouze na výrokovou logiku a zaměříme se na tři okruhy otázek:

1. Jakou pravdivostní hodnotu mají výroky o neurčitě situaci? Platí princip bivalence?<sup>3</sup>
2. Platí princip vyloučeného třetího a jiné logické pravdy klasické logiky?
3. Jsou výrokové spojky pravdivostní funkce?

1 Tato publikace vznikla v rámci projektu „Apriorní, syntetické a analytické od středověku po současnou filozofii“ GAČR P401/11/0371 řešeného ve Filosofickém ústavu Akademie věd České republiky. Autor děkuje anonymním recenzentům Filosofického časopisu za cenné připomínky.

2 Srov. např. Aristotelés, *Metafyzika* IV, 3-6; týž, *Druhé analytiky* I, 11. Srov. Barnes, J. (ed.), *The Complete Works of Aristotle*. Vol. 1–2: *The Revised Oxford Translation*. Princeton, Princeton University Press 1984. Princip vyloučeného třetího říká, že pro každý výrok  $p$  platí: buď  $p$ , nebo  $\neg p$ . Chápe se jako tautologie objektového jazyka,  $p \vee \neg p$ . V dalším budeme též užívat zkratku LEM (*Law of excluded middle*). Princip sporu, opět tautologii objektového jazyka,  $\neg(p \wedge \neg p)$ , budeme zkracovat jako LNC (*Law of non-contradiction*). Obě zkratky jsou zaužívány v anglicky psané literatuře, proto je zde přebíráme.

3 Princip bivalence (dvouhodnotovosti) je sémantický princip (formulovaný v metajazyce): pro každý výrok platí, že buď je pravdivý, nebo je pravdivá jeho negace. Protože pravdivost negace výroku je zpravidla ekvivalentní nepravdivosti výroku, častěji se princip bivalence formuluje takto: pro každý výrok platí, že buď je výrok pravdivý, nebo je nepravdivý. Formálně zapsáno:  $T(p) \vee T(\neg p)$ , resp.  $T(p) \vee F(p)$ , kde „T“ a „F“ jsou predikáty metajazyka „je pravda, že...“, „je nepravda, že...“.

Neurčité situace mohou být různého druhu: neurčenost budoucnosti (plati-li indeterminismus), neurčenost hodnot určitých veličin v subatomární oblasti fyzikální reality, sémantická neurčitost, vágnost, epistemická neurčitost. Zaměříme se na objektivní typ neurčitosti: neurčitost reality spíše než neurčitost plynoucí z našeho nedostatečného poznání či jazykového uchopení skutečnosti. Proto postupně věnujeme hlavní pozornost logice výroků o budoucích nahodilých faktech a logice experimentálních výroků kvantové fyziky. Za předpokladu platnosti indeterminismu je neurčitost budoucnosti dána tím, že s přítomným stavem skutečnosti jsou slučitelné různé budoucí stavy či průběhy budoucnosti. Užijeme-li slavný Aristotelův příklad nahodilého budoucího faktu, z pohledu dneška je možné jak to, že se zítra uskuteční námořní bitva, tak to, že se táž bitva neuskuteční. Výroky o nahodilých skutečnostech v budoucnosti nazvěme BN-výroky. Příkladem BN-výroku je následující výrok a jeho negace:

„Zítra bude námořní bitva.“

„Zítra nebude námořní bitva.“

Jelikož se logika především zabývá vyplýváním, tedy uchováváním pravdivosti a stanovením logických pravd – výroků pravdivých ve všech interpretacích –, je základní otázkou, zda výroky o neurčitých situacích (a jejich negace) vůbec mohou být pravdivé a nepravdivé, resp. zda mají pravdivostní hodnotu a v případě, že ano, pak kterou. V otázce pravdivostní hodnoty těchto výroků se nabízejí tři odpovědi či řešení:

1. Žádný z výroků (rozuměj: výrok nebo jeho negace) není pravdivý ani nepravdivý.
2. Jeden z výroků je pravdivý a druhý nepravdivý, ale nyní nevíme, který má jakou pravdivostní hodnotu.
3. Oba výroky jsou nepravdivé.

Postupně probereme všechna tři řešení nejprve u BN-výroků a poté u experimentálních výroků kvantové fyziky.

## 2. Deterministický argument a jeho tři řešení

Problém pravdivostní hodnoty BN-výroků řešil již Aristotelés v jednom ze svých logických spisů (*O vyjadřování*, kap. 9). V této souvislosti formuloval deterministický argument, který z principu bivalence u BN-výroků vyvozuje, že BN-výrok i jeho negace jsou nutné, a tím nejsou nahodilé. Je-li BN-výrok nutný, pak jemu odpovídající fakt se v budoucnu nutně uskuteční. To zna-

mená, že tento fakt je v daném budoucím okamžiku či intervalu součástí každého možného průběhu budoucnosti. Totéž platí *mutatis mutandis* o negaci BN-výroku a opačném faktu. Budoucnost je tedy z přítomného hlediska nutná stejně jako minulost a přítomnost. Platí tudíž všeobecný ontologický determinismus: K žádnému faktu či jeho negaci nikdy neexistuje alternativa, která by se mohla uskutečnit namísto nich. Aristotelův argument můžeme např. formulovat v metajazyce takto:<sup>4</sup>

1.  $T(p) \vee F(p)$
2.  $T(p) \rightarrow N T(p)$
3.  $T(\neg p) \leftrightarrow F(p)$
4.  $T(\neg p) \rightarrow NT(\neg p)$
5.  $NT(p) \vee NF(p)$

Výrok  $p$  může být libovolný BN-výrok, například „Zítra bude námořní bitva“. Sémantické predikáty „T“ a „F“ znamenají „je pravda, že...“ a „je nepravda, že...“. Operátor „N“ čteme jako „je nutné, že...“ a jeho význam objasníme v následujícím oddíle. První premisa argumentu je princip bivalence. Druhá a čtvrtá premisa vyjadřují princip „co je, nutně je, když to je“, který opět vyjasníme v následujícím oddíle. Třetí premisa je obvyklou definicí toho, co znamená „nepravda“ ve vztahu k pravdě a negaci. Závěr, páté tvrzení argumentu výše, je fatální, je-li  $p$  BN-výrok, protože vede ke zmíněnému determinismu.

Aristotelés chce argument odmítnout. Logika argumentu je v pořádku, takže je nutno ukázat, že jedna nebo více premis nejsou pravdivé. Nabízí se první premisa, tj. princip bivalence pro BN-výroky, nebo druhá a čtvrtá premisa, princip „co je, nutně je, když to je“. Interpreti se již od antiky neshodnou, kterou z těchto dvou možností zvolil Aristotelés sám. Textovou oporu lze totiž najít pro obě možnosti.<sup>5</sup> Nám v této studii jde především o systematický pohled, výkladu Aristotela se proto podrobněji věnovat nebudeme.

Popření první premisy, tj. principu bivalence, budeme v této studii nadále nazývat „první řešení“. „Řešením“ míníme nikoli způsob odmítnutí deterministického argumentu, nýbrž odpověď na otázku, zda a jakou pravdivostní

4 Prawitz, D., Logical Determinism and the Principle of Bivalence. In: Stoutland, F. (ed.), *Philosophy Probing. Essays on von Wright's Later Work*. København, Automatic Press 2009, s. 11-135.

5 Z rozsáhlé literatury vybíráme podle našeho soudu nejlepší studie, které dávají dobrý přehled hlavní literatury a řešených problémů interpretačních i věcných: Craig, W. L., *The Problem of Divine Foreknowledge and Future Contingents from Aristotle to Suarez*. Leiden, Brill 1988; Gaskin, R., *The Sea Battle and the Master Argument: Aristotle and Diodorus Cronus on the Metaphysics of the Future*. Berlin – New York, Walter de Gruyter 1995; Prawitz, D., Logical Determinism and The Principle of Bivalence, c. d.

hodnotu mají BN-výroky. Popření bivalence znamená pro BN-výroky tvrdit následující: „není pravda, že každý výrok je buď pravdivý, nebo nepravdivý“. Toto tvrzení je pravdivé, pokud některý výrok má nějakou jinou (třetí) pravdivostní hodnotu nebo nemá žádnou pravdivostní hodnotu. Obě varianty pojednáme v rámci „prvního řešení“, odmítnutí bivalence pro daný typ výroků.

Popření principu „co je, nutně je, když to je“ umožní odmítnout deterministický argument a uchovat bivalenci. Tuto možnost prozkoumáme pod názvem „druhé řešení“ níže.

První řešení odmítá premisu 1, druhé řešení zavrhuje premisy 2 a 4. Je tedy zřejmé, že čistě kombinatoricky existuje ještě třetí možnost, jak odmítnout deterministický argument: popřít premisu 3. Tuto variantu Aristotelés zavrhl, protože automaticky předpokládá totožnost situace, v níž je výrok „Zítřa bude námořní bitva“ nepravdivý, s tou, v níže je pravdivý opak „Zítřa nebude námořní bitva“. Jinak řečeno, chápe výrok a jeho negaci jako vzájemně kontradiktorní. Pokud bychom ovšem chápali vztah mezi výroky „Zítřa bude námořní bitva“ a „Zítřa nebude námořní bitva“ nikoli jako kontradiktorní, nýbrž jako kontrární, bylo by možné, aby oba byly zároveň nepravdivé. Negace „Zítřa nebude námořní bitva“ tedy může znamenat dvojí, buď „Zítřa bude NE-námořní bitva“ ( $ne-p$ ) nebo „NE: Zítřa bude námořní bitva“ ( $\neg p$ ).<sup>6</sup> První je vůči „Zítřa bude námořní bitva“ kontrární, druhý kontradiktorní. Vidíme, že se negace liší svým dosahem. V prvním výroku je vnitřní, ve druhém vnější.<sup>7</sup> Pravdivost první negace implikuje druhou, ale nikoli naopak. Metajazykově vyjádřeno platí  $T(ne-p) \rightarrow \neg T(p)$ , ale nikoli naopak. Deterministický argument má pak po tomto rozlišení dvojí negace podobu:

1.  $T(p) \vee F(p)$
2.  $T(p) \rightarrow NT(p)$
3.  $T(ne-p) \leftrightarrow F(p)$
4.  $T(ne-p) \rightarrow NT(ne-p)$
5.  $NT(p) \vee NF(p)$

Třetí premisa  $F(p) \leftrightarrow T(ne-p)$  není pravdivá, protože neplatí  $F(p) \rightarrow T(ne-p)$ . Toto poslední odvození však argument potřebuje, aby, za předpokladu, že přijmeme  $F(p)$ , bylo možno s jeho pomocí a s pomocí kroku 4 odvodit  $NF(p)$ .

6 Russell, B., On Denoting. *Mind*, 14, 1905, 4, s. 479-493.

7 Vnitřní negaci se někdy v anglicky psané literatuře říká *choice negation*, vnější pak *exclusion negation*.

### 2.1 Premisa $T(p) \rightarrow NT(p)$

O pravdivosti výroků v čase lze uvažovat dvěma způsoby, absolutně a relativně. První typ úvahy bere v potaz, který časový okamžik je aktuálně přítomný (a tím, které jsou minulé a které budoucí). Druhý typ od aktuálního plynutí času abstrahuje. Přítomný může být libovolný okamžik a relativně k němu jsou dány okamžiky minulé a budoucí. Relativní úvaha je vhodná, přejeme-li si zachytit logické, temporální či kauzální modalitty, u nichž nezáleží na informaci, který okamžik je aktuální a jakou podobu má skutečný svět.<sup>8</sup> U nynějšího problému pravdivosti BN-výroků se však jedná o modalitu, která souvisí s plynutím času, s postupnou aktualizací časových okamžiků, a proto je vhodnější uvažovat absolutně a vědět, kde se aktuálně v čase nacházíme. Navzeme přítomný okamžik a okamžiky budoucí *dostupnými* okamžiky.

Co znamená „ $NT(p)$ “, tj. že výrok  $p$  je nutně pravdivý? Znamená to, že pro časový okamžik, v němž  $p$  platí, není v dostupném okamžiku (tj. v přítomnosti či budoucnosti) uskutečnitelná alternativa s  $ne-p$ , tj. není uskutečnitelná taková podoba světa, v níž platí  $ne-p$ . Použijme jazyk možných světů.<sup>9</sup>

Možný svět  $\alpha$  je uskutečnitelný *pro* okamžik  $t_2$  ze světa  $\beta$  v dostupném okamžiku  $t_1$  právě tehdy, když  $\beta$  obsahuje příčiny, jejichž kauzální aktivita stačí k tomu, aby se  $\alpha$  stal v  $t_2$  aktuální.<sup>10</sup>

Uskutečnitelnost je tedy vlastností možných světů v určitém okamžiku, dostupném či nikoli, ve vztahu k jinému možnému světu v dostupném okamžiku a jeho kauzální „výbavě“.<sup>11</sup>

Například, je-li pravdivý indeterminismus, pak z aktuálního světa v přítomném okamžiku  $t_1$  je uskutečnitelných vícero možných světů pro libovolný budoucí okamžik  $t_x$ , kde  $x > 1$ . Princip „co je, nutně je, když to je“, resp. „ $T(p) \rightarrow NT(p)$ “, tedy v tomto zpřesnění znamená následující: Je-li  $p$  v určitém okamžiku pravdivý, pak pro daný okamžik není v žádném dostupném okamžiku z žádného z možných světů uskutečnitelný takový možný svět,

8 Logická modalita je dána konceptuální bezrozporností. Modální pojmy lze chápat jako kvantifikátory nad možnými světy. Temporální modální pojmy můžeme charakterizovat jako kvantifikátory časových okamžiků (v rámci aktuálního světa). Kauzální modalita je dána existencí či neexistencí dostatečné příčiny pro určitý fakt v témže či dřívějším čase (resp. tím, zda je nějaký existenční výrok podmíněn jiným výrokem o příčinách) bez ohledu na plynutí času v aktuálním světě.

9 Možný svět lze chápat jako maximální konzistentní stav světa (blíže srov. např. Plantinga, A., *The Nature of Necessity*. Oxford, Clarendon Press 1974, s. 2).

10 Pojem „stačit“ zde interpretujeme jako relaci mezi souborem příčin a účinkem. Nejedná se o ontologickou dostatečnou podmínku.

11 Lze namítat, že uskutečnitelný je svět jen pro dostupný okamžik. Není možné měnit minulost, tj. v přítomnosti či budoucnosti aktualizovat jiný možný svět než ten, který v minulém okamžiku byl aktuální. Jelikož není *prima facie* nekoherentní opak, resp. neměnnost minulosti je třeba argumentačně podložit, nechceme přímo v definici již tuto tezi předjímat či rozhodnout, že tomu tak je.

v němž by platilo *ne-p*. Modalita, resp. nutnost, o niž zde jde, je tedy nezměnitelnost pravdivostní hodnoty výroku pro daný okamžik. Ta je důsledkem kauzální uzavřenosti příslušného, s výrokem korespondujícího faktu v rámci dostupného času. Takový fakt nikdy nemůže pro daný okamžik nastat. To evidentně platí o minulých a současných faktech. Žádná kauzální aktivita v přítomnosti či budoucnosti – ať už v budoucnosti svět nabude libovolné podoby – nezmění, že v daných okamžicích, v nichž tyto události nastaly, nastaly.

Princip „ $T(p) \rightarrow NT(p)$ “ je patrně konceptuálně, tedy logicky nutný. V deterministickém argumentu hraje zásadní roli jeho platnost v absolutní aktuální přítomnosti. Uvažujme tedy tento princip nadále jen v jeho aktuální pravdivosti, tedy v nemodalizované podobě. Je-li *p* nyní pravdivý, pak nyní i v budoucnu nelze změnit, že pro okamžik, který je nyní přítomný, platí *p*. Daný princip váže (ve smyslu logicky nutné podmínky) možnost přísouzení pravdivostní hodnoty výroku na přítomnou a budoucí kauzální fixovanost či uzavřenost pravditele. Rozlišme tedy *logický* princip „ $T(p) \rightarrow NT(p)$ “:

Platí-li  $T(p)$  v přítomném okamžiku *t*, pak pro *t* není v žádném dostupném okamžiku uskutečnitelný takový možný svět, v němž  $T(ne-p)$

a *sémanticko-ontologický* princip P:

Platí-li  $T(p)$  v přítomném okamžiku *t*, pak pro *t* není v žádném dostupném okamžiku uskutečnitelný takový možný svět, jehož prvkem by byl fakt – pravditel *ne-p*.<sup>12</sup>

Dosadím-li za *p* BN-výrok, pak přítomný fakt o budoucím výskytu BN-události nelze nyní ani v budoucnu změnit: v žádném dostupném okamžiku není uskutečnitelné, aby v přítomnosti neplatilo, že *p*, tj. aby neplatil daný BN-výrok. Přítomný fakt o budoucím výskytu BN-události je tedy kauzálně fixován. Z toho zastávce prvního řešení vyvozuje, že nyní existují *vymezené* příčiny, které buď samy, nebo prostřednictvím dalších příčin v budoucnu přivodí, že nastane daná BN-událost. Jinak řečeno, že nyní, v přítomnosti, existuje dostatečná podmínka pro výskyt uvedeného budoucího faktu.<sup>13</sup> Alternativní možnosti, které by byly uskutečnitelné pro daný budoucí okamžik, tímto

12 To platí, *mutatis mutandis*, o nepravdivosti.

13 Máme na mysli ontologickou podmínku. Ke vztahu mezi logickou a ontologickou podmínkou srov. např. Ingthorsson, R. D., The Logical vs. the Ontological Understanding of Conditions. *Metaphysica*, 9, 2008, 2, s. 129-137. Niž hovoříme o „dostatečném důvodu“, což je pojem širší než ontologická dostatečná podmínka. Dostatečný důvod je výrok či soubor výroků, který vysvětluje jiný výrok či jejich soubor tak, že není zapotřebí jiné vysvětlení.

vymezením uskutečnitelnost ztrácejí, a uskutečnitelná je výlučně možnost, v níž platí  $p$ . Tím je budoucí fakt nutný, a nikoli nahodilý: není uskutečnitelný jeho opak. Pravdivý nebo nepravdivý BN-výrok je tedy protimluv, jelikož každý pravdivý či nepravdivý budoucí výrok je nutný.<sup>14</sup> Obecně řečeno, v přítomnosti existuje dostatečný důvod připsání pravdivostní hodnoty výroku o faktu, který dosud neexistuje, ale teprve bude existovat – vymezenost jeho příčin.<sup>15</sup>

Formálněji zapsáno, dosazením libovolného BN-výroku za  $p$  ve formulaci P dostaneme

P\*: Platí-li T(BN-výrok) v přítomném okamžiku  $t$ , pak není v žádném dostupném okamžiku uskutečnitelný pro  $t$  takový možný svět, který by obsahoval fakt – pravditele ne-BN-výrok.

Z toho podle zastánců prvního řešení plyne

P\*\*: Platí-li T(BN-výrok) v přítomném okamžiku  $t$ , pak jsou příčiny BN-faktů v  $t$  vymezeny.<sup>16</sup>

Z řečeného plyne, že přijímáme-li princip P pro libovolný pravdivý výrok a chceme-li zároveň podržet tezi, že budoucnost je kauzálně otevřená, to znamená, že v přítomnosti neexistují vymezené příčiny některých budoucích faktů (ve smyslu postačující podmínky), pak se nabízí tato možnost: popřít, že by výroky o těchto BN-faktech byly v přítomnosti pravdivé či nepravdivé.<sup>17</sup> Tím znemožníme vztahení principu P na BN-výroky, a tak můžeme odmítnout P\* a P\*\*. To je první strategie odmítnutí deterministického argumentu a první způsob, jak se vypořádat s pravdivostní hodnotou BN-výroků. Stejného účinku bychom dosáhli popřením aplikace principu P na BN-výroky v tom smyslu, že P neplatí univerzálně, tj. neplatí pro libovolný výrok, tedy i BN-výrok. BN-výroky jsou pravdivé a nepravdivé, nikoli však na základě P. To je princip druhého způsobu odmítnutí deterministického argumentu a s ním souvisejícího druhého řešení problému pravdivostní hodnoty BN-výroků. Tím se budeme zabývat později.

14 Je-li pravdivá negace BN-výroku, je BN-výrok nepravdivý.

15 Tím se připouští pouze budoucí fakta, která jsou kauzálně nutná. Kauzálně nutný je fakt, u něhož zároveň existuje nebo také dříve existovala ontologická dostatečná podmínka jeho realizace.

16 Vymezenost příčin lze charakterizovat modálně: není možné, aby byl v budoucnu aktuální možný svět, který neobsahuje účinek, k němuž jsou příčiny vymezeny.

17 Nabízí se ještě možnost popřít, že by P\*\* plynulo z P\*.



## 2.2 První řešení

První řešení lze ve vztahu k existenci BN-faktů chápat jako antirealistické. Taková fakta v přítomnosti neexistují, proto se o nich nedá pravdivě (a nepravdivě) nic říci. Existují pouze *nutná* budoucí fakta v tom smyslu, že jsou zde vymezené příčiny těchto budoucích faktů. O těch lze hovořit pravdivě, nebo nepravdivě.

Popření bivalence u BN-výroků může znamenat dvojí: BN-výrok (nebo jeho negace) není pravdivá ani nepravdivá, pokud buďto má a) nějakou jinou pravdivostní hodnotu než „pravda“ nebo „nepravda“, nebo b) nemá žádnou pravdivostní hodnotu.

### 2.2.1 Třetí pravdivostní hodnota

Fakt, že BN-výroky nejsou ani pravdivé, ani nepravdivé lze chápat tak, že mají třetí pravdivostní hodnotu. Je všeobecně známo, že třetí pravdivostní hodnotu u BN-výroků (neurčeno, *undetermined*) zavedl Jan Łukasiewicz.<sup>18</sup> Výhodou tohoto přístupu je pravdivostní funkčnost: pravdivostní hodnota složeného výroku je jednoznačně dána hodnotou jeho složek. Logické spojky jsou pravdivostní funkce, jejichž definiční obor i obor hodnot představuje množina {„pravda“, „nepravda“, „neurčeno“}, které lze zadat tabulkami. Ty jsou totožné s klasickou výrokovou logikou tam, kde mají složky složeného výroku klasické hodnoty „pravda“ nebo „nepravda“. Při stanovení hodnoty funkce v případě, že jedna nebo více složek má třetí hodnotu (tj. při konstrukci tabulky, kdy jeden z argumentů je „neurčeno“), lze uvažovat dvojím způsobem: Buď chápeme třetí pravdivostní hodnotu jako „infekční“ v tom smyslu, že složený výrok se složkou mající tuto hodnotu má automaticky tuto hodnotu také. Nebo chápeme třetí hodnotu jako ekvivalentní s alternativou „buď pravda, nebo nepravda“, přičemž není známo, která z nich to je.<sup>19</sup> Łukasiewiczovy a tzv. Kleenovy silné tabulky odrážejí druhé pojetí.<sup>20</sup> Jelikož

18 Łukasiewicz, J., On Three-valued Logic. In: *týž, Selected Works*. Ed. L. Borkowski. Amsterdam, NorthHolland 1970, s. 87-88.

19 U Łukasiewicze lze spíše hovořit o střední hodnotě „mezi“ pravdou a nepravdou.

20 Výsledkem první úvahy, podle níž je složená formule obsahující neurčenou složku vždy neurčenou, jsou tzv. Kleenovy slabé tabulky, jež se shodují s Bočvarovou logikou vnitřních logických spojek (k principu Bočvarovy vícehodnotové logiky se dostaneme níže). Kleene zavedl třetí hodnotu „nedefinováno“ (*undefined*) u nedokázaných matematických výroků. Srov. Kleene, S. C., *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam, North-Holland 1952, s. 332-340. Neurčitá situace, o níž uvažoval, byla na rozdíl od Łukasiewicze čistě epistemická. Łukasiewiczovy a Kleenovy silné tabulky pravdivostních funkcí se shodují, a to až na tabulku implikace v místě, kde mají oba členy třetí pravdivostní hodnotu. U Kleena je taková implikace nepravdivá, pro Łukasiewicze je pravdivá, aby mohlo být pravdivé  $p \rightarrow p$ , jehož pravdivost odpovídá druhé úvaze. Té však potom neodpovídá pravdivost  $p \rightarrow q$  v případě, že  $p$  i  $q$  jsou neurčené. Zde vidíme tenzi, kterou řeší až supervaluace ( $p \rightarrow q$  není ani pravdivé, ani nepravdivé,  $p \rightarrow p$  je pravdivé). Łukasiewicz navíc musí zakázat ekvivalenci  $p \rightarrow p$  a  $p \vee \neg p$ .

čtenář snadno nalezne tabulky v literatuře, uvedeme zde jen tabulku disjunkce a negace.

$p \vee q$	T	I	F	$p$	$\neg p$
T	T	T	T	T	F
I	T	I	I	I	I
F	T	I	F	F	T

Snadno nahlédneme, že LEM v tříhodnotové logice není logickou pravdou. V případě, že má  $p$  třetí hodnotu, má složený výrok  $p \vee \neg p$  rovněž třetí hodnotu, tedy není pravdivý. Totéž platí o LNC. Kleenova tříhodnotová logika nemá dokonce žádné logické pravdy, tedy výroky pravdivé v libovolné interpretaci!

Łukasiewiczovi šlo o interpretaci Aristotelovy argumentace z 9. kapitoly spisu *O vyjadřování*. Třetí hodnota měla vyjadřovat ontologickou neurčenost. Přes interpretační obtíže a různosti v dějinách interpretace tohoto textu se zdá být poměrně nesporné, že Aristotelés považoval LEM u BN-výroků za platný, popíral však pro tyto výroky princip bivalence. Interpretace založená na tříhodnotové logice naproti tomu popře jak bivalenci, tak LEM. Proto Łukasiewiczův výklad Aristotela nemůže být správný.

Systematické jádro této kritiky Łukasiewiczova přístupu, která se zatím týkala jen nesprávného výkladu Aristotela, spočívá v tom, že chceme odlišit složené výroky, které nemají pravdivostní hodnotu, od těch (se stejnou spojkou), které ji mají. To je pochopitelně možné jedině tehdy, opustíme-li pravdivostní funkčnost. U následujících výroků existují dobré důvody pro to, aby byl první pravdivý a druhý nepravdivý (a to dokonce nutně), zatímco aby třetí a čtvrtý výrok pravdivostní hodnotu neměl.

1. Zítra bude námořní bitva nebo zítra nebude námořní bitva.
2. Zítra bude námořní bitva a zítra nebude námořní bitva.
3. Zítra bude námořní bitva nebo zítra nebude pršet.
4. Zítra bude námořní bitva a zítra bude pršet.

Vše nasvědčuje tomu, že potřebujeme jinou logiku výroků, které nejsou ani pravdivé, ani nepravdivé, než je tříhodnotové pravdivostně funkční pojetí.

### 2.2.2 Žádná pravdivostní hodnota

Alternativou, která se nabízí, je říci, že „ani pravdivý, ani nepravdivý“ znamená „bez pravdivostní hodnoty“.<sup>21</sup> Logiku „mezer“ v pravdivostní hodnotě (*truth-value gaps*) vypracoval Bas van Fraassen.<sup>22</sup> Velkou výhodou tohoto přístupu je, že se zachovávají všechny logické pravdy klasické výrokové logiky, tedy i LEM,  $p \vee \neg p$ , i v případě, že  $p$  nemá pravdivostní hodnotu. Jak víme, obětovat musíme pravdivostní funkčnost logických spojek.<sup>23</sup> B. van Fraassen vyšel ze sémantické neurčitosti a vytvořil logiku výroků nemajících pravdivostní hodnotu proto, že některé ze singulárních termínů v těchto výroch nedenedotují. Chtěl tak precizněji rozvinout stanovisko P. F. Strawsona ve známém sporu s B. Russellem ohledně pravdivostní hodnoty výroků s nereferujícími určitými deskripcemi.<sup>24</sup> Dnes asi neznámější užití supervaluačního přístupu představuje řešení problému pravdivostní hodnoty výroků s vágními termíny, jak je aplikoval K. Fine a po něm další.<sup>25</sup> Do oblasti BN-výroků supervaluace zavedl R. Thomason<sup>26</sup> a zasadil je do rámce Priorovy temporální logiky.<sup>27</sup> Tento rámec a jeho využití v souvislosti s druhým řešením ukážeme později, proto ponecháme na později i prezentaci supervaluací u BN-výroků, třebaže logicky spadá do přítomného zkoumání.

Vágnost představuje druh neurčité situace. Diskuse se vede o její povaze. Jeden z neznámějších autorů v této oblasti T. Williamson hájí její epistemicou podstatu.<sup>28</sup> V poslední době se však objevilo vícero studií o metafyzické vágnosti či spíše neurčitosti.<sup>29</sup> Vágnost se liší od jiných typů neurčitých situací tím, že vzniká i na vyšších úrovních, tj. v hierarchii metajazyků, které

21 V našem pojednání chápeme princip bivalence tak, že pro každý výrok platí, že je buď pravdivý, nebo nepravdivý. Je jasné, že pokud dovolíme, aby výrok neměl žádnou pravdivostní hodnotu, je bivalence v uvedeném pojetí popřena. Bivalenci lze ovšem chápat také slaběji: existují pouze dvě pravdivostní hodnoty, pravda a nepravda. Podle tohoto chápání by nynější přístup, podle něhož některé výroky nemají žádnou pravdivostní hodnotu, byl bivalentní na rozdíl od právě probraného přístupu, který pracuje s třetí pravdivostní hodnotou. Za tuto myšlenku děkuji jednomu z anonymních recenzentů.

22 Fraassen, Bas van, Singular Terms, Truth-Value Gaps, and Free Logic. *The Journal of Philosophy*, 63, 1966, 17, s. 481-495.

23 Existuje ještě jeden problém. Vyplývání definované na základě supervaluace má na rozdíl od vyplývání v klasické logice globální charakter. Důsledkem je neplatnost některých inferencí. Srov. Williamson, T., *Vagueness*. London – New York, Routledge 1994, s. 151.

24 Russell, B., On Denoting, c. d.; Strawson, P. F., On Referring. *Mind*, New Series, 59, 1950, 235, s. 320-344.

25 Fine, K., Vagueness, truth and logic. *Synthese*, 30, 1975, 3-4, s. 265-300.

26 Thomason, R. H., Indeterminist Time and Truth-value Gaps. *Theoria. A Swedish Journal of Philosophy*, 36, 1970, s. 264-281.

27 Prior, A., *Past, Present and Future*. Oxford, Clarendon Press 1967.

28 Williamson, T., *Vagueness*, c. d.

29 Srov. např. Barnes, E. J. – Williams, J. R. G., A Theory of Metaphysical Indeterminacy. *Oxford Studies in Metaphysics*, 6, 2011, s. 103-148.

vágnost odstraňují. To u typů neurčitých situací, které zde zkoumáme (BN-výroky a experimentální výroky kvantové teorie), nenastává.

Vyložíme supervaluační řešení otázky pravdivostní hodnoty vágních výroků neformálně. Mějme výsek barevného spektra přechodu červené v oranžovou, např. barevný proužek. Jeho horní okraj tvoří úsečku. Rozdělme ji na  $n$  bodů, např. takových, které ji rozdělují na stejné intervaly, řekněme  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , kde  $x_1$  a  $x_5$  tvoří krajní body. Mějme pět výroků formy „okolí  $x_i$  je červené“, kde za „ $x_i$ “ dosazujeme vždy jméno jednoho z našich pěti bodů.<sup>30</sup> Tyto výroky tvoří elementární výroky našeho jazyka  $L$ . Jak je tomu obvyklé ve výrokové logice, interpretační sémantická funkce přiřazuje výroky pravdivostní hodnotu „pravda“, „nepravda“. V případě našich pěti výroků však nebude interpretační funkce úplná. Výroky o tom, že okolí bodů  $x_1$  a  $x_5$  je červené, jsou přesné. První bude mít hodnotu „pravda“, druhý „nepravda“. Naproti tomu výroky o tom, že okolí bodů  $x_2, x_3$  a  $x_4$ , je červené, jsou vágní, protože hranice rozsahu predikátu „být červený“ nejsou přesně vymezeny. Proto jim interpretační funkce nepřihodí žádnou pravdivostní hodnotu. Elementární výroky lze spojovat pomocí logických spojek ve výroky složené. Ve výrokové logice je obvyklé uvažovat další funkci, tzv. valuaci, která se v případě elementárních výroků shoduje s interpretací a která složeným výroky přiřadí pravdivostní hodnotu na základě definic logických spojek. Jakou pravdivostní hodnotu budou mít složené výroky, které obsahují složky, elementární výroky, jimž interpretace nepřihodila pravdivostní hodnotu? Jakou pravdivostní hodnotu bude mít např. LEM, tedy  $p \vee \neg p$ , pokud  $p$  nemá pravdivostní hodnotu?

Abychom otázku zodpověděli, můžeme postupovat následovně. Nad určitou interpretací, která některým výroky nepřihoduje pravdivostní hodnotu, lze klasickou čili bivalentní valuaci rozšířit tak, že těmto výroky bude arbitrárně přiřazena hodnota „pravda“ nebo „nepravda“.<sup>31</sup> Každé takové valuaci všech elementárních výroků říkáme precizace (*precisification, sharpening*). Valuace dále přiřazuje pravdivostní hodnotu složeným výroky podle standardních definic výrokových spojek.

Vraťme se k našemu příkladu. Každá precizace je spojena s konkrétním přiřazením pravdivostní hodnoty všem pěti výroky. Ve všech precizacích přiřadí valuace výroku s  $x_1$  hodnota „pravda“ a výroku s  $x_5$  hodnota „nepravda“. Naproti tomu výroky s  $x_2, x_3, x_4$  se v každé precizaci přiřadí různá pravdivostní hodnoty. Uvažujme jen tzv. *přípustné* precizace, které odrážejí sku-

30 Bod není barevný, ale větší ploška v jeho okolí ano. Předpokládejme, že se nám podaří přesně definovat pojem okolí tak, aby se jednalo o nejmenší plochu, v souvislosti s níž má smysl vypovídat barvu. Pomiřme, že se v pokusu o takovou definici může opět skrývat problém vágnosti.

31 Jak již bylo řečeno, těm výroky, kterým interpretace přiřazuje pravdivostní hodnotu, valuace přiřazuje pravdivostní hodnotu ve shodě s interpretací.

tečnost: pokud je výroku o bodu s nižším indexem přiřazena „nepravda“, pak musí být přiřazena i všem výroky o bodech s vyšším indexem. Například pokud je výrok „okolí  $x_3$  je červené“ nepravdivý, nemůže být pravdivý výrok „okolí  $x_4$  je červené“.

Pravdivostní hodnota, kterou mají výroky našeho jazyka  $L$ , elementární a složené, je dána tzv. supervaluací, „nadvaluací“, tedy valuací nad uvedenými precizacemi původní interpretace. Supervaluace (ve vztahu k původní interpretaci) přiřadí výroku (elementárnímu i složenému) hodnotu „pravda“, právě když mu všechny klasické valuace přiřadily hodnotu „pravda“. Totéž platí, *mutatis mutandis*, o hodnotě „nepravda“. Pokud některé valuace přiřadily „pravda“ a jiné „nepravda“, supervaluace nepřihodí žádnou pravdivostní hodnotu. Výsledek je tedy tento: výrok „okolí  $x_1$  je červené“ je na základě supervaluace pravdivý, výrok „okolí  $x_5$  je červené“ je nepravdivý. Ostatní tři výroky nemají pravdivostní hodnotu. Výrok, partikulární případ LEM, „okolí  $x_3$  je červené nebo okolí  $x_3$  není červené“ je pravdivý, výrok, partikulární případ LNC „okolí  $x_3$  je červené a okolí  $x_3$  není červené“ nepravdivý.

Poslední dva výroky, případ LEM a LNC, jsou nutné: první je logická pravda, druhý logická nepravda. Logická pravda na základě supervaluace je pravda ve všech supervaluacích, tj. v každé supervaluaci ve vztahu k libovolné interpretaci. Ať už tedy bude „ $x_3$ “ kterýkoli bod, predikát „červený“ bude mít jakýkoli rozsah a výrok „okolí  $x_1$  je červené“ bude na základě dané interpretace pravdivý, nepravdivý, nebo bez pravdivostní hodnoty, pak první ze složených výroků bude na základě supervaluace vztažené k příslušné interpretaci pravdivý, druhý v téže supervaluaci nepravdivý.

Supervaluace neuchovávají pravdivostní funkčnost výrokové logických spojek: disjunkce „okolí  $x_3$  je červené nebo okolí  $x_3$  není červené“ je pravdivá, i když oba disjunktivy nemají pravdivostní hodnotu. Univerzálně tedy neplatí, že disjunkce je pravdivá, pokud alespoň jeden její člen má pravdivostní hodnotu „pravda“. A naopak, pokud v situaci, kdy  $p$  ani jeho negace nemají pravdivostní hodnotu, nahradíme v disjunkci tvaru „ $p \vee \neg p$ “ jeden z členů jiným výroky,  $q$ , který má tutéž pravdivostní hodnotu, resp. v tomto případě nemá žádnou hodnotu, nová disjunkce, např. „ $q \vee \neg p$ “, si neuchová v supervaluaci pravdivost, nýbrž bude bez pravdivostní hodnoty. Univerzálně tedy neplatí, že jsou-li členy disjunkce bez pravdivostní hodnoty, je disjunkce jako celek pravdivá.

### 2.3 Druhé řešení

V diskusi o pravdivostní hodnotě BN-výroků se zejména ve středověkém myšlení prosadila druhá strategie, jak čelit deterministickému argumentu. Připomeňme, že v tomto případě se jedná o odmítnutí druhé a čtvrté premisy deterministického argumentu: neplatí, že pravdivost  $p$  implikuje nutnou

pravdivost tam, kde uvedenou nutnost pravdivost chápeme jako nezměnitelnost charakterizovanou výše. Tato strategie umožní uchovat princip bivalence (první premisu). Podle druhého řešení otázky pravdivostní hodnoty BN-výroků jsou uvedené výroky pravdivé nebo nepravdivé. Ve vztahu k nim tedy LEM platí. To bylo ve středověkém myšlení velmi žádoucí, protože zde nešlo primárně o problém logického determinismu, nýbrž o tzv. determinismus teologický. Velmi stručně vyložme tento posun, který však není z hlediska našeho zkoumání významný. Předpokládejme, že existuje ze své podstaty vševědoucí a neomylný Bůh a poznává nějaký BN-výrok  $p$ . Potom z esenciální vševědoucnosti a neomylnosti božského poznání plyne, že „Bůh poznává, že  $p$ “ a  $p$  jsou logicky nutně ekvivalentní. Pokud Bůh BN-výroky poznává z lidského hlediska v přítomnosti, tedy před realizací příslušné BN-události, pak jsou takové výroky v přítomnosti pravdivé a nepravdivé. Tím předpoklad Božského poznání vede k logickému determinismu a k Aristotelovu argumentu popsanému výše. Ovšem předpoklad takového Božského poznání BN-dějí je pro standardní křesťanskou věrouku klíčový, jak to dokládá velké množství míst v *Písmu*, které lze stěží interpretovat jinak, než že Bůh zná BN-budoucnost. Proto řešení deterministického argumentu, které zachová bivalenci BN-výroků, bylo v teologickém kontextu výrazně preferováno.<sup>32</sup>

Uchování bivalence a dalších logických zákonů je velkou výhodou. Co však řešením ztrácíme? Ztráta je spíše obecnějšího než čistě logického charakteru. Popírá se zde princip „co je, nutně je, když to je“ založený na sémanticko-ontologickém principu v univerzalistické podobě, který jsme nazvali P, a jeho důsledky<sup>33</sup>: přítomná pravdivost výroku není již vázána na *současnou* existenci faktu, existenci jeho kauzálních důsledků či vymezených příčin. Pravditelem výroku nadále může být také neexistující a v okamžiku platnosti výroku kauzálně nevymezený fakt. K budoucí existenci takového faktu z hlediska přítomného kauzálního stavu skutečnosti existuje alternativní možnost. Jeho budoucí výskyt je vzhledem k přítomnému kauzálnímu nastavení možný, ale stejně tak je možný i výskyt jeho opaku. V přítomném stavu příčin není nic, co by umožnilo daný fakt preferovat. Z tohoto hlediska tedy v přítomnosti chybí dostatečný důvod pro to, abychom uvedenému faktu

32 Ve středověké scholastice nechyběli zastánci Aristotelova učení: P. Auriol a P. de Rivo. V návaznosti na diskusi, kterou vyvolal druhý ze zmíněných scholastiků v Lovani, odsoudil Papež Sixtus IV. v roce 1474 toto řešení jako odporující víře. Srov. např. Schabel, Ch., *Theology at Paris, 1316-1345. Peter Auriol and the Problem of Divine Foreknowledge and Future Contingents*. Ashgate, Aldershot 2001; Normore, C. G., *Petrus Aureoli and His Contemporaries on Future Contingents and Excluded Middle*. Synthese, 96, 1993, 1, s. 83-92.

33 Princip P chápaný univerzalisticky, tj. pro libovolný výrok, stanovuje nutnou a postačující podmínku připsání pravdivostní hodnoty tomuto výroku.

připsali budoucí aktualitu, a tím také přisoudili pravdivost jemu odpovídajícímu BN-výroku.

Nynější pozice považuje za dostatečný důvod připsání pravdivosti BN-výroku samu budoucí realizaci faktu, o níž se dozvíme, až uplyne příslušný čas a z dnešního hlediska budoucí okamžik se stane přítomným a posléze minulým. Tím se rozpojuje vazba mezi sémantikou, ontologií a epistemickou situací. Znalost pravdivostní hodnoty, alespoň v principu, není nutná pro pravdivou výpověď o tom, jak věci jsou. To je typický rys realistické pozice.

Ve vztahu k pravditelům BN-výroků v přítomnosti, tj. budoucím faktům, vzniká otázka, zda se jedná o neurčitost jen epistemickou, nebo ontickou.<sup>34</sup> Zastánci prvního typu řešení, antirealisté, vidí situaci následovně:

Ontická neurčitost BN-faktu v přítomnosti znamená, že budoucí fakt neexistuje ani není vymezen co do své budoucí existence ve svých příčinách. Pokud bychom připustili, že budoucí fakt neexistuje, ale je ke své budoucí existenci vymezen v příčinách, nebo dokonce již v přítomnosti nějak slaběji existuje, pak bychom byli ohledně existence budoucích událostí realisté, ale takové události jsou určité, a tím i nutné. Nejedná se tedy o BN-události či fakta. Pokud by ve vztahu k takovým faktům v přítomnosti existovala neurčitost, byla by pouze epistemická, tj. byla by to neurčitost našeho poznání. Shrňme přehledně v tabulce:

	Typ neurčitosti	Pozice
Příslušný fakt není v přítomnosti kauzálně vymezen	Ontická neurčitost	Antirealismus
Příslušný fakt je v přítomnosti kauzálně vymezen	Jen epistemická neurčitost	Realismus

Zastánci druhého řešení spatřují v tom, co bylo právě vyloženo, falešné dilema. Ve skutečnosti je možná jakási střední pozice: s realismem slučitelná ontická neurčitost. Realismus totiž bezpodmínečně *nevžaduje* přítomnou existenci budoucího faktu či alespoň vymezenost v příčinách. Právě nevymezeností příčin je způsobena ontická neurčitost. Takový realismus je ovšem slabší: Budoucí fakt sice v žádné podobě neexistuje v přítomnosti – ani jako takový, ani ve vymezení příčin, jak by tomu bylo v silnějším pojetí realismu –, ale existuje až v budoucnosti, resp. teprve bude existovat. Budoucí existence faktu není tedy totéž co přítomná existence budoucího faktu.

34 Ontická neurčitost implikuje epistemickou. Naopak to neplatí.

	Typ neurčitosti	Pozice
Příslušný fakt není kauzálně vymezen	Ontická neurčitost	Antirealismus
Příslušný fakt není kauzálně vymezen	Ontická neurčitost	Slabý realismus
Příslušný fakt je kauzálně vymezen	Jen epistemická neurčitost	Silný realismus

Po ontologické stránce existuje rozdíl mezi aktuálním BN-faktem, jehož příčiny v přítomnosti vymezeny nejsou, nutným budoucím faktem, jehož příčiny v přítomnosti vymezeny ve smyslu ontologicky nutné podmínky jsou, a pouze možným faktem, který nebude aktuální a jehož příčiny, podobně jako u aktuálního BN-faktu, vymezeny dosud nejsou. Z hlediska přítomného vymezení příčin tedy mezi BN-faktem a faktem, který je pouze možný, ale nebude skutečný, žádný rozdíl není. V tomto smyslu jsou oba možné a nahodilé, protože v přítomnosti není kauzálně určeno, který z nich se realizuje (ve smyslu postačující podmínky), třebaže lze hovořit o budoucím určení či vymezení příčin.

Logikou výroků o budoucnosti se zabývá temporální logika.<sup>35</sup> Rozdíl různých řešení lze redukovat na hledání a stanovení adekvátních pravdivostních podmínek výroků tvaru „ $Fp$ “, kde „ $F$ “ představuje operátor budoucího času „bude pravda, že“.<sup>36</sup> Formální model, tj. abstraktní formální uchopení temporální reality, která není deterministická, představuje tzv. BT-struktura (kde „BT“ znamená „branching time“ čili „roztvíčující se čas“). Všechna řešení problému pravdivostní hodnoty BN-výroků, o nichž je v této studii řeč, lze zachytit v dané struktuře. BT-struktura je uspořádaná dvojice  $(M, <)$ , což je množina temporálních bodů,  $M = \{a, b, c, \dots\}$ , částečně uspořádaná relací „dřívější-možně pozdější“. Tuto relaci symbolizujeme pomocí symbolu „ $<$ “. Každý temporální bod představuje možnou podobu reality (možný svět) v daném časovém okamžiku. Relace  $<$  je reflexivní, antisymetrická a tranzitivní a dále ji charakterizují dvě formální vlastnosti, které zde představíme neformálně:

- (i) pro libovolné dva body ve struktuře existuje (společný) bod, který je dřívější než každý z nich;

35 Tvůrcem tohoto přístupu je především Arthur Prior. Srov. Prior, A., *Past, Present and Future*, c. d. K výkladu dějin temporální logiky pak Øhrstrøm, P. – Hasle, P. F. V., *Temporal Logic: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*. Dordrecht – Boston – London, Kluwer Academic Publishers 1995.

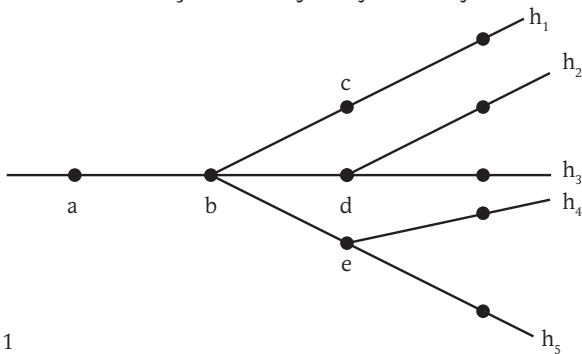
36 V temporální logice ještě existuje operátor „ $P$ “, „bylo pravda, že...“, např. „ $Pp$ “ je dobře utvořená formule. Výrok bez operátoru, např.  $p$ , lze chápat tak, že je předchází implicitní operátor „je nyní pravda, že...“.



(ii) libovolné dva body dřívější než kterýkoli bod jsou uspořádány danou relací.

Druhá z vlastností zakazuje „větvení“ do minulosti, tj. neumožňuje, aby body, které předcházejí nějaký bod, nebyly spolu v relaci. První z vlastností zaručuje, že se vposled jedná jen o jednu stromovou strukturu, a nikoli o více paralelních stromů. Každé dva body struktury mají společného předka. Je zjevné, že představenou strukturu lze vyjádřit stromovým grafem, v němž uzly představují temporální body, hrany pak uspořádání bodů příslušnou relací. Pro účely, které budou zřejmě později, je užitečné zavést podmnožiny množiny  $M$ , které představují maximální množiny všech bodů, jež jsou spolu v relaci.<sup>37</sup> Tyto podmnožiny nazvěme „historie“:  $h_1, h_2, h_3, \dots$  Lze definovat také množiny okamžiků, tj. temporálních bodů struktury, které nejsou v příslušné relaci, ale představují časově paralelní body.

Abychom vyjádřili, že minulost a přítomnost jsou nutné ve smyslu diskutovaném výše, zatímco budoucnost je nahodilá, je užitečné interpretovat tuto strukturu tak, že zde existuje následující bod: Je to bod, který je a) jediným prvkem množiny okamžiků a b) všechny body, které jsou v dané relaci jeho předchůdci, mají stejnou vlastnost. Tento bod je tak možno chápat jako přítomný v absolutním smyslu. Všechny dřívější body jsou lineárně uspořádány.<sup>38</sup> Přítomnost je také počátek větvení, tzn. nelineárního uspořádání pozdějších bodů.<sup>39</sup> Toto větvení lze interpretovat jako chronologie temporálních bodů – posloupnosti možných podob skutečnosti (sukcesí možných světů). Indeterministický model skutečnosti se liší od deterministického právě tím, že zatímco první umožňuje větvení do budoucnosti, druhý nikoliv. V deterministickém modelu jsou všechny body množiny  $M$  lineárně uspořádány.



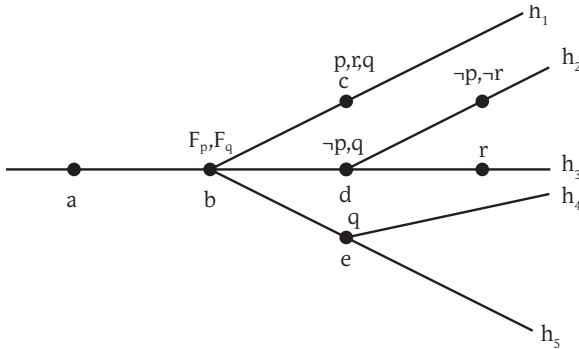
Obrázek 1

37 Připomeňme, že uspořádání je částečné, tj. ne všechny body množiny  $M$  jsou spolu v relaci.

38 „Dřívější“ ve smyslu časového uspořádání množin okamžiků.

39 „Pozdější“ ve smyslu časového uspořádání množin okamžiků.

Model<sup>40</sup> určité temporální logiky, která je extenzí výrokové logiky, pak představuje struktura  $(M, <, v)$ , kde  $(M, <)$  je nám již známá BT-struktura a „ $v$ “ značí valuační funkci, která formulím jazyka temporální logiky  $p, q, r, \dots, \neg p, p \wedge q, \dots, Fp \dots$  přiřazuje pravdivostní hodnotu v každém temporálním bodě dané BT-struktury v závislosti na historii, jíž je bod prvkem. Jeden bod může být, a zpravidla i je, prvkem více historií. Například bod v absolutním smyslu přítomný a body minulé jsou prvky všech historií. Pro valuaci jednoduchých formulí typu  $p$  a  $\neg p$  by stačilo přiřadit pravdivostní hodnotu v bodě bez odkazu k historii. Odkaz k historii je však nutný pro ohodnocení formule s operátorem budoucího času, tj. formule typu „ $Fp$ “, např. „Zítřka budu mít dovolenou“. Formule  $F_b^1 p$  má pravdivostní hodnotu pravda, zatímco  $F_b^2 p$  je nepravdivá.<sup>41</sup>



Obrázek 2

Podle prvního řešení  $F_b p$ , např. „Zítřka budu mít dovolenou“, buď má třetí pravdivostní hodnotu, nebo nemá žádnou pravdivostní hodnotu. Naproti tomu formule  $F_b q$ , např. „Zítřka bude pršet“, je pravdivá.<sup>42</sup> První formule představuje BN-výrok, druhá pak nutný výrok o budoucnosti. R. H. Thomason formuloval supervaluační řešení pro pravdivostní hodnotu BN-výroků.<sup>43</sup> Valuace se týká formulí typu  $F_{bod}^{historie} p$ , supervaluační pak formule  $F_{bod} p$ , a to takto: Přiřadí-li valuace všem formulím lišícím se jen parametrem historie v konkrétním bodě hodnotu „pravda“, pak formule  $Fp$  v tomto bodě nabývá na základě supervaluační hodnotu „pravda“. Přiřadí-li naopak valuace všem

40 Nyní užíváme slovo „model“ ve smyslu logického modelu. Výše jsme užívali slovo „model“ pro abstraktní formální uchopení skutečnosti.

41 Dolní index značí bod evaluace, horní index příslušnou historii. Předpokládáme, že ve všech budoucích bodech historie  $h_2$  platí  $\neg p$ .

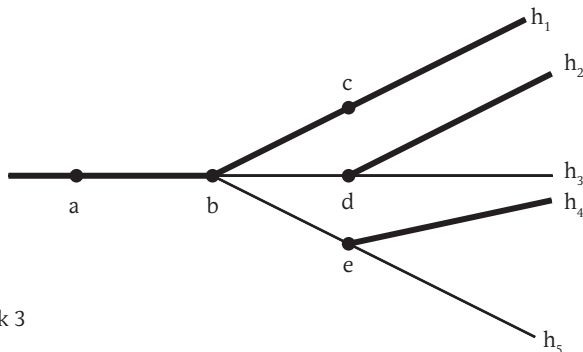
42 Předpokládáme, že meteorologická situace v daném čase je výsledkem deterministických procesů.

43 Thomason, R. H., *Indeterminist Time and Truth-value Gaps*, c. d.

takovým formulím hodnotu „nepravda“, učiní supervaluace formuli  $F_p$  nepravdivou. V případě, že valuace v daném bodě přiřadí některým formulím lišícím se jen parametrem historie hodnotu „pravda“ a jiným hodnotu „nepravda“, supervaluace nepřihadí formuli  $F_p$  žádnou pravdivostní hodnotu.

Podle druhého řešení BN-výrok  $F_b p$  má pravdivostní hodnotu „pravda“ nebo „nepravda“. Nyní musí být navíc určeno, která z historií  $h_1, h_2, h_3 \dots$  je ta pravá, tzn. která bude aktuální. Řekněme, že je to  $h_1$ . Potom je naše formule v daném modelu rozšířeném o aktuální historii,  $(M, <, h_1, v)$ , pravdivá. Tedy např. výrok „Zítřa budu mít dovolenou“ je pravdivý, protože podoba reality, v níž mám zítřa dovolenou, představuje jeden ze sledu aktuálních budoucích světů. Těto privilegované čili aktuální historii se v literatuře říká *thin red line*, tenká červená linie, zkratkou TRL. Uvedená pozice bývá v literatuře spojována se jménem V. Ockhama (tzv. ockhamismus).<sup>44</sup>

Pojetí BT-struktury s tzv. absolutní TRL ovšem čelí kritice. Neskýtá totiž možnost určit pravdivostní hodnotu do budoucna zaměřených kontrafaktuálních formulí, např. „Kdybych zítřa neměl dovolenou, pak bych nešel do práce pozítří“, tedy „Kdyby  $F \neg p$ , pak by  $F(F \neg p)$ “. Je zapotřebí, aby byla TRL stanovena i v rámci historií, které nepředstavují aktuální TRL, tedy v našem případě  $h_1$ . To vede k myšlence TRL jako funkce: Každému bodu je přiřazena historie, která je z *hlediska tohoto bodu* aktuální historií, tedy TRL. Z hlediska přítomného bodu  $b$  hraje roli TRL historie  $h_1$ ,  $TRL(b) = h_1$ , z hlediska bodu  $d$ , který neleží na  $TRL(b)$ , platí  $TRL(d) = h_2$ , atd. pro každý bod.



Obrázek 3

44 Prior nazývá „ockhamismem“ řešení, které ovšem není absolutním pojetím TRL, nýbrž pojetím, kde TRL předpokládá mluvčí. Ockhamismus jako absolutní TRL hájí Øhrstrøm, P., In *Defence of the Thin Red Line: A Case for Ockhamism*. *Humana.Mente*, 8, 2009, s. 17-32. K Ockhamovu řešení srov. Ockham, W., *Predestination, God's Foreknowledge, and Future Contingents*. 2. vyd. Úvod, překlad, poznámky M. McCord Adams a N. Kretzmann. Indianapolis, Hackett Publishing Co. 1983. Pro nejnovější diskusi srov. Correia, F. – Iacona, A. (eds.), *Around the Tree. Semantic and Metaphysical Issues Concerning Branching and the Open Future*. Dordrecht – Heidelberg – New York – London, Springer 2013.

Uvedenou námitku proti absolutnímu pojetí TRL formulovali N. Belnap a M. Green, kteří zároveň navrhli i možné řešení, totiž zavedení funkčního pojetí TRL, aby jej však vzápětí podrobili kritice a odmítli.<sup>45</sup> Hlavní osten kritiky funkčního pojetí TRL spočívá v tom, že v právě vyloženém modelu neplatí velice intuitivní inference  $Fp \rightarrow PFFp$ , např. „Jestliže zítra bude námořní bitva, pak včera bylo pravda, že pozítří bude námořní bitva“. Např. v bodě  $d$  neplatí  $F\rightarrow r \rightarrow PFF\rightarrow r$ , jak se snadno může čtenář přesvědčit pomocí obrázku.<sup>46</sup>

P. Øhrstrøm se pokouší čelit kritice tím, že do modelu přidá ještě jeden parametr, vybranou historii z podmnožiny historií přiřazenou bodu. Každému bodu je přiřazena podmnožina množiny historií, které jím procházejí. Vyberou se pouze ty historie, které kopírují TRL nejbližších budoucích bodů, bezprostředních následníků v relaci  $<$ , pak jejich následníků atd. *ad infinitum*, takže procházejíce stromem, zůstáváme stále na TRL. Například v našem obrázku bodem  $b$  procházejí historie  $h_1$  až  $h_5$ . Do uvedené množiny zařadíme pouze historie  $h_1, h_2, h_4$ . TRL přítomného bodu je pochopitelně jednou z takto vybraných historií ( $h_i$ ). Pravdivostní hodnota je pak funkcí v přiřazována relativně k určité historii ležící v této podmnožině. Tím se problém výše zmíněné inference vyřeší, resp. inference platí (v bodě  $d$  vzhledem k  $h_2$ ).<sup>47</sup>

A. Malpass a J. Wawer na rozdíl od Øhrstrøma přijali Belnapovu a Greenovu kritiku funkčního TRL, tuto koncepci zavrhlí a vrátili se k absolutní TRL.<sup>48</sup> Pravdivostní hodnotu kontrafaktuálních BN-výroků řeší pomocí supervaluací. Tím kombinují druhé řešení problému pravdivostní hodnoty BN-výroků s prvním, které podle nich platí jen pro kontrafaktuální BN-výroky, tedy výroky o budoucích částech historií kromě té, která tvoří absolutní TRL. Tyto kontrafaktuální BN-výroky tedy nemají pravdivostní hodnotu. Obecně, kontrafaktuální výroky s operátorem budoucího času jsou pravdivé a nepravdivé jen tehdy, platí-li příslušný výrok či jeho negace ve všech větvích vycházejících z bodu evaluace.

Malpass a Wawer v průběhu hledání řešení odmítli koncepci, podle níž by pravdivostní hodnota formule  $Fp$  v určitém bodě závisela na modelu. Modely se liší tím, kterou historii považují za aktuální. Jeden model vystihuje realitu, ostatní jsou kontrafaktuální. Typ řešení založeného na myšlence vícera

45 Belnap, N. – Green, M., Indeterminism and the Thin Red Line. *Philosophical Perspectives*, 8, 1994, s. 365-388; Belnap, N. – Perloff, M. – Xu, M., *Facing the Future: Agents and Choices in Our Indeterministic World*. New York, Oxford University Press 2001, s. 133-176. Funkční pojetí TRL bývá chápáno jako současné formální rozpracování myšlenky scholastického teologa L. de Moliny. Proto se hovoří o molinismu. Viz Belnapovská kritika u Restalla: Restall, G., Molinism and the Thin Red Line. In: Perszyk, K., *Molinism: The Contemporary Debate*. London Routledge 2012, s. 227-238.

46 Závorky u iterovaných temporálních operátorů  $F$  a  $P$  neuvádíme.

47 Belnap v knize o řešení ví, ale zatím je nehodnotí. Belnap, N. – Perloff, M. – Xu, M., *Facing the Future: Agents and Choices in Our Indeterministic World*, c. d., s. 169.

48 Malpass, A. – Wawer, J., A Future for the Thin Red Line. *Synthese*, 188, 2012, 1, s. 117-142.

modelů upřednostňuje R. Mastop a předkládá pro to řadu argumentů.<sup>49</sup> Domníváme se, že daný přístup, pokud by byl vypracován v analogii s dvoudimenzionalismem v modální logice, by mohl být slibný. Dvoudimenzionalismus totiž umožňuje měnit perspektivu v tom smyslu, že lze považovat ten či onen model za aktuální a zároveň uchovat informaci o tom, který model je doopravdy aktuální.

#### 2.4 Třetí řešení

Diskuse o pravdivostní hodnotě BN-výroků umožňuje ještě třetí řešení, které sice Aristotelés explicitně ve svém textu (*O vyjadřování*, kap. 9) odmítl, ale které našlo své zastánce jak ve scholastice, tak ve 20. století.<sup>50</sup> Z hlediska naší klasifikace se jedná o antirealistickou pozici s bivalencí. Princip řešení založený na rozlišení vnější a vnitřní negace jsme již načrtli v diskusi o deterministickém argumentu výše. Nyní ovšem máme k dispozici formální logický jazyk, který umožňuje zachytit vnější a vnitřní negaci. Mějme tři výroky:

- 1) Zítra bude námořní bitva,  $Fp$ ,
- 2) Zítra nebude námořní bitva (ve smyslu „bude ne-bitva“),  $F\neg p$ ,
- 3) Není pravda, že zítra bude námořní bitva (tj. „nebude bitva“),  $\neg Fp$ .

První výrok je pravdivý, právě když existuje budoucí fakt bitvy, druhý je pravdivý, právě když existuje budoucí fakt absence bitvy, třetí pak buď v téže situaci, nebo když neexistuje žádný budoucí fakt. Moderní logika umožňuje vyjádřit (pomiňme diskusi, zda bezezbytku úspěšně či nikoliv) Aristotelův rozdíl mezi negací termínu a negací výroku jedinou negací s různým dosahem. Výroky tak lze chápat jako konjunkce existenčního předpokladu a příslušné predikace:

- 1) Existuje budoucí fakt a bitva se odehraje,
- 2) Existuje budoucí fakt a není pravda, že se bitva odehraje,
- 3) Není pravda, že existuje budoucí fakt a bitva se odehraje.

Shrňme důsledky pro logiku: Princip bivalence platí. Dále je evidentní, že výroky 1) a 2) jsou kontrární, tj. mohou být zároveň nepravdivé, a to tehdy,

49 Mastop, R., *Future Contingents*. Předběžný draft: <http://www.phil.uu.nl/~rosja/papers/mastop-trl.pdf>

50 V pozdní scholastice např. Jacob Molitor (zemř. 1676). Srov. Caramuel, J., *Theologia rationalis, Metalogica*, Lib. VII („De Propositionibus“); disp. II („De Propositionibus Futuri Contingentis. An Habeant Determinatam Veritatem, aut Falsitatem?“), art. 1–3, s. 352–360. Ve 20. století např. Ch. S. Peirce. K Peircovi srov. Øhrstrøm, P. – Hasle, P. F. V., *Temporal Logic: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, c. d., s. 130 nn.

když neexistuje budoucí fakt a je pravdivý výrok 3). Pro kontrární výroky platí LNC, ale nikoli LEM. Naproti tomu pro kontradiktorické 1) a 3) platí jak LNC, tak i LEM.

Jak je to tedy s aktuální pravdivostní hodnotou výroků 1) až 3)? Ve vztahu k přítomnosti jsou možné tři existenční stavy: budoucí fakt pozitivní, budoucí fakt negativní a žádný budoucí fakt. Bivalentní antirealista z definice této pozice tvrdí, že v přítomnosti nastává poslední stav, z čehož plyne, že BN-výrok 1) a jeho negace 2) jsou oba nepravdivé. Výrok 3) je naproti tomu pravdivý. Proto platí  $Fp \vee \neg Fp$  a  $F(p \vee \neg p)$ <sup>51</sup>, nikoli však  $Fp \vee F\neg p$ , jehož disjunkcí spojené členy jsou oba nepravdivé.

Představené řešení uchovává jak důležitý sémantický princip bivalence, tak filosoficky cenný princip „co je, nutně je, když to je“. To by se mohlo jevit jako ideální, nebýt určitého nepříznivého důsledku. Tím je implicitní přítomnost dvojího pojetí „nepravdivosti“. Výrok „Zítra bude námořní bitva“ je nepravdivý buď proto, že zítra bitva nebude, nebo proto, že to nyní není určeno. Možným vylepšením je vyhradit nepravdivost jen pro první důvod. V případě, že budoucnost není v přítomnosti určena, nemá výrok „Zítra bude námořní bitva“ pravdivostní hodnotu. Stejně tak výrok „Zítra nebude námořní bitva“.<sup>52</sup> Oba výroky tak nejsou nepravdivé, jak jsme dosud předpokládali, ale jsou bez pravdivostní hodnoty. Bivalence se tudíž nezachová. Přesněji řečeno, uchovává se pouze na metajazykové úrovni. „Není pravda, že zítra bude námořní bitva“ se chápe jako pravdivý výrok metajazyka „Zítra bude námořní bitva“ není pravdivý“. Kontradiktorní opak „Zítra bude námořní bitva“ je pravdivý“ je tak nepravdivý, a stejně tak kontrární opak „Zítra bude námořní bitva“ je nepravdivý“. Na metajazykové úrovni se tedy setkáváme s logickými vztahy, které představují přesnou analogii třetího řešení. Metajazykové popření pravdivosti koresponduje s vnější negací u třetího řešení, přísouzení nepravdivosti pak s negací vnitřní. Naproti tomu na úrovni objektových výroků se jedná o první řešení popírající bivalenci. S obdobným spojením prvního a třetího řešení se setkáme u Bočvara.<sup>53</sup>

51 V případě  $p \vee \neg p$  se jedná o logicky nutnou pravdu, která platí v každém okamžiku každé historie, a tedy platí  $F(p \vee \neg p)$ .

52 Negací u tohoto výroku považujeme za vnější.

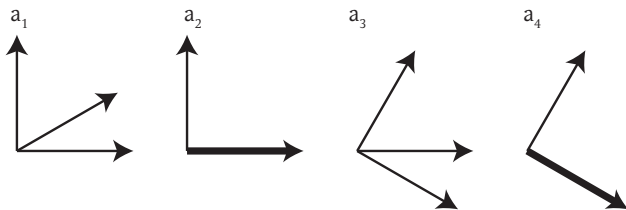
53 Bočvar, D. A., Ob odnom trechznačnom isčislenii i ego primenenii k analizu paradoksov klasičeskogo rassirennoho funkcionalnogo isčislenija (Об одном трехзначном исчислении и его применении к анализу парадоксов классического расширенного функционального исчисления). *Matematičeskij sbornik*, 46, 1938, 4, s. 287-308.

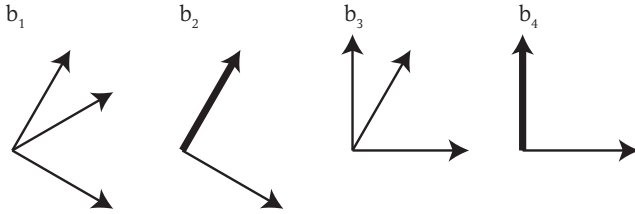
### 3. Kvantová neurčitost

Kvantová neurčitost je dána dvěma skutečnostmi. Fyzikální systém, například pohybující se elektron, se v každém časovém okamžiku nachází v určitém stavu. Tento stav je dán fyzikálně podstatnými vlastnostmi, veličinami, které daný elektron vykazuje, resp. jejich hodnotami. Tyto hodnoty v daném časovém okamžiku lze určit experimentálně. Teorie předpovídá pravděpodobnost, s níž experimentální procedura (měření) zjistí u libovolné veličiny její specifickou hodnotu z určitého spektra hodnot. Rozlišme tedy stav systému předpovězený (před měřením) a stav zjištěný měřením, který je jednoznačně dán experimentálně zjištěnou hodnotou. Před měřením nelze ve většině případů kategoricky s pravděpodobností 1 tvrdit, že  $p$ : „Systém  $S$  je ve stavu, v němž veličina  $V$  má hodnotu  $h$ “. Pokud předpovězený stav systému před měřením říká, že dojde-li k měření veličiny  $V$ , pak bude naměřena hodnota  $h$ , s pravděpodobností v intervalu  $(0,1)$ , pak zmíněný výrok  $p$  buď i) nemá určitou pravdivostní hodnotu, ii) má nějakou třetí hodnotu, iii) má pravdivostní hodnotu, ale nemůžeme ji znát, iv) má pravdivostní hodnotu nepravda.

Čtenář má patrně s kvantovým světem spojenou ještě jinou neurčitost, jež souvisí s Heisenbergovým principem neurčitosti. Je obecně známo, že měřili-li se vzrůstající přesností hybnost elektronu, nelze znát jeho přesnou polohu, a naopak. Některé veličiny daného systému jsou nesouměřitelné. To znamená, že určí-li experimentální procedura hodnotu veličiny  $V_1$ , nelze zjistit hodnotu nesouměřitelné veličiny  $V_2$ , kterou by měla veličina  $V_2$  zároveň se zjištěnou hodnotou veličiny  $V_1$ . Následné zjišťování hodnoty veličiny  $V_2$  „zruší“ hodnotu veličiny  $V_1$ .

Řekněme, že veličina  $V_1$  nabývá hodnot  $h_1$  a  $h_2$  a veličina  $V_2$  hodnot  $h_i$  a  $h_{ii}$ . Platí-li tedy experimentální výrok „Systém  $S$  je ve stavu, v němž veličina  $V_1$  má hodnotu  $h_1$ “, pak vyvstává otázka, jakou pravdivostní hodnotu má každý z dvojice opačných výroků „Systém  $S$  je ve stavu, v němž veličina  $V_2$  má hodnotu  $h_i$ “ a „Systém  $S$  je ve stavu, v němž veličina  $V_2$  nemá hodnotu  $h_i$ , tj. má hodnotu  $h_{ii}$ “. Jako u výroků „Zítra bude námořní bitva“ a „Zítra nebude námořní bitva“ se nabízejí odpovědi i) žádnou, ii) nějakou třetí, iii) jeden je pravdivý a druhý nepravdivý, třebaže nemůžeme vědět, který z nich má kterou hodnotu, iv) oba jsou nepravdivé.





Obrázek 4

Matematický formalismus kvantové teorie reprezentuje systém pomocí tzv. vektorového prostoru a stavy systému pomocí vektorů tohoto prostoru.<sup>54</sup> Vektor o velikosti jedna, tzv. jednotkový vektor, odpovídá stavu systému v daném okamžiku. Konkrétní veličině odpovídá určitá ortonormální báze daného prostoru. Báze je tvořena  $n$  různými vzájemně „kolmými“ jednotkovými vektory, jejichž počet odpovídá dimenzi daného prostoru, s jejíž pomocí lze vyjádřit libovolný vektor daného prostoru jako součet násobků vektorů dané báze.<sup>55</sup> Stav zjištěný měřením je jedním z těchto bázových vektorů. Naměřená hodnota určuje jednoznačně jeden z nich. Třebaže zmíněným vektorovým prostorem je Hilbertův prostor nad komplexními čísly nekonečné dimenze, základní představu spojenou s určitým názorem lze získat pomocí analogie, a to v jednoduchém dvojrozměrném prostoru, v rovině. Bázi, která odpovídá určité veličině, zde tvoří dva vektory, nazvěme si je „nahoru“ a „vpravo“. Na obrázku  $a_1$  se nachází vektor, který reprezentuje předpovídaný stav systému vzhledem k určité veličině, řekněme  $V_1$ , kterou představuje uvedená báze. Tento vektor lze vyjádřit jako součet  $2/3$  horizontálního bázového vektoru „vpravo“ a  $1/3$  vertikálního bázového vektoru „nahoru“. Tím je vyjádřena pravděpodobnost, s níž by v následném měření výsledný naměřený stav odpovídal horizontálnímu, resp. vertikálnímu bázovému vektoru, tedy dvěma možným stavům, „nahoru“ a „vpravo“, v nichž se systém může vzhledem k dané veličině  $V_1$  nacházet.

Obrázek  $a_2$  již představuje stav zjištěný měřením: ten reprezentuje vektor „vpravo“. Obrázek  $a_3$  ukazuje, že vzhledem k odlišné veličině  $V_2$ , tj. vzhledem k jiné bázi, daný stavový vektor předpovídá výsledek zjišťování, v jakém stavu se systém nachází vzhledem k veličině  $V_2$ . Jak je zřejmé z obrázku, pravděpodobnost, že bude zjištěn stav „vpravo dolů“ je dvakrát větší, než že bude

54 Ve skutečnosti se jedná o tzv. spinory. Přístupný úvod do matematického aparátu kvantové teorie představuje např. Hughes, R. I. G., *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge – London, Harvard University Press 1989.

55 „Kolmostí“ vektorů míníme, že skalární součin daných vektorů je roven nule.



určen druhý možný stav vzhledem k  $V_2$ , totiž „vpravo nahoru“. Obrázek  $a_4$  pak ukazuje, že byl měřením zjištěn stav „vpravo dolů“.

Lze říci, že systém je vzhledem k  $V_1$  ve stavu „vpravo“ a vzhledem k  $V_2$  ve stavu „vpravo dolů“? Nikoliv. Jak ukazuje série paralelních obrázků  $b_1$  až  $b_4$ , začneme-li s měřením veličiny  $V_2$  a pak teprve měříme  $V_1$ , výsledek může být jiný, např. ten na obrázcích, který je v této situaci, kdy začínáme se zjišťováním  $V_2$ , dokonce pravděpodobnější:  $V_1$  je ve stavu „nahoru“,  $V_2$  pak ve stavu „vpravo nahoru“.

Z obrázků je jasné, proč tomu tak je. Měření „vrhá“ systém do jednoho z báзовých stavů a tím stav mění. Srovnáme-li např. obrázky  $a_1$  a  $a_2$  nebo  $a_3$  a  $a_4$ , vidíme, že se stavový vektor mění – mění se jeho směr.<sup>56</sup> Proto závisí na pořadí měřených veličin, zda výchozí vektor přejde v některý báзовý vektor veličiny první, nebo druhé. Tyto báзовé vektory nemusí být a zpravidla ani nejsou identické. Na našich obrázcích jsou zjevně odlišné. Systém tedy není na rozdíl od klasické fyziky vůči měření netečný. Proto nelze měřením zjišťovat stav systému vzhledem k více nesouměřitelným veličinám zároveň.

První typ kvantové neurčitosti se týká pravdivostní hodnoty jednotlivého, tzv. experimentálního výroku formy  $p$ : „Systém  $S$  je ve stavu, v němž veličina  $V$  má hodnotu  $h$ “ před měřením. Známý spor A. Einsteina a N. Bohra se týkal realismu a antirealismu v kvantové teorii. Ten lze velmi dobře srovnat se sporem mezi realismem a antirealismem ve vztahu k budoucnosti. Vzniká tedy otázka analogická problému pravdivostní hodnoty výroku „Zítra bude námořní bitva“. Takzvané Bellovy nerovnosti experimentálně ukazují, že neplatí žádná teorie skrytých parametrů, kterýžto přístup favorizoval Einstein. Tím padá i silný realismus, podle něž se kvantový systém před měřením nachází v jednom z měřitelných stavů a probabilistický charakter předpovědi, resp. stav před měřením odpovídá jen naší neznalosti skrytých fyzikálně relevantních vlastností systému, které systém s fyzikální nutností má. Ukazuje se tak, že neurčitost nemá jen epistemický ráz, nýbrž je ontická: před měřením systém není v žádném měřitelném stavu. V principu lze uvažovat všechna čtyři řešení, která jsme zkoumali v souvislosti s BN-výroky.

Druhý typ neurčitosti je zřejmě opět ontický: je-li systém v měřitelném stavu vzhledem k jedné veličině, kterému odpovídá báзовý vektor příslušné báze, není současně v žádném měřitelném stavu vzhledem k veličině nesouměřitelné. Platí-li výrok

$p$ : „Systém  $S$  je ve stavu, v němž veličina  $V_1$  má hodnotu  $h_1$ “,

56 Identita vektoru je dána jeho velikostí, směrem a orientací. Klíčový je směr, protože u změny orientace a velikosti se jedná o též vektor ve smyslu násobků původního vektoru.

vzniká otázka, jak chápat pravdivostní hodnotu výroků  $q$ : „Systém  $S$  je ve stavu, v němž veličina  $V_2$  má hodnotu  $h_1$ “ a jeho negace.

### 3.1 Kvantová logika – třetí řešení

To, co se zpravidla nazývá kvantovou logikou, je třetím typem řešení, podle něhož jsou výrok  $q$  a jeho negace nepravdivé.<sup>57</sup> Nepravdivý je současně také výrok  $\sim p$ . Je evidentní, že symbol negace „ $\sim$ “ se zde používá pro vnitřní negaci. Kvantová negace je tedy vnitřní negací, kontrárností. Vnější negace  $\neg q$ , případně  $\neg(\sim q)$  jsou pravdivé.  $\neg(\sim p)$  je v dané situaci také pravdivá.  $\sim p$  by bylo pravda, pokud by platilo buď  $\sim p, q$ , nebo  $\sim q$ . Obecně víme, že vnější negace funguje tak, že  $\neg \varphi$  je pravda, pokud je pravda některá z dalších možností, které mohou nastat. Zde ze tří zbývajících možností z množiny  $\{p, \sim p, q, \sim q\}$ .

Proč je kvantovou negací vnitřní negace? Zatímco výroková logika je strukturně identická (izomorfní) s množinovou algebrou, kvantová výroková logika je izomorfní s algebrou vektorových prostorů. Negace ve výrokové logice je vnější negací. V množinové algebře jí odpovídá operace doplňku. Výrok  $p$  koresponduje s nějakou podmnožinou univerzální množiny  $M$  a jeho negace,  $\sim p$ , potom s doplňkem  $M'$  do univerzální množiny. V algebře vektorových prostorů negací rovněž odpovídá určitým způsobem chápaná operace doplňku. Výroku  $p$  odpovídá nějaký podprostor vektorového prostoru, například přímka je podprostorem roviny. Negací,  $\sim p$ , odpovídá ortogonální doplněk, což jsou všechny vektory „kolmé“ k uvedenému podprostoru. V našem příkladu to jsou všechny vektory mající směr kolmý na přímku. Je zřejmé, že existují vektory daného vektorového prostoru (roviny), které neleží ani na přímce, ani k ní nejsou kolmé, ale jejich směr svírá s přímkou jiný úhel než 0 nebo 90 stupňů. Ortogonální doplněk tedy není množinový doplněk. Ve druhém případě by doplněk tvořily všechny vektory všech směrů různých od směru dané přímky.

Již víme, že stav systému reprezentuje jednotkový vektor. Měřitelnému stavu vzhledem k určité veličině odpovídá bázevých jednotkový vektor ortonormální báze spjaté s touto veličinou. Je-li pravdivý výrok  $p$  o tom, že systém je v určitém stavu vzhledem k veličině, pak tento stav vyjadřuje jeden z bázevých vektorů. Výroku  $\sim p$  pak odpovídá stav vyjádřený ortogonálním bázevým vektorem (v rovině).<sup>58</sup> Násobky normálních vektorů nemají v kvan-

57 Na počátku tohoto přístupu stojí práce Birkhoff, G. – Neumann, J. von, *The Logic of Quantum Mechanics. The Annals of Mathematics*, 2<sup>nd</sup> Ser., 37, 1936, 4, s. 823-843. Velice diskutovaný je v této souvislosti článek Putnam, H., *The Logic of Quantum Mechanics. Mathematics, Matter and Method*. New York, Cambridge University Press 1975, s. 174-197 (původní název *Is Logic Empirical?* Dordrecht, D. Reidel 1968).

58 Obecně bychom měli říci, že výroku  $\sim p$  odpovídá stav vyjádřený jedním z ortogonálních bázevých vektorů (těch je pro daný  $n$ -dimenzionální prostor  $n - 1$ ).

toovém matematickém formalismu fyzikální význam, takže je jedno, jestli hovoříme o vektoru či směru (přímce). Přímka reprezentuje stav a všechny vektory v rovině kolmé na danou přímku reprezentují opačný měřitelný stav dané veličiny. Je tedy jasné, že kvantová negace je vnitřní negace.

Disjunkce má v kvantové logice také odlišný význam. Kvantovou disjunkci symbolizujeme „ $\vee_k$ “. Výrok „ $p \vee_k \sim p$ “ je ekvivalentní „ $p \vee \sim p$ “, a proto v kvantové logice (s kvantovou negací a disjunkcí) platí LEM. Obecně  $\varphi \vee_k \psi$ , kde  $\varphi, \psi$  jsou libovolné dvě různé možnosti z množiny  $\{p, \sim p, q, \sim q\}$ , je ekvivalentní  $\varphi \vee \psi \vee \chi \vee \theta$ , kde  $\chi, \theta$  jsou dvě zbývající možnosti z téže množiny.

Opět srovnáme struktury izomorfní s výrokovou logikou a kvantovou výrokovou logikou. Výrokové spojce disjunkci odpovídá množinová operace sjednocení. Kvantové disjunkci neodpovídá sjednocení podprostorů, protože to nemusí být vektorovým prostorem. Například sjednocením dvou různých přímek v rovině nevznikne vektorový prostor. Vektorový prostor je totiž množina vektorů uzavřená na operaci sčítání a násobení skalárem (reálné či komplexní číslo). To znamená, že výsledek dané operace, vektor, musí náležet do příslušné množiny vektorů, prvků vektorového prostoru. Sčítáme-li vektory dvou různých přímek, výsledný vektor nemá směr shodný ani s jednou z nich, takže nenáleží do jejich sjednocení. Množina vektorů těchto dvou přímek tedy není vektorovým prostorem. Nejmenší vektorový prostor, do něhož obě přímky náležejí, je celá rovina. Proto disjunkci odpovídá nikoli sjednocení podprostorů, nýbrž jejich lineární obal, což je množina všech vektorů, které vzniknou součtem libovolných (tj. libovolně velkých a jakkoli orientovaných) vektorů zmíněných přímek. Tato množina je množinou všech vektorů v dané rovině. Z uvedených skutečností plyne, že kvantová disjunkce libovolných prvků množiny výroků  $\{p, \sim p, q, \sim q\}$  je ekvivalentní standardní disjunkci všech prvků dané množiny.

V kvantové logice neplatí jedna část distributivního zákona. To je způsobeno kvantovou disjunkcí. Uvažujeme nejprve standardní disjunkci a pouze kvantovou negaci. Uvedená část distributivního zákona platí:

$$p \wedge (q \vee \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$$

Levá strana ekvivalence je pravdivá, právě když je  $p$  pravdivá a nastává buď  $q$ , nebo  $\sim q$ . K tomu však *de facto* nikdy nedojde, protože dva výroky o měřitelných stavech nesouměřitelných veličin nejsou na základě fyzikální nutnosti nikdy současně pravdivé. Řekněme, že by to *per impossibile* (fyzikální nemožnost) mohla být pravda.<sup>59</sup> Pak by levá strana byla pravdivá, pokud by byl sys-

59 Z logického hlediska možnosti, že by konjunkce „ $p \wedge q$ “ nebo „ $p \wedge \sim q$ “ mohla být pravdivá, nic nebrání. Na druhou stranu daná nemožnost je důsledkem matematického formalismu kvan-

tém současně se stavem  $p$  ve stavu, o němž vypovídá buď  $q$ , nebo  $\sim q$ , a proto by platila i pravá strana. Ve skutečnosti je levá strana vždy nepravdivá a totéž platí i o pravé straně.

Nyní uvažujme krom kvantové negace i kvantovou disjunkci. Uvidíme, že tato část distributivního zákona neplatí:

$$p \wedge (q \vee_k \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee_k (p \wedge \sim q)$$

Formule je ekvivalentní následující formuli se standardní disjunkcí:

$$p \wedge (q \vee \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

Nejprve analyzujme levou stranu uvedené ekvivalence. Protože „ $q \vee \sim q$ “ je LEM, tedy vždy pravdivá formule, nutnou a postačující podmínkou pravdivosti levé strany je pravdivost  $p$ . Ta však není postačující podmínkou pravdivosti pravé strany! Pokud bude  $p$  pravdivá, ale  $q$ ,  $\sim q$  a  $\sim p$  všechny nepravdivé, pak budou všechny disjunktivy nepravdivé, a tím bude nepravdivá i celá disjunkce tvořící pravou stranu dané ekvivalence.

Viděli jsme tedy, že kvantová logika jako třetí typ řešení zachová bivalenci. Od klasické logiky se ovšem liší tím, že množina logicky pravdivých výroků není totožná s touto množinou v klasické výrokové logice. Neplatí v ní jedna část distributivního zákona. LEM platí. Zbývá ukázat, že systém kvantové logiky není pravdivostně funkční. Řekněme, že platí výrok  $q$ . Potom jsou  $p$  a  $\sim p$  (o tom, že systém má určitou hodnotu nesouměřitelné veličiny) oba nepravdivé. Nicméně LEM  $p \vee_k \sim p$  je pravdivý, jak jsme viděli.

### 3.2 Třetí pravdivostní hodnota a supervaluace

Kvantová logika popsaná výše představuje třetí řešení problému pravdivostní hodnoty experimentálních výroků. V souvislosti s pravdivostní hodnotou těchto výroků však existuje i řešení první, popírající bivalenci: výroky před měřením nebo tehdy, když je určena hodnota nesouměřitelné veličiny, nejsou ani pravdivé, ani nepravdivé. To znamená, že buď mají nějakou třetí pravdivostní hodnotu, nebo nemají žádnou pravdivostní hodnotu.

Začneme druhým, tedy uplatněním supervaluací v oblasti výroků o kvantových neurčitých situacích.<sup>60</sup> Řekněme, že o kvantově-fyzikálním systému v určitém čase na základě měření platí některé experimentální výroky typu

---

tové teorie. Z hlediska logiky je však restrikce pravdivosti podobných konjunkcí materiálním předavkem k tzv. kvantové logice experimentálních výroků.

60 Lambert, K., *Logical Truth and Microphysics*. In: *týž, Free Logic. Selected Essays*. Cambridge, Cambridge University Press 2002; Fraassen, Bas van, *The Labyrinth of Quantum Logics*. Boston *Studies in the Philosophy of Science*, XIII, 1972, s. 224-254.

„Systém S je ve stavu, v němž veličina V má hodnotu  $h$ “. Potom neplatí vnitřní negace ekvivalentní disjunkci výroků o tom, že systém má nějakou jinou přípustnou hodnotu téže veličiny. Dále vzniká otázka, jakou pravdivostní hodnotu mají výroky o numerických hodnotách nesouměřitelných veličin a také veličin, jejichž hodnoty nebyly měřeny. V této situaci všechny klasické valuace přiřadí prvním druhu výroků ve shodě s interpretací „pravdu“, vnitřním negacím ve shodě s interpretací „nepravdu“ a výrokům o hodnotách nesouměřitelných veličin či neměřených veličin libovolnou pravdivostní hodnotu ve všech rozšířených valuacích (precizacích). Uvedme příklad tří výroků:

1. „Systém S je ve stavu, v němž veličina  $V_1$  má hodnotu  $h_1$ “,
2. „Systém S je ve stavu, v němž veličina  $V_1$  má hodnotu  $h_2$ “,
3. „Systém S je ve stavu, v němž veličina  $V_2$  má hodnotu  $h_3$ “.

Předpokládejme, že veličina  $V_2$  je buď nesouměřitelná s  $V_1$ , nebo nebyla dosud měřena. Za dané fyzikální situace jsou možné dvě konkrétní valuace (analogické precizacím u vágních výroků): obě přiřadí „pravdu“ prvním výroku a „nepravdu“ druhému výroku. Třetímu výroku přiřadí první precizace „pravdu“ a druhá „nepravdu“. Supervaluace pak přiřadí pravdu prvním, nepravdu druhému a nepřičítá žádnou pravdivostní hodnotu třetímu. Princip vyloučeného třetího bude v příslušné supervaluaci pravdivý i pro třetí typ výroku: složený výrok „Systém S je ve stavu, v němž veličina  $V_2$  má hodnotu  $h_3$  nebo systém S je ve stavu, v němž veličina  $V_2$  nemá hodnotu  $h_3$ “ bude v první valuaci pravdivý, protože je pravdivý první disjunkt, a druhý proto nepravdivý. Ve druhé valuaci bude rovněž pravdivý. Tentokrát je pravdivý druhý disjunkt, protože první je nepravdivý. V obou valuacích je složený výrok pravdivý, a tedy je pravdivý i v dané supervaluaci. Tato disjunkce pak bude pravdivá i ve všech ostatních supervaluacích, ať už  $V_2$  a  $h_3$  znamená jakoukoli veličinu a její korespondující hodnotu, měřenou či neměřenou. Valuace jsou bivalentní, takže vždy bude jeden z disjunktů pravdivý a druhý nepravdivý.

Konjunkce výroku 1. a 3. nebo 2. a 3. bude v naší supervaluaci (tj. v supervaluaci nad příslušnou interpretací) bez pravdivostní hodnoty.

Supervaluační řešení v oblasti kvantově neurčitých situací je výhodnější než řešení založené na přijetí třetí pravdivostní hodnoty z týchž důvodů, jako tomu bylo u BN-výroků a neurčenosti budoucnosti. Třetí pravdivostní hodnotu u experimentálních výroků před měřením („nedeterminované“, *indeterminate*) či při měření nesouměřitelné veličiny zavedl H. Reichenbach v reakci na názor Heisenberga a Bohra, že dané výroky postrádají význam.<sup>61</sup>

61 Reichenbach, H., *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*. Berkeley – Los Angeles, University of California Press 1944; Putnam, H., *Three-valued logic*. *Philosophical Studies*, 8, 1957, s. 73-80.

Reichenbach správně poukázal na to, že kdyby tomu tak bylo, experimentální výrok by nabýval význam v čase, což se zdá být absurdní.

Reichenbach interpretuje třetí hodnotu ontologicky, nikoliv epistemicky jako výraz naší neznalosti. Z jeho příkladů je zřejmé, proč by v oblasti kvantové neurčitosti bylo obtížnější uplatňovat druhé řešení, které jsme poznali u BN-výroků, hovořící o budoucí existenci faktu a o tzv. TRL. Situace, kdy se rozhodneme měřit veličinu P a nikoli Q, je analogická případu, kdy se nacházíme v neaktuálním, tedy kontrafaktuálním větvení stromu, jenž udává možné průběhy budoucnosti.<sup>62</sup> Kdybychom byli bývali měřili Q, pak by platil jeden z výroků „Q má hodnotu  $h_1$ “ nebo „Q má hodnotu  $h_2$ “, ale zdá se, že fyzikální parametry aktuálního stavu systému nijak neurčují, který z výroků by byl pravdivý a který nepravdivý. Následné měření Q nebo současné měření Q v rámci jiného systému (jiné částice stejného typu) nepomůže, protože časově následné měření mění situaci a u měření Q v jiném systému není zaručen stejný výsledek jako v systému původním. Přesto se zdá rozumné, aby v dané situaci platila disjunkce LEM, tedy „Q má hodnotu 1 nebo Q nemá hodnotu 1“, což přístup, který daným výrokům přisuzuje třetí pravdivostní hodnotu, jak již víme, neumožňuje. To potvrzují i Reichenbachovy tabulky negace a disjunkce. Ty se shodují s Łukasiewiczovými.<sup>63</sup>

#### 4. Závěr

Uvedme přehledné tabulky, z nichž je jasné, nakolik jednotlivé přístupy uchovávají logické pravdy klasické výrokové logiky, bivalenci a pravdivostní funkčnost.

Logika BN-výroků	Klasické tautologie	Bivalence	Pravdivostní funkčnost
Tříhodnotová logika	NE	NE	ANO
Supervaluace	ANO	NE	NE
Popření principu „ $T(p) \rightarrow NT(p)$ “	ANO	ANO	ANO
Rozlišení vnitřní a vnější negace	ANO	ANO	ANO

62 Vzpomeňme, že hlavní námitka proti absolutnímu pojetí TRL spočívá v tom, že tento model neumožní určit pravdivostní hodnotu BN-výroků v kontrafaktuálním větvení.

63 Tříhodnotová logika umožňuje různé interpretace negace a implikace. Naše tvrzení platí pro tzv. *diametrical negation*. Srov. Reichenbach, H., *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, c. d., s. 151.

Logika experimentálních výroků kvantové fyziky	Klasické tautologie	Bivalence	Pravdivostní funkčnost
Kvantová logika	NE	ANO	NE
Supervaluace	ANO	NE	NE
Tříhodnotová logika	NE	NE	ANO

## SUMMARY

### Indeterminate situations and logic

The article surveys and evaluates various approaches to the logic of indeterminate situations. Two types of such situations are discussed: future contingents and quantum indeterminacy. Approaches differ according to whether they can salvage (i) classical tautologies (such as the law of excluded middle) as logical truths, (ii) bivalence and (iii) truth-functionality. What I call “the first solution” denies bivalence and either saves classical logical truths (supervaluations) or truth-functionality (multi-valued approach), but not both. The so-called “second solution”, saving all aforementioned features, harbors difficulties for the contingency of future contingents and is inapplicable in the quantum realm. Finally, the third solution saves bivalence but, at least in the case of quantum logic, abandons truth-functionality.

**Keywords:** future contingents, quantum logic, law of excluded middle, bivalence

# Vznik formalismu a nové pojetí vědy<sup>1</sup>

Prokop Sousedík, David Svoboda —

Katolická teologická fakulta Univerzity Karlovy, Praha

Podstata i provokativnost formalismu vyjde najevo, připomeneme-li slova německého matematika a filosofa Davida Hilberta: „... předměty teorie čísel [jsou] ... – v přesném protikladu k Fregovi a Dedekindovi – samy znaky... V této myšlence tkví pevný filosofický postoj, který by ... měl být vyžadován jak pro základy čisté matematiky, tak i pro veškeré vědecké myšlení, chápání a komunikaci: na počátku – jak by se zde mohlo říci – je znak.“<sup>2</sup> Podle Hilberta se tedy v matematice a obecně v každé vědě zabýváme znaky jako takovými, a nikoli tím, co označují. Díky tomuto obratu přestanou být matematické předměty záhadné metafyzické entity a stanou se z nich smyslově postižitelné znaky, formule či celé formální systémy.<sup>3</sup> Cena, kterou za toto „vyprázdňení“ zaplatíme, je však, alespoň na první pohled, příliš vysoká. Matematika, kterou dnes považujeme za „královnu věd“, se totiž promění v pouhou bezobsažnou hru, jejímiž hracími kameny jsou symboly. Takováto dehonestace se však zdá být absurdní a sám argument, že se obratem od označeného k označujícímu zbavíme metafyzických obtíží, jen stěží obстоjí. Na první pohled je nám proto bližší protikladná koncepce, již podle Hilberta zastávali Gottlob Frege a Richard Dedekind, podle níž je na počátku znakem označená entita a znak je zde jenom proto, aby na ni poukázal.

1 Tato práce vznikla v rámci projektu „Scholastické teorie vztahu jako možný zdroj strukturalistické koncepce čísla“ GAČR 13-08512S.

Děkujeme anonymním recenzentům Filosofického časopisu za jejich kritický komentář, který významným způsobem vylepšil a obohatil původní verzi článku.

2 Hilbert, D., *Neubegründung der Mathematik. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg*, 1, 1922, s. 163.

3 Hilbertův předchůdce Heine, kterého známe především díky Fregově kritice, v tomto ohledu říká: „Otázkou, „Co je číslo“ neřeším pojmovým vymezením čísla... Vymezuji je z hlediska čistého formalisty a čísla nazývám jistě smyslově postižitelné znaky, takže existence takovýchto čísel je zcela neproblematická.“ *Srov. Heine, E., Die Elemente der Funktion Lehre. Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 74, 1872, s. 173.



Uvedené odmítnutí formalismu je však přece jen příliš přímočaré a brání nám pochopit, v čem spočívá myšlenková přitažlivost tohoto proudu. Podle našeho soudu je proto třeba položit si otázku: Co kromě metafyzických obtíží vedlo některé matematiky k tomu, že zpochybnili intuitivní předpoklad, podle nějž na počátku stojí znakem označená entita? Co tedy vedlo k tomu, že někteří myslitelé přijali názor, že výrazy jazyka matematiky v pravém slova smyslu k ničemu nereferují, a v důsledku toho nemají matematické věty žádný reálný obsah?

Chceme-li nalézt odpovědi na tyto otázky, musíme se podle našeho soudu zaměřit především na nesoulad mezi tradičním platónsko-aristotelským pojetím vědy (k němuž se v důležitém ohledu klonili Frege i Dedekind) a samou matematickou praxí. Právě rozpory mezi tím, jak by věda měla vypadat, a tím, jak si matematici ve skutečnosti počínali, totiž nakonec vyústily ve vznik nejenom formalismu, ale i nového pojetí vědy. Cílem našeho příspěvku samozřejmě nemůže být tento proces zevrubně zachytit, chceme spíše vyzdvihnout některé významné myšlenky a zlomové okamžiky, které umožní porozumět tomu, proč může být i dnes formalismus atraktivní.

V souladu s tím rozdělujeme náš příspěvek do pěti myšlenkových oddílů. V prvním načrtne tradiční pojetí vědy a ukážeme, že mu matematická praxe odporuje. V dalším ukážeme, že tento rozpor lze (od antiky až po novověk) chápat jako kořen dvojího přístupu k matematice a že algebra představovala určitou naději na překonání tohoto rozporu. Ve třetím oddíle vysvětlíme, proč je i algebraická praxe z hlediska tradičního pojetí vědy problematická. Dále ukážeme, že právě tato problematická dala klíčový podnět ke vzniku formalismu. Na závěr pojednáme o tom, jak vznik formalismu inspiroval nové paradigma vědění.

## § 1. Tradiční pojetí vědy a matematika

Matematika se tradičně řadila mezi teoretické vědy, na něž jsou podle Aristotela kladeny celkem tři požadavky.<sup>4</sup> (i) Mají svůj předmět, který nedokazují, ale předpokládají.<sup>5</sup> (ii) Tento předmět uchopují z hlediska jeho obecných a nutných charakteristik. (iii) Vědění obecných a nutných charakteristik musí být navíc zdůvodněné. Nestačí například vědět, že všechna tělesa nutně

4 V závislosti na stupni abstrakce se rozlišují tři teoretické vědy: (1) fyzika, která abstrahuje pouze od individuální látky, (2) matematika, která nadto abstrahuje od smyslových kvalit, (3) metafyzika, která abstrahuje od veškeré tělesnosti. Srov. Aristotelés, *Metafyzika*, VI. Přel. A. Kříž. Praha, Petr Rezek 2003 (dále jen *Metafyzika*).

5 Existence předmětu, k němuž referuje subjektivní termín, je tak díky tomuto požadavku zajištěna a aristotelici se nemusejí zabývat známými námitkami, které později proti peripatetické sylogistice vnesl např. B. Russell.

padají či že součet vnitřních úhlů trojúhelníka je nutně roven dvěma pravým, ale musíme navíc vědět, proč tomu tak je, tj. musíme znát příčiny uvažovaných faktů.<sup>6</sup>

Uvedené požadavky v podstatě určují, jaké nároky klademe na skutečného vědce. Z pohledu dnešní analytické filosofie bychom mohli říci, že jej poznáme především podle toho, jakým způsobem mluví, či řečeno s Wittgensteinem, jakou řečovou hru hraje. Ve shodě s (i) je jasné, že jeho výroky musí mít reálný obsah, s čímž souvisí, že užitá termíny (především na místě subjektu) musí referovat ke zkoumanému předmětu. Tento předmět však není konkrétní, ale abstraktní, a tak ve shodě s (ii) jeho výroky platí obecně a nutně. Navíc je třeba, aby je byl vědec s to v souladu s (iii) náležitě zdůvodnit. To pak po jazykové stránce znamená, že pomocí jiných (rovněž obecných a nutných výroků) náležitě odpoví na otázku „proč?“. Konstatováním nutných a obecných výroků a jejich zdůvodněním vzniká jazykový celek, který se skládá ze dvou podstatně odlišných částí. Ze dvou výroků (premis) a zdůvodňované teze (závěr), jež z premis vyplývá. Takovýto jazykový celek se nazývá důkaz či apodiktický sylogismus a pravé vědění spočívá v nahlédnutí pravdivosti jeho závěru.<sup>7</sup> Aristotelská tradice dále vychází z toho, že v dokazování nějaké teze nemůžeme postupovat do nekonečna, ale musíme se zastavit u tezí, které jsou zřejmé samy sebou a kterým se říká principy.<sup>8</sup> Samozřejmost principů je zárukou jistoty poznání každé vědy. Vědecké výroky jsou díky tomuto základu jistě pravdivé a ve svém celku bezrozporné.<sup>9</sup>

Doposud jsme se zabývali charakteristikami, které má matematika s ostatními vědami společné. Podívejme se nyní naopak na to, čím se liší. Vědy se odlišují v prvé řadě svým předmětem, a tím je pro matematiku kvantita. Ta se dělí na kontinuální a diskrétní, čemuž odpovídají dvě tradiční matematické

6 Podle Aristotela tedy „... jednu každou věc víme naprosto ... kdykoli známe příčinu, pro kterou věc jest, kdykoli víme, že je příčinou této věci a že to nemůže být jinak“. Srov. Aristotelés, *Druhé analytiky*. Přel. A. Kříž, úvodní studii a pozn. napsal K. Berka. Praha, Nakladatelství Československé akademie věd 1962, s. 30.

7 Aristotelés definuje důkaz těmito slovy: „Jde-li totiž o důkaz, ten, kdo neví, proč, nemůže být vědoucím, a je-li to tak, že A nutně náleží C, ale střední termín B, kterým se to má dokázat, nenáleží nutně C, pak neví, proč to je. Neboť že A náleží nutně C, nepochází pak od středního termínu. Střední termín totiž může nebýt, závěr pak platí nutně.“ Tamtéž, s. 31. Srov. též Tomáš Akvinský, *In I Posteriorum Analyticorum*, lect. 4: „... cum scire nihil aliud esse videatur quam intelligere veritatem alicuius conclusionis per demonstrationem.“

8 Aristotelés říká, že principy jsou nutně „... pravdivé, první, bezprostřední, známější a dřívější a jsou příčinou závěru“. Aristotelés, *Druhé analytiky*, c. d., s. 31.

9 Problémem bezrozpornosti vědy se Aristotelés explicitně nezabýval. Bezrozpornost vědy se totiž vždy vposled opírá o její reálný předmět, pro nějž jako pro každé reálné jsoucno platí princip sporu – nemůže v témže ohledu zároveň být a nebýt. Formulujeme-li tedy o reálném předmětu vědy pravdivé výroky, nemohou být rozporné. Později však uvidíme, že podle formalistů matematika jako věda v pravém slova smyslu žádný předmět nemá, a tak zastánci tohoto směru (především D. Hilbert) museli problém bezrozpornosti formálních systémů řešit.

disciplíny – geometrie a aritmetika. Za základnější se ve starověku většinou považovala geometrie<sup>10</sup> axiomatizovaná v Eukleidových *Základech*.<sup>11</sup> V tomto spise se sice vyskytují i důkazy, které se týkají teorie přirozených čísel, nejsou pro ně však uvedeny speciální axiomy, ale jsou redukovány na axiomy geometrické.<sup>12</sup> Závislost aritmetiky na geometrii měla za následek, že geometrie získala výsadní postavení a její postupy se staly určitým paradigmatem matematických zkoumání.

Další rozdíl mezi matematikou a jinými vědami souvisí s tím, jakým způsobem dokazujeme příslušné věty. Z Aristotelovy koncepce vyplývá, že lze rozlišit čtyři způsoby dokazování, neboť existují čtyři typy příčin: formální, materiální, účinná a účelová.<sup>13</sup> V matematice zkoumáme výhradně formální příčiny, tj. zajímá nás pouze esence uvažovaného předmětu jako jeho forma. Tu vyjádříme nejlépe definicí daného předmětu, kterou získáme, když vyčerpávajícím způsobem zodpovíme otázku: „Co je to?“ Z toho je zřejmé, že v matematice se otázka „proč? ... vztahuje k [otázce] co?“ (tj. k definici přímky, nesouměřitelnosti atd.)<sup>14</sup> Souhrnně lze tedy říci, že v matematice máme pravé vědění jedině tehdy, chápeme-li esenci příslušného předmětu, kterou vyjadřujeme jeho definicí.<sup>15</sup>

Přijmeme-li právě načrtnuté pojetí matematiky jako vědy, musíme se vyrovnat se dvěma obtížně slučitelnými důsledky. Za prvé, matematik nahlížející esenci reálně existující kvantity by neměl nic vytvářet, ale měl by pouze kontempletovat její obecné a nutné rysy. Jeho činnost tedy rozhodně není umě-

10 Závislost aritmetiky na geometrii byla po věcné stránce zdůvodněna tím, že přímky plochy a různé druhy tvarů jsou na rozdíl od čísel vždy intuitivní. Tuto závislost dále podporoval fakt, že všechna čísla bylo možno reprezentovat úsečkou příslušné délky, zatímco např. úhlopříčce čtverce (tj. iracionálním číslům) neodpovídá žádné přirozené číslo či jejich poměr. Srov. Detlefsen, M., Formalism. In: Shapiro, S. (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. Oxford, Oxford University Press 2005, s. 236-238.

11 Užívali jsme anglický překlad T. L. Heatha: Euclid, *The Thirteen Books of the Elements*. New York, Dover Publications 1956. Vybrané části *Základů* lze v českém překladu nalézt in: Šír, Z., *Řecké matematické texty*. Přel. R. Mašek a A. Šmíd. Praha, OIKOYMENH 2011.

12 Každé číslo je nakonec redukováno na úsečku o příslušné délce. To, že každé číslo má svého následníka, je odvozeno z druhého Eukleidova postulátu, podle nějž lze každou přímku prodloužit. První axiomatickou teorii přirozených čísel předložil až Dedekind. Dedekind, R., *Was sind und was sollen die Zahlen?* Braunschweig, Vieweg 1888.

13 *Metafyzika*, IV, 983a25-31.

14 Aristotelés, *Fyzika*, II, 198a16-18. Přel. A. Kříž. Praha, Petr Rezek 2010.

15 Tyto myšlenky lze promítnout do zjednodušené interpretace Eukleidových *Základů*. Geometrie vychází tak jako ostatní vědy z prvních principů (Eukleides hovoří o postulátech), které jsou evidentně pravdivé, a které se tudíž nedokazují. V těchto prvních principech se vyskytují základní geometrické pojmy jako bod, přímka, kružnice atd. Ty musíme předem vymezit v definicích, protože jinak by principy (postuláty) geometrie neměly význam. Z principů pak pomocí aristotelské sylogistiky dokazujeme další matematické věty. V esenci příslušného geometrického předmětu tedy hledáme příčinu spojení subjektu s predikátem ve větě, která je závěrem apodiktického sylogismu.

ním (ve smyslu slov *techné, ars*), neboť nic nevytváří a výsledky, k nimž dospívá, nejsou svobodnými kreacemi ducha, ale jsou determinovány předmětem jeho úvah. Matematik by tedy měl postupovat či mluvit v podstatě stejně jako jiní vědci. Druhý důsledek souvisí s nadřazením geometrie nad aritmetiku. V geometrii, jak známo, mají důkazy velmi často konstruktivní povahu a k jejich provedení potřebujeme určité nástroje (kružítka a pravítko). Z toho je však zřejmé, že celá matematika by měla mít konstruktivní povahu.

Již Platón si povšiml, že tyto dva důsledky jsou obtížně slučitelné.<sup>16</sup> Není totiž možné, aby matematika jako teoretická věda pojednávala o věčném a neměnném jsoucnu a současně používala konstruktivní metody důkazu.<sup>17</sup> Konstruktivní přístup totiž vede geometry k tomu, že nemluví, jako by něco nahlíželi (jako teoretikové), ale „jako by něco dělali a jako by jejich slova byla zaměřena k vytváření, ... a tak se vyjadřují takovými obrazy jako sestrojiti čtyřúhelník, vést rovnoběžku, připojit něco ...“.<sup>18</sup> Platón tedy poukazuje na to, že matematická praxe, přesněji řečeno řeč geometru, je v rozporu s ideálem teoretického vědění. Matematik nemluví, jako by kontemploval věčné a neměnné jsoucno, ale spíše jako technik, který konstruuje nějaký stroj. Zdá se totiž, že znaky, jež užívá, v podstatě nemají onu výše požadovanou referenční funkci, ale navádějí nás pouze k tomu, abychom provedli určitou operaci.

Platónovy rozpaky mohou vést ke dvěma podstatně odlišným reakcím. Podle první je matematika nadále věda a je třeba vysvětlit, proč se sami matematikové ve své praxi vědeckému způsobu vyjadřování tak vzdalují. Podle druhé je matematika spíše než věda jakýmsi uměním či technikou, neboť odporuje teoretickému ideálu vědy. V této disciplíně totiž nic nenahlížíme, ale především vytváříme určité obrazce.

Je třeba podotknout, že přítomnost oné technické či konstrukční složky v matematice je z hlediska našich dalších úvah zásadní. Má-li totiž naše disciplína v určitém smyslu konstruktivní povahu, pak zde musí být (tak jako je tomu v technice) díly či materiál, s nímž se následně pracuje. Zájemem o „smyslový materiál“ se však vzdalujeme požadavku, podle něž v matematice máme kontemplovat jakési věčné a neměnné jsoucno, a přibližujeme se k základní tezi formalismu, že se matematik zabývá něčím „hmatatelným“, totiž samotnými znaky, a ne tím, k čemu tyto znaky referují (srov. úvod naší

16 Je jistě poněkud paradoxní, že si obtížnosti slučitelnosti těchto požadavků nepovšiml sám Aristotelés, ale jeho předchůdce Platón. Souvisí to jistě s tím, že se na rozdíl od svého žáka matematikou intenzivně zabýval, a že měl tedy doslova před očima neslučitelnost postupů v této disciplíně s tím, jak podle jeho soudu postupuje věda. Platón však svoje názory na pojetí vědy nikdy soustavně nevyložil. V dalších dějinách se proto Platónova námitka vztahovala spíše k Aristotelovu (systematicky vyloženému) pojetí vědy.

17 Platón, *Ústava*, 527b. Přel. R. Hošek. Praha, Svoboda—Libertas 1993.

18 Tamtéž, 527a.

statě). V dalším výkladu budeme proto sledovat, jak onen technický aspekt, jenž je přítomen v matematické praxi, dal podnět ke vzniku formalismu.

## § 2. Dvojitý přístup k matematice od antiky až po raný novověk

V antice spíše převládal první názor a rozpaky nad matematickou praxí posloužily jako inspirace k dalším úvahám o povaze této disciplíny.<sup>19</sup> Ve středověku vedle sebe svým způsobem existovaly oba názory. Na jedné straně se matematika studovala v rámci sedmera svobodných umění, což přinejmenším naznačuje, že byla chápána jako technika. Na straně druhé však mělo velký vliv Aristotelovo pojetí, jež matematiku spolu s teologií (tj. metafyzikou – řečeno pozdější terminologií) a fyzikou řadilo mezi teoretické vědy. To, zda matematika patří mezi teoretické vědy nebo spíše mezi umění (techniky), nebylo zcela jednoznačně rozhodnuto, což patrně souviselo s tím, že pro středověké učence mělo pěstování této disciplíny přinejlepším druhořadý význam. Problém jejího vědeckého statusu se v období, v němž dominoval důraz na posvátné vědy, nikdy neocitl v centru zájmu.<sup>20</sup>

S příchodem novověku a se vznikem vědy v moderním slova smyslu se ovšem názory na význam matematiky proměnily a zájem o ni pronikl i do prostředí scholastických učilišť. Právě tato změna důrazu měla zcela přirozeně za následek, že se, alespoň mezi scholastiky, začala pocíťovat potřeba rozhodnout dříve odložené dilema. K velmi zajímavému sporu o povaze matematiky pak došlo mezi jezuity. Příslušníci tohoto řádu totiž postupně vytvořili dva tábory, jejichž názory odpovídají dvěma výše zmíněným přístupům. Konzervativnější, tvořený většinou teology a filosofy, hájil oprávněnost středověkého zařazení matematiky mezi svobodná umění a zpochybňoval její vědecký status. Významný je v tomto ohledu především názor Benedicta Pereria, podle něhož „matematické disciplíny nejsou vědami ve vlastním slova smyslu... Mít vědění znamená poznat věc skrze příčinu, díky níž tato věc existuje; a vědění je účinkem důkazu: ten ... musí vycházet z takových věcí, které existují o sobě a jsou vlastní tomu, co se dokazuje. Matematika však nezkoumá ani esenci kvantity, ani její nutné vlastnosti, nakolik z ní vyplývá-

19 O jednom z takovýchto pokusů referuje Proklos, když popisuje názory Speusippa a Amphinomia. Tito filosofové vycházejí podle jeho soudu z předpokladu, že předmětem matematiky je oblast věčného, tj. že všechny matematické předměty existují, přičemž „na jejich konstrukce je třeba pohlížet ne jako na jejich vytváření, ale jako na snahu těmto věcem porozumět...“. Konstrukce či ona praktická činnost tedy hraje pouze pomocnou či heuristickou roli. Srov. Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Transl. G. E. Morrow. Princeton, Princeton University Press 1970, s. 64. Srov. též Klein, J., *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. New York, Dover Publications 1968.

20 Wagner, D. L. (ed.), *The Seven Liberal Arts in the Middle Ages*. Bloomington, Indiana University Press 1983, s. 205.

jí ...<sup>21</sup> To, že matematika není věda, ilustruje Pererius na Eukleidově „důkazu“ toho, že součet úhlů trojúhelníka je roven dvěma pravým.<sup>22</sup> V tomto důkazu nejde o nalezení příčiny, tj. stanovení důvodu spojení subjektu („součet úhlů trojúhelníka“) s predikátem („sto osmdesát stupňů“) v závěru apodiktického sylogismu, ale o konstrukci, která nám umožní dokazovanou skutečnost nahlédnout.<sup>23</sup>

Pererius tak – podobně jako Platón – poukazuje na neslučitelnost matematické mluvy či praxe s tradičním pojetím vědy. Jeho argumentace je však poučená znalostí Aristotelových nároků na důkaz. Ukazuje totiž, že konstruktivní důkaz má zcela jinou povahu než důkaz kauzální. Matematika proto není věda ve vlastním slova smyslu, ale patří spíše mezi svobodná umění. Je zajímavé dodat, že tento závěr má i určité politické konsekvence. Pererius se totiž zasazoval o to, aby matematika hrála v rámci univerzitních studií podřadnou úlohu.

Takovouto argumentací se samozřejmě jezuitští matematici cítili být ohroženi a začali požadovat, „aby se učitelé filosofie vyvarovali řešení takových otázek, které nepřispívají vyřešení přirozených věcí a snižují autoritu matematických disciplín v očích studentů...“<sup>24</sup> To, že tyto disciplíny mají hrát důležitou roli při formování studenta, se snažili jezuitští matematici prosadit jednak svou autoritou<sup>25</sup> a jednak tím, že se pokusili emancipaci matematiky filosoficky zdůvodnit. Známa je v tomto ohledu především Blancanova snaha ukázat, že matematické důkazy nemají, jak se domníval Pererius, konstruktivní, ale kauzální charakter. V této disciplíně totiž pracujeme, podobně jako v jiných vědách, s předměty, které jsou složeny z látky a formy. Ty se však od běžných předmětů liší tím, že jejich látka není smyslová, ale inteligibilní. Díky tomu lze definovat esence takovýchto předmětů a tyto definice lze následně užít jako střední termíny v kauzálních důkazech.<sup>26</sup>

Podívejme se nyní podrobněji, jakým způsobem umožní složenost matematických předmětů z inteligibilní látky a formy Blancanovi uchopit vlastní předmět matematiky. Již předcházející scholastická tradice ztotožňovala inteligibilní látku s kvantitou, která může být následně vymezena buď jako

21 Pererius, B., *De communibus omnium rerum naturalium principii et affectionibus*. Vol. 2. Venetiis, A. Maschium, 1576, s. 24.

22 Euclid, *The Thirteen Books of the Elements*, book I, prop. 32.

23 Ta spočívá v tom, že se prodlouží základna trojúhelníka a současně se vede rovnoběžka s jednou jeho odvěsnou.

24 Clavius, Ch., *Modus quo disciplinae mathematicae in scholis Societatis possent promoveri. Monumenta Paedagogica Societatis Jesu*. Romae 1588-1616, s. 115-116.

25 Christopher Clavius (1538-1612) byl německý jezuitský matematik a astronom, člen osmičlenné komise, kterou sestavil papež Řehož XIII. kvůli reformě kalendáře.

26 O Blancanových názorech v tomto ohledu referuje Wallace, W., *Galileo and His Sources*. Princeton, Princeton University Press 1984, s. 142-143.

kontinuální, nebo jako diskrétní. Geometrie se zabývá kontinuální látkou, tj. kvantitou vymezenou tvary, aritmetika naopak diskrétní látkou, tj. kvantitou vymezenou počtem. Na Blancanových úvahách je pak podle našeho soudu významné především to, že vlastní předmět matematiky klade nad aritmetiku či geometrii. Nepovažuje za něj ani kvantitu vymezenou tvarem, ani kvantitu vymezenou počtem, ale prostě „kvantitu vymezenou, nakolik je vymezená. Neboť z tohoto vymezení vznikají různé tvary a čísla, které matematik definuje, jichž se týkají důkazy různých teorémů.“<sup>27</sup> Vlastním předmětem matematiky je tedy kvantita, nakolik je vymezená, a ta je ztotožněna s inteligibilní látkou. Tato inteligibilní látka je oddělena od smyslové látky a je „vnímana samotným rozumem“.<sup>28</sup>

Z našeho hlediska je významné, že úvahy o existenci jakési matematiky, která je nadřazena geometrii i aritmetice, nenacházíme pouze mezi jezuiti, ale i mezi učenici, kterým nešlo o pouhou reformu dosavadní scholastiky, ale spíše o její překonání. V 16. i 17. století totiž získávaly vliv znovuobjevené klasické matematické texty a mezi nimi i Proklův komentář k první knize Eukleidových *Základů* (první novověká edice – Grynaeova – vyšla r. 1533). Autor tohoto komentáře se inspiroje Aristotelovou koncepcí, podle níž i matematik „užívá obecných vět (ta koina), ale se zřetelem ke svému oboru ..., a vychází tak z principů, které nejsou vlastní jeho vědě, ale jež se zkoumají ve vědě nadřazené, jíž je první filosofie“.<sup>29</sup> Analogicky argumentuje i Proklos ve svém „Komentáři“. Všimá si např. toho, že věta, podle níž „záměna [středních termínů] vytváří opět úměru“, je platná nejenom pro spojitě velikosti, ale i pro čísla,<sup>30</sup> a že tedy existují obecné věty, které jsou platné jak v geometrii, tak v aritmetice. Do jaké vědy však takovéto obecné věty náleží, či Proklovými slovy řečeno: „Kdo má znát záměny [tj. ony obecné věty], které se týkají velikostí i čísel...?“ Zkoumání těchto záměn (vět) nenáleží ani geometrii, ani aritmetice, ale vědě, která je těmto disciplínám „velmi nadřazená a postupuje od méně obecného k obecnějšímu poznání“.<sup>31</sup>

Proklova myšlenka, že existuje jakási obecná věda, či jak se v novověku začalo říkat: *mathesis universalis*, jež stojí nad aritmetikou i geometrií, vzbudila v 16. a 17. století velký zájem. V úvahách o tom, s čím tuto obecnou vědu ztotožnit, však došlo k významnému posunu. Tato věda totiž přestala být ztotožňována s Aristotelovou *první filosofí* a začala být ztotožňována s alge-

27 Giuseppe Blancani's *De Mathematicarum Natura*. Appendix k *Aristotelis Loca Mathematica*. In: Mancosu, P., *Philosophy of Mathematics and Mathematical Praxis in the Seventeenth Century*. New York, Oxford University Press 1996, s. 179.

28 Tamtéž, s. 180.

29 *Metafyzika*, XI, 1061 b 17.

30 Sov. Klein, J., *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, c. d., s. 180.

31 Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, c. d., s. 181.



brou,<sup>32</sup> která vešla ve známost díky Arabům a která právě v 16. a 17. století prodělala nebývalý rozvoj.<sup>33</sup>

V 16. i 17. století tedy scholastičtí i novověcí matematikové zpochybňují myšlenku nadřazení geometrie nad aritmetiku a kloní se k závěru, že zde musí existovat věda, která obě tyto tradiční disciplíny zastřešuje. Oba tyto, byť kulturně poněkud odlišné, proudy znal R. Descartes a zřejmě jako první je začal propojovat.<sup>34</sup> Doklad o tom nacházíme v *Pravidlech pro vedení rozumu*, kde říká: „Když mě tyto úvahy odvedly od výlučného pěstování aritmetiky a geometrie k jakémusi všeobecnému zkoumání matematiky, položil jsem si nejdříve otázku, co přesně všichni tímto názvem chápou a proč se za její součásti označují nejen ty dva obory už uvedené, ale i astronomie, hudba, optika, mechanika a mnoho dalších. (...) Kdo o tom uvažuje hlouběji, nakonec si uvědomí, že k matematice se vztahují pouze ty věci, u nichž lze zkoumat uspořádání či míru, a nezáleží na tom, zda onu míru určujeme na číslech, obrazcích, hvězdách, zvucích, nebo jakýchkoli jiných objektech. Proto musí existovat nějaká obecná věda, která by vysvětlovala všechny otázky týkající se uspořádání a míry bez spojení s určitou materií; ta se označuje nikoli přejatým slovem, nýbrž už starobylým a užívaným pojmem obecná matematika, protože obsahuje všechno, proč se jiné vědy nazývají částmi matematiky.“<sup>35</sup>

Z textu je zřejmé, že Descartes podobně jako Proklovi následovníci v 16. a 17. století nadřazuje nad tradiční matematické disciplíny algebru, byť se terminologicky přiklání k termínu *obecná matematika*, a nikoli k výrazu přejatému. Dále je zřejmé, že podobně jako Blancanus zbavuje vlastní předmět matematiky spojení s určitou materií, čímž jej de facto chápe jako kvantitu o sobě či inteligibilní látku.<sup>36</sup> Tím, jak říká na jiném místě, přestane být věcí zraku a představivosti a stane se (opět podobně jako u Blancana) výhradně záležitostí intelektu.<sup>37</sup>

32 Algebru Gosselin nazval „regina scientiarum“ či „divina ars“. Podobně jako se vyjadřoval Gosselin o algebře, se však vyjadřoval o *mathesis universalis* Barocius, když ji nazval *scientia divina*. Srov. Klein, J., *Greek Mathematical Thought and the Origins of Algebra*, c. d., s. 181.

33 U zrodu algebry v novověku stálo více učenců, v četné sekundární literatuře věnující se tomuto tématu bývají nejčastěji uváděna jména jako F. Viète, S. Stevin, J. Wallis, G. Cardano, R. Descartes a jiní. Není zde možno a ani není naším cílem o tomto zajímavém tématu pojednat šířeji. Srov. Klein, J., *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, c. d.

34 Mahoney, M. S., *The Beginnings of Algebraic Thought in the Seventeenth Century*. In: Gaukroger, S. (ed.), *Descartes: Philosophy, Mathematics and Physics*. Sussex, The Harvester Press – Totowa, NJ, Barnes and Noble Books 1980, s. 141-155.

35 Descartes, R., *Pravidla pro vedení rozumu*. Přel. V. Balík. Praha, OIKOYMENH 2000, s. 377.

36 Na základě těchto skutečností se někteří interpreti dokonce domnívají, že Descartova *res extensa* je v podstatě scholastická inteligibilní látka. Srov. Hettab, H., *Descartes on Forms and Mechanism*. Cambridge, Cambridge University Press 2009, s. 107.

37 Podobně se vyjadřuje další významný matematik 17. století J. Wallis. Říká totiž: „... vedle předpokládané konstrukce přímky či obrazce existuje něco v povaze konstruovaného, o čemž lze uvažovat nezávisle na takové konstrukci a co je doprovází, ať už je to konstruováno jakkoli...“



S tím, že ztotožníme předmět matematiky s čistě inteligibilními předměty, však souvisí určitá obtíž. Ukazuje se totiž, že přirozený jazyk či jazyk tradiční matematiky není k vyjádření velmi abstraktních vztahů, s nimiž by algebra měla pracovat, dostatečný. Podle Descarta je proto třeba vytvořit nový způsob zápisu,<sup>38</sup> jehož pomocí „ukážeme jednotlivé členy úlohy v tak čisté a holé podobě, že sice nebude pominuto nic užitečného, a přece se v nich nikdy nenalezne nic, co by bylo nadbytečné a co by zbytečně zaměstnávalo schopnost rozumu, když bude třeba myslí postihnout více věcí současně“.<sup>39</sup> Hlavním cílem nově vytvořeného jazyka tedy je zachytit podstatu řešeného problému v jeho nenázorné abstraktní podobě.

### § 3. Problémy algebraické metody

Na základě předcházejícího paragrafu by se mohlo zdát, že nesoulad mezi matematickou praxí a tradičním pojetím vědy je dán tím, že matematika nebyla pěstována na dostatečně abstraktní úrovni a nepříznivou situaci by mohl vyřešit objev algebry. V ní byl nalezen teoretický obor, který lze dosavadním matematickým disciplínám nadřadit. Na rozdíl od geometrie či aritmetiky totiž popisuje (pomocí nového způsobu zápisu) předměty, které jsou čistě inteligibilní, tj. jsou zbaveny jakéhokoli spojení se smyslovým světem. To v sobě samozřejmě skrývalo naději, že se zbavíme nešťastného konstruktivismu (ať už v Platónově či Pereriově smyslu) a ukážeme, že matematika po právu patří do rodiny teoretických věd.

Abychom porozuměli tomu, že i obrat k algebře v sobě skrývá určité obtíže, bude užitečné porovnat algebraický způsob vyjadřování s geometrickým.<sup>40</sup> Podívejme se nejprve na tradiční geometrii. V ní, jelikož není dostatečně abstraktní, vždy popisujeme určitou „figuru, na niž nikdy nepřestaneme hledět, přičemž vždy uvažujeme o kvantitách a formách, které jsou reálné a existující, a nikdy nemůžeme dospět k závěrům, které si nelze představit

---

(Pokrač. pozn. č. 37) Pomocí matematické abstrakce totiž podle Wallise „oddělíme to, co je vlastním předmětem matematických zkoumání ... od nepatřičnosti látky, jež jsou mu akcidentsální a jež náleží pouze zkoumanému případu či příslušné konstrukci“. Srov. Wallis, J., *Treatise on Algebra*. London, Printed by John Playford, for Richard Davis 1685, s. 291.

38 Jedná se o tzv. operační symbolismus, jehož pravým tvůrcem však nebyl Descartes, ale spíše Vieta (i když Descartes v úvodu ke *Geometrii* opakovaně zdůrazňuje, že Vietu četl až po sepsání tohoto spisu). Descartův význam spočívá v tom, že Vietův symbolismus zbavil posledních stop spojení s geometrií. Místo aby psal, jako Vieta,  $2A\text{ cubus}$ , píše  $2x^3$ , což zdůvodňuje tím, že  $x$  a  $x^3$  jsou kvantity, které se k sobě a vposled k jednotce vztahují prostřednictvím určitých vztahů, tj.  $1/x = x/x^2 = x^2/x^3$ .

39 Descartes, R., *Pravidla pro vedení rozumu*, c. d., II, 165.

40 Budeme tedy postupovat podobně jako Platón, když kritizoval způsob, jímž se vyjadřují geometrii.

nebo znázornit pomocí smyslově vnímatelných předmětů.<sup>41</sup> Díky tomu je podle Johna Playfaira<sup>42</sup> i geometrický jazyk vytvořen tak, aby byl v neustálém kontaktu se smyslově vnímatelnými předměty. V této disciplíně proto nikdy nemyslíme „naslepo“, neboť „každá veličina je reprezentována veličinou stejného druhu; přímky přímkami, úhly pomocí úhlu, rod je vždy signifikován individuem a obecná idea ideou partikulární, která pod ni spadá“.<sup>43</sup> To však pro algebru neplatí! Jejím předmětem totiž nejsou entity, které si lze představit, ale (podle Blancana i Descarta) entity čistě rozumové. Ty přirozeně nemůžeme reprezentovat pomocí znaku, který by se nějak podobal označené kvantitě, ale volíme „uměle zavedený symbol, s nímž nemá žádnou podobnost“. Na označenou veličinu proto „můžeme za určitých okolností zapomenout, a jediným předmětem našich úvah se pak stane samotný symbol“.<sup>44</sup>

Všimněme si především, že v algebře na rozdíl od geometrie za určitých okolností zapomínáme na předmět svých úvah (tj. označenou kvantitu) a na místo toho se zaměříme na sám symbol. To, že opravdu tímto způsobem mnohdy postupujeme, dosvědčují naše běžné zkušenosti s elementární matematikou. Zaměňujeme například pořadí symbolů (podle komutativního zákona), vytváříme jejich různé skupiny (podle asociativního zákona) atd., a tak se nám může zdát, že úlohy v algebře spočívají v mechanickém přeskupování symbolů a naše aktivity se podobají dejme tomu hře v šach. V šachách i v algebře se totiž soustřeďujeme na vztahy smyslově vnímatelných entit (figurek, symbolů) a svým způsobem zapomínáme na reálný svět. Vyzdvihneme-li právě tento aspekt matematické praxe, pak se tím zcela přirozeně vzdálíme aristotelskému pojetí vědy. Nenazíráme či nekontemplujeme totiž nějaký věčný a neměnný předmět, k němuž užité symboly referují, ale pouze operujeme se symboly.

Toto zpochybnění teoretického statusu algebry však nemusí být ještě fatální. Stačí připomenout, že algebraické symboly jsou obecnější a abstraktnější než symboly aritmetické či geometrické, což může mít za následek, že někdy ztratíme kontakt s předmětem našich úvah. K tomu jistě nedochází pouze v algebře, ale i v jiných abstraktnějších disciplínách, v nichž rovněž mnohdy ulpíme v suchopáru slov. Výše uvedené přirovnání algebry k šachům tedy nemusí nutně obstát. V šachách dochází ke ztrátě kontaktu s okolním světem, protože si od něj chceme odpočinout, v algebře díky abstraktnosti předmětu, s nímž pracujeme.

41 Poncelet, J.-V., *Traité des propriétés projectives des figures*. Paris, Bachelier 1822, s. 265.

42 John Playfair (1748-1819) byl skotský matematik a duchovní.

43 Playfair, J., On the Arithmetic of Impossible Quantities. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 68, 1778, s. 318.

44 Tamtéž.

S algebraickou praxí se však pojil další problém, který souvisel se zaváděním nových čísel a který podpořil podezření, že v této disciplíně jde skutečně o pouhou manipulaci se symboly. Abychom mu porozuměli, je třeba připomenout, že vědec podle tradičního pojetí „hraje“ řečovou hru, jejíž výroky musí obsahovat termíny, které referují k reálně existujícím entitám (srov. § 1). V tomto požadavku je skryt předpoklad, že zde nejprve existují předměty, a ty následně pojmenováváme či vymezujeme pomocí definic.<sup>45</sup> Tato jazyková praxe však v algebře neplatí. To vyjde najevo, uvědomíme-li si, že tato disciplína byla ve svých počátcích chápána jako teorie rovnic a díky tomu se při zavádění nových předmětů postupovalo poněkud jinak. Není zde nějaký předem daný předmět a potřeba dát tomuto předmětu jméno, ale nutnost řešit určité rovnice.<sup>46</sup> Máme-li např. vyřešit rovnice typu  $x + 1 = 0$ , musíme zavést čísla záporná ( $-1$ ); pro řešení rovnice typu  $2x = 1$ , zavedeme čísla racionální ( $1/2$ ); pro rovnice typu  $x^2 = 2$  čísla iracionální ( $\sqrt{2}$ ) a rovnice typu  $x^2 = -1$  vedou k zavedení čísel imaginárních ( $i$ ).<sup>47</sup>

Proč by však mělo zavádění nových čísel působit nějaké obtíže? Nejprve je potřeba objasnit, co míníme obratem *zavést číslo*. Zpočátku pravděpodobně „podlehne svedu“ běžné řečové praxe a budeme předpokládat, že s číslem se to má podobně jako s běžným empirickým předmětem. Ten zavádíme, jak jsme již naznačili, tak, že si ho předem prostě pojmenujeme příslušným jménem. A i v případě zavádění nových čísel máme sklon postupovat podobně. I čísla přece zavádíme tak, že existující předmět předem označíme číslovkou.

V této analogii se však skrývá určitá nesnáž, jež souvisí s tím, že běžný předmět je konkrétní a lze na něj bez problémů ukázat, kdežto číslo je abstraktní a je mnohdy obtížné nalézt předmět, který by zaváděným číslovkám odpovídal. Budeme si snad vědět rady v případě přirozených čísel, když např. trojku ukážeme zvednutím tří prstů. Co ale v případě čísel záporných, racionálních, iracionálních, či dokonce imaginárních? Největší rozpaky, jak již na-

45 Běžný způsob zavádění nových jmen, z něž implicitně vychází aristotelské pojetí vědy, výstižně popisuje S. Kripke. Srov. Kripke, S., *Naming and Necessity*. Harvard, Harvard University Press 1980.

46 Hilbert později považuje tuto potřebu za zcela přirozenou a říká: „Je zde problém. Hledej jeho řešení. Můžeš jej nalézt čistým rozumem, neboť v matematice není žádné *ignorabimus*.“ Srov. Hilbert, D., *Mathematische Probleme*. *Archiv der Mathematik und Physik*, 1, 1901, s. 44-63.

47 Myšlenka, že různé typy čísel byly zavedeny proto, abychom měli řešení uvedených rovnic, pochází od Peana. Srov. Peano, G., *Foundations of Analysis*. In: Kennedy, H. (ed.), *Selected Works of G. Peano*. Toronto, University of Toronto Press 1973, s. 224. Peanův výklad však není věrným popisem vzniku jednotlivých typů čísel, historicky přesnější je popis Gaussův. Srov. Gauss, C. F., *Theoria residuorum biquadraticorum. Commentatio secunda*. *Göttingische Gelehrte Anzeigen*, 23. 4. 1831. Také in: *Carl Friedrich Gauss Werke*. Vol. II. Göttingen, Königliche Gesellschaft der Wissenschaften 1873, s. 173-178. Srov. též Detlefsen, M., *Formalism*, c. d., s. 279.

povídá samo jméno, pak vzbuzovala imaginární čísla.<sup>48</sup> Matematici je sice zavedli, nicméně po dlouhou dobu nikdo z nich nebyl s to vůbec říci, k čemu by se tyto nové výrazy měly vztahovat.

Jestliže však v matematice pracujeme skutečně s číslovkami, jejichž referenci nedokážeme určit, pak obratem *zavést číslo* musíme myslet něco jiného než obratem *zavést empirický předmět*. Když zavádíme nové číslo, pak zde nemusí být nejprve předmět, který následně pojmenujeme, ale je zde pouze nový termín (nový druh číslovek). Pod pojmem *zavedení čísla* bychom proto měli rozumět čistě zavedení nové číslovky. Je-li tomu skutečně tak, pak nové termíny nemají referenci a práce s nimi, tj. matematické myšlení, spočívá tak jako v případech šachů v pouhé manipulaci. To samozřejmě podporuje závěr, že v matematice nezapomínáme na předmět našich úvah kvůli abstraktnosti termínu, ale kvůli tomu, že termíny, s nimiž pracujeme, k žádnému předmětu prostě nereferují. Nemají-li matematické termíny skutečně žádnou referenci, pak se tím opět dostáváme do sporu s tradičním ideálem vědy (konkrétně s prvním požadavkem).

Výše uvedené problémy (nová notace, zavádění nových čísel) vedly k tomu, že se u Descarta i v myšlení jeho doby setkáváme s určitým napětím.<sup>49</sup> Na jedné straně je zde snaha ukázat, že matematika je věda, protože se zabývá velmi abstraktním předmětem, na straně druhé reflexe nad matematickou praxí (podobně jako v antice) se tomuto požadavku neustále vzpírá. Někdy se sice zdá (tak jako v geometrii či v aritmetice přirozených čísel), že matematika má ve shodě s Aristotelovými požadavky předmět, jindy je však patrné, že naše myšlení tento předmět opouští a ulpívá v pouhé manipulaci se symboly. Významné je, že právě toto napětí či „diskurzivní dvojznačnost“ nakonec neuniklo inspirativní filosofické reflexi. Podle G. Berkeleyho není třeba, „aby při každém kroku každé písmeno vyvolávalo v naší myslí kvantitu, pro niž bylo ustanoveno“,<sup>50</sup> protože pravý účel řeči nespočívá pouze ve sdílení či získání idejí, „ale má i aktivní operativní povahu, díky níž se dosahuje zamýšleného

48 Imaginární čísla zavedl v 16. století Rafael Bombelli, když hledal kořen pro dosud nevyřešenou kvadratickou rovnici  $x^2 = -1$ . Tato rovnice neměla běžné číselné řešení, a proto Bombelli musel zavést nový symbol, s kterým (na rozdíl od běžných číslovek) nespojil žádný obsah či představu. Se zavedeným symbolem nicméně manipuloval podle běžných algebraických pravidel tak jako se symboly běžnými. Bombelli měl samozřejmě pochybnosti ohledně přípustnosti tohoto kroku, a proto tato nová čísla nazval *imaginárními*. Srov. Resnik, M., *Frege and the Philosophy of Mathematics*. Ithaca, New York, Cornell University Press 1980, s. 55.

49 Srov. Mahoney, M. S., *The Beginnings of Algebraic Thought in the Seventeenth Century*, c. d., s. 141-155.

50 Berkeley, G., *Esej o nové teorii vědění. Pojednání o principech lidského poznání*. Přel. M. Hubová a M. Tomeček. Praha, OIKOYMENH 2004, s. 52-53.

dobra. ... [diskurs], ... který usměrňuje naše činy ... je užitečný a významný, a to přesto, že slova, z nichž je složen, nevyvolávají v naší mysli žádnou ideu“.<sup>51</sup>

Podle Berkeleyho se tedy lze výše uvedenému napětí vyhnout tak, že rozlišíme dvojí užití symbolů. První můžeme buď podle vzoru novověkých filosofů nazývat *komunikativní* (symbol či písmeno užíváme k tomu, abychom sdíleli či zprostředkovali určité ideje), nebo podle vzoru starší tradice *teoretické* (symbol užíváme k tomu, abychom nahlédli příslušnou kvantitu). Druhé, protože má operativní povahu, můžeme nazývat buď *instrumentální* (písmeno užíváme jako nástroj k dosažení zamýšleného dobra či cíle), nebo *symbolické* (pozornost obracíme k symbolům).

Pro vznik formalismu je podle našeho soudu klíčové, že se toto původně čistě filosofické rozlišení nakonec zabydlelo i mezi matematiky a logiky. Ti jej sice zpočátku v podstatě nerespektovali<sup>52</sup> a ve své praxi konfuzně užívali jak názorné geometrické metody, tak symbolické metody algebraické,<sup>53</sup> nicméně později začali právě díky Berkeleymu uvedenou konfuzi odstraňovat.<sup>54</sup>

#### § 4. Cambridgeští algebraici – vznik formalismu

Nejvýznačnějším způsobem začali s Berkeleyho rozlišením různých způsobů užití jazyka pracovat v první polovině 19. století tzv. *cambridgeští al-*

51 Berkeley, G., Alciphron: Or the Minute Philosopher. In: Luce, A. – Jessop, T. (eds.), *The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne*. Edinburgh, Thomas Nelson 1948-1957, s. 307.

52 Na to, že se v novověké matematice používal jazyk komunikativně i instrumentálně, existovaly (nezávisle na Berkeleyho rozlišení) v podstatě dva názory. Jejich stoupenci se shodují v tom, že se pokoušejí matematický způsob vyjadřování sjednotit, liší se tím, jak toho chtějí dosáhnout. Podle prvního názoru, jehož zastánci se dovolávali autority J. Wallise, je třeba ve všech oblastech matematiky propagovat algebraický či symbolický způsob užití termínů. Srov. Wallis, J., *Arithmetica infinitorum* (1656). In: *Opera mathematica*, sv. I., reprint Georg Olms, Hildesheim 1968. Opačného názoru byli F. Maseres a W. Friend, kteří užití algebraických metod potírali. Srov. Maseres, F., *A Dissertation on the Use of the Negative Sign in Algebra*. London, S. Richardson 1758; Friend, W., *The Principles of Algebra*. London, J. Davis 1796. Toho se snažili dosáhnout restrikcemi, jež měly zamezit užití problematických termínů (především imaginárních čísel). K tomuto druhému směru svým způsobem patří i matematikové, kteří rovněž nesouhlasili se zaváděním algebraických metod, nicméně problematické případy neřešili restrikcemi, ale snahou nalézt vhodnou interpretaci příslušného symbolu. Známa je v tomto ohledu zejména Gaussova geometrická interpretace těchto čísel. Srov. Gauss, C. F., *Theoria residuorum biquadraticorum*, c. d.

53 Např. MacLaurin, C., *A Treatise of Fluxions*. Edinburgh, Ruddimans 1742. Srov. Mancosu, P., *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, c. d., s. 145.

54 Dílo tohoto filosofa proniklo do povědomí širší matematické veřejnosti díky jeho kritice infinitezimálního počtu obsažené v jeho knize *The Analyst*. Srov. Berkeley, G., *De Motu and the Analyst*. Ed. D.-M. Jesseph. Dordrecht, Springer 1992. O tom, že se myšlenky tohoto filosofa staly akceptovaným zdrojem pro úvahy o založení matematiky na britských ostrovech, svědčí mimo jiné i názor G. Boola, podle nějž „jazyk je nástroj lidského rozumu a nikoli pouhé médium sloužící k vyjádření myšlení“. Srov. Boole, G., *An Investigation of the Laws of Thought*. London, Walton and Maberly 1854, s. 24.

*gebraici*. Jejich ústřední představitel George Peacock<sup>55</sup> je podle našeho soudu významný právě tím, že v matematice důsledně oddělil komunikativní (obsahové) užití jazyka od instrumentálního (symbolického). V aritmetice a ve vědách, které jsou na stejné úrovni jako ona,<sup>56</sup> prý užíváme jazyk komunikativně, v (symbolické) algebře naopak čistě instrumentálně či symbolicky. Rozdíl mezi algebrou a ostatními matematickými disciplínami (aritmetikou, geometrií) tak není dán stupněm abstrakce, ale odlišným způsobem užití jazyka.<sup>57</sup>

Podívejme se nyní podrobněji na to, jakým způsobem se užívá jazyk v aritmetice. Peacock vychází z tradiční představy, že tato disciplína stojí na nutných a evidentních pravdách. Tyto pravdy musí vyjadřovat určitý obsah, který není arbitrárně zvolen, ale závisí na předem daném předmětu, jímž se tato disciplína zabývá. Ve větách aritmetiky se tak musí vyskytovat pouze takové termíny, jejichž význam je předem vyjádřen pomocí definic. „Definovat znamená předem přiřadit termínu či operaci význam nebo podmínky [jeho užití]...“<sup>58</sup> Předem vymezené významy pak určují pravidla, jakým způsobem se mají příslušné termíny či operace v aritmetice používat. Jejich užití tak není svobodné či arbitrární, ale nakonec v podstatě vždy závisí na příslušném významu či předmětu. Význam (či předmět) je tedy primárně uchopen definicí, která sekundárně určuje povahu zákonů, s nimiž se v aritmetice setkáváme.<sup>59</sup> Dodejme, že na této představě o aritmetice není nic nového a že v podstatě odpovídá tradičnímu (aristotelskému) pojetí vědy.

Algebra má naproti tomu podle Peackocka zcela jinou povahu. Užití jejích termínů se neřídí předem definovaným předmětem, ale je dáno arbitrárně.

55 George Peacock (1791-1858) byl prvním matematikem, který se zabýval základními principy algebry. Srov. Peacock, G., *Treatise on Algebra*. Cambridge, Deighton 1842-1845. Ve svém spise se Peacock pokusil systematizovat nauku této disciplíny podobným způsobem jako Eukleides geometrii. Bývá proto někdy nazýván „Eukleidem algebry“. K podobnému závěru dospěl, nicméně méně přímočaře, také další významný ostrovní matematik W. R. Hamilton (1805-1865). Ten zpočátku zastával idealistický názor, že algebra je syntetická apriorní věda a je založena čistým názorem času. Pravděpodobně objev kvaternionu jej ale vedl k tomu, aby svůj původní postoj přehodnotil a v podstatě se přiklonil k pojetí cambridgeských algebraiků. Srov. Bloor, D., Hamilton and Peacock on the Essence of Algebra. In: Mehrrens, H. – Bos, H. – Schneider I. (eds.), *Social History of Nineteenth Century Mathematics*. Dordrecht, Springer 1981, s. 202-232.

56 Peacock zmiňuje vedle aritmetiky i geometrii, mechaniku a dynamiku. Srov. Peacock, *Treatise on Algebra*, c. d., s. 21.

57 V tomto ohledu se formalismus odlišuje od logícismu i intuicionismu. V těchto koncepcích má totiž jazyk stejnou funkci jako v ostatních vědách. Revoluce, kterou formalisté provedli, tedy spočívá v tom, že vylučnost matematiky nevsvětili předmětem jejího zájmu, ale jiným způsobem užití jazyka.

58 Peacock, G., Report on the Recent Progress and Present State of Certain Branches of Analysis. In: Murray, J. (ed.), *Report of the Annual Meeting of the British Association for the Advancement of Science*. London 1834, s. 197.

59 Tamtéž, s. 200-201.

Nejprve tedy podobně jako v nějaké hře „svobodně“ zavedeme pravidla manipulací se znaky. Tato pravidla následně určují, jaký druh idejí (významů) lze s tímto symbolem spojit a jaký nikoli. Ideje (významy), které uvedená pravidla splňují, nazýváme interpretace či (moderně řečeno) modely. Interpretovat znak totiž neznamená nic jiného než „určit význam termínu či operace [tj. připojit k němu příslušnou ideu] ve shodě s definicemi či podmínkami, které s ním byly původně spojeny. (...) v ... algebře interpretujeme [znaky, tj. termíny či operace] ve shodě se symbolickými podmínkami, jimž jsou podřízeny“.<sup>60</sup> V této disciplíně tak postupujeme opačně než v aritmetice. Nezačínáme definicemi, které následně určí pravidla užití příslušného termínu, ale nejprve určíme pravidla, jak se symboly, které prozatím nemají žádný význam, manipulovat. Až poté hledáme význam (interpretaci, model), který těmto pravidlům odpovídá. Algebra díky tomu nemá v pravém slova smyslu předmět a odporuje aristotelskému pojetí vědy. Jazyk této disciplíny je čistě symbolický a její věty i termíny nemají žádný obsah. Právě v tomto ohledu se Peacock podstatně odlišuje od předcházející tradice (tj. např. od Descarta), která algebru (v duchu tradičního pojetí vědy) považovala za obecnější disciplínu než aritmetiku či geometrii.

Problém uvedeného přístupu spočívá v tom, že výběr pravidel pro manipulaci se symboly se zdá být, alespoň na první pohled, zcela nahodilý. Algebra by tak mohla přispět k rozšíření našeho poznání pouze bezděky. Tuto námitku si Peacock uvědomil, a proto upozornil, že pravidla pro manipulaci se symboly ve skutečnosti nestanovujeme zcela nahodile, ale vždy prý musíme mít na mysli cíl, k němuž je algebra zaměřena. Tím je snaha ukázat, že odlišné oblasti – aritmetika, geometrie, mechanika, dynamika – si jsou v určitém ohledu velmi blízké. Tato blízkost spočívá v tom, že v těchto disciplínách manipulujeme se znaky podobným způsobem a algebra nemá jiný cíl než systematizovat tyto vzájemně podobné manipulace. Při stanovování pravidel pro kalkulaci se tedy neřídíme příslušným předmětem, tak jako v aritmetice, geometrii atd., nýbrž se inspirujeme vědami, jejichž manipulaci se symboly chceme systematizovat. Peacock nazývá tyto disciplíny motivující vědy (*sciences of suggestion*). O aritmetice říká, že „... je to pouze motivující věda, jíž jsou principy a operace algebry přizpůsobeny, jíž však nejsou ani limitovány, ani vymezeny“.<sup>61</sup> Mluvit však o inspiraci či motivaci se zdá být nedostatečné, a proto Peacock dále formuluje určité principy, jichž bychom se při vytváření pravidel kalkulu měli držet. V prvé řadě, a to se rozumí samo sebou, by si vytvářená pravidla neměla vzájemně odporovat. Větší důraz než na tento samozřejmý požadavek však klade náš autor na tzv. *zákon či princip permanen-*

60 Tamtéž, s. 197.

61 Peacock, G., *Treatise on Algebra*, c. d., s. 8.



*ce ekvivalentních forem*. Podle něj by algebra měla zachovávat pravidla, která platí v aritmetice. Při symbolické extenzi motivujících věd bychom tedy měli zachovat ta pravidla, která určují jejich užitečnost při výpočtech.<sup>62</sup>

Peacockovy myšlenky tedy vedou k rozdělení matematiky do dvou podstatně odlišných částí. Jednak je zde aritmetika, geometrie, mechanika, dynamika, které ještě zůstávají „v zajetí“ obsahového užití jazyka a v podstatném slova smyslu neodporují aristotelskému pojetí vědy; a jednak algebra, v níž se jazyk používá symbolicky či instrumentálně, a ta se tradičnímu pojetí vědy vzpírá.<sup>63</sup> Algebra totiž nemá žádný předmět, její věty žádný obsah, její důkazy neodpovídají na otázku *proč*, ale jsou to pouhé manipulace se symboly. Protože jsou algebraické formule čistě formální entity, nelze jim ani přiřadit pravdivostní hodnotu.

Právě díky tomu, že se Peacock „nebál“ algebru naznačeným způsobem vyprázdnit, stává se hlavním iniciátorem formalismu. Je však třeba zdůraznit, že by tento smělý krok byl s to jen stěží učinit bez Berkeleyho rozlišení komunikativního a instrumentálního užití jazyka.

## § 5. Naznačení dalšího vývoje a nová koncepce vědy

Podrobné dějiny formalismu v 19. a 20. století zde nemůžeme sledovat do všech detailů. V tomto paragrafu se soustředíme pouze na ty aspekty, které umožnily odmítnout tradiční pojetí vědy a nahradit jej pojetím novým. Zaměříme se tedy na to, jak se Peacockova myšlenka, že v algebře stojí na počátku znak, přenesla dále do celé matematiky a odtud do celého vědeckého myšlení a komunikace.

Abychom tomuto procesu porozuměli, bude užitečné se nejprve zamyslet, jak by na Peacockovo pojetí algebry pohlížel Aristotelés. Podle našeho soudu by poukázal na to, že instrumentální či symbolické užití jazyka tuto disciplínu nepozvedá nad disciplíny ostatní, ale *de facto* ji deklaruje. Nemluvíme v ní totiž tak, jako bychom něco pozorovali, ale (slovy Platónovými) jako bychom něco dělali a jako by naše slova byla zaměřena k vytváření. Takovýto posun však naznačuje, že v algebře nemáme co do činění s kontemplací věčných entit, ale máme znalost či umění, jak něco vytvářet. Algebru bychom proto ne-

62 Srov. Eves, H., *An Introduction to the History of Mathematics*. Stanford, Cengage Learning, Thomson, 1990, s. 502-504; Detlefsen, M., *Formalism*, c. d., s. 275-277.

63 V návaznosti na M. Dummeta bychom Peacocka a cambridgeské algebraiky mohli zařadit mezi tzv. lokální formalisty. Ti totiž oproti globálním formalistům vyznávají myšlenku, že formalistický přístup je relevantní pouze v některé oblasti matematiky. Srov. Dummett, M., *Frege's Philosophy of Mathematics*. Cambridge, Mass., Harvard University Press 1991, s. 252.



měli ztotožnit s věděním ve vlastním slova smyslu (*epistémé*), ale s pouhým uměním (*techné*).<sup>64</sup>

Naznačená příbuznost algebry a techniky (umění) nás může znovu vtáhnout do diskuse, kterou v 17. století vedli jezuité (srov. § 2). Připomeňme, že její konzervativní účastníci (Pererius) matematiku nepovažovali za skutečnou vědu, ale chtěli ji zařadit mezi svobodná umění. Naopak její progresivní aktéři (Clavius, Blancanus) ji chápali jako skutečnou vědu. Přehlédneme-li nyní diskuse o povaze matematiky, které vedli někteří významní filosofové a matematikové v 19. a 20. století, s překvapením zjistíme, že se po určité stránce podobají těm jezuitským. V jejich průběhu totiž opět vykrytalizovaly dva podstatně odlišné názory. Podle stoupců prvního (paradoxně tentokrát konzervativnějšího) je třeba teoretický status matematiky obhájit. Tito filosofové (Hilbert mluví o Fregovi a Dedekindovi) navazují – byť patrně nevědomky – na tradici, která vznikla již v antice a kterou na počátku novověku rozvíjela skupina progresivně smýšlejících jezuitů. Podobně jako oni se totiž snaží předložit důvody, na jejichž základě obhajují vědecko-teoretický status matematiky, a je jim proto naprosto cizí myšlenka, že by matematika či některá její část byla pouhou technikou, ve které manipulujeme se symboly. Jedním z nejvýznamnějších představitelů tohoto trendu je patrně G. Frege, jehož názory na toto téma se zřetelně ukazují právě v diskusích s formalisty (Heine, Thomae, Hilbert).<sup>65</sup> V nich se sice explicitně nedovolává tradičního pojetí vědy, ale je mu přinejmenším věrný v tom, že za její cíl považuje v první řadě pravdu.<sup>66</sup> Má-li však matematika skutečně takový úkol, je podle Frege třeba, aby její věty vyjadřovaly určité myšlenky a měly pravdivostní hodnotu, tj. aby to nebyly čistě formální entity.<sup>67</sup>

Zastánci druhého názoru jsou z hlediska našeho výkladu důležitější. Ztotožnění algebry s určitou technikou totiž nechápu jako překážku při prozrazování teoretického ideálu věděním, ale jako podnět k jeho revizi. Je-li totiž jedna z klíčových matematických disciplín pouhým instrumentem, pak se nabízí otázka, zda není třeba přehodnotit i ostatní oblasti našeho věděním.

64 Umění totiž Aristotelovi stoupcem později vymezili jako *poznání toho, jak správně vytvářet dílo*. Srov. Tomáš Akvinský, *Summa Theologiae*, I-II, 57, 4, Opera Omnia IV–XII. Ed. Leonina. Romae 1888-1906 (český překlad: *Theologická suma*. Olomouc, Krystal 1937-1940). Ve prospěch této interpretace hovoří dále to, že při výběru pravidel nejsme v algebře determinováni předmětem, ale jsme svým způsobem „svobodní“. Tato „svoboda“ se podobá právě svobodě technika či umělce, který kreativně volí prostředky k dosažení určitého cíle.

65 Srov. Fregova korespondence s Hilbertem. Přel. V. Kolman. *Filosofický časopis*, 48, 2000, 4, s. 601-622.

66 G. Frege říká: „Odhalit pravdy je úkolem všech věd, odhalit zákony pravdy přináleží logice.“ Viz Frege, G., *Myšlenka. Logické zkoumání*. In: *týž, Logická zkoumání, Základy aritmetiky*. Přel. J. Fiala. Praha, OIKOYMENH 2012, s. 95.

67 Srov. Dummett, M., *Frege's Philosophy of Mathematics*, c. d., s. 256.

Neměli bychom od celku vědění očekávat, že nám bude sloužit jako nástroj, který přináší určitý užitek spíše než kontemplaci věčného jsoucna? Není tedy nakonec každá teorie pouhým pojmovým prostředkem, jímž dosahujeme příslušných cílů? Odpovíme-li na tyto otázky kladně, připojíme se k stoupen- cům instrumentálního pojetí vědy, jež dnes rozhodně patří k těm respekto- vaným. Z historického hlediska je ale možná zajímavější, že tímto krokem znovu oživíme konzervativní scholastický názor, podle nějž jsou disciplíny obsažené v kvadriviu (aritmetika, geometrie, astronomie a muzika) pouhý- mi uměními či technikami.

Podívejme se nyní v krátkosti na to, jak Peacockův „lokální formalismus“, který byl omezen pouze na algebru, přerostl v instrumentální pojetí vědy, tj. v to, co bychom mohli nazvat „globálním formalismem“.<sup>68</sup> S prvním stup- něm tohoto přesahu se setkáváme v díle D. Hilberta.<sup>69</sup> I on se domnívá, byť nikoli v reakci na Aristotelovo pojetí vědy, ale na restriktivní přístupy intui- cionismu,<sup>70</sup> že bychom v matematice neměli být ničím vázáni a při vytváření nových pojmových celků bychom měli postupovat naprosto svobodně. Tak jako v technice, tak i v matematice bychom měli připustit „princip kreativity, který ... nás opravňuje k zavádění stále nových pojmových tvarů, přičemž jediným omezením je, že se vyhneme kontradikci“.<sup>71</sup>

Tato slova (a v úvodu uvedená myšlenka o znaku jako principu) by nás mohla svést k závěru, že již Hilbert rozšířil Peacockův lokální formalismus na celou vědu. Takto velký krok však ještě Hilbert neučinil a ve skutečnosti zůstal – byť z poněkud jiných důvodů než Peacock – v zajetí obsahového způ- sobu užití jazyka. V době, v níž svou koncepci vytvářel, byl totiž aktuální spor o základy matematiky a Hilbert se domníval, že čistě instrumentální užití ja- zyka neumožňuje zajistit bezrozpornost matematiky.<sup>72</sup> Rozhodl se proto, že v jedné její části obsahové užití jazyka připustí, což nakonec zajistí požadova- nou bezrozpornost. Tento jazyk má v podstatě podobnou povahu jako jazyk, s nímž se pracuje v geometrii, tj. reprezentuje všechny veličiny veličinami stejného druhu a nevyskytuje se v něm uměle zavedená symbolika, s níž se

68 Výraz „globální formalismus“ je převzat z Dummett, M., *Frege's Philosophy of Mathematics*, c. d., s. 256, kde je nicméně použit v poněkud jiném smyslu.

69 Srov. Simons, P., Formalism. In: Irvine, A. D. (ed.), *Philosophy of Mathematics*. Vancouver, Elsevier 2009, s. 291-310.

70 Srov. Hilbert, D., Probleme der mathematischen Logik. In: Ewald, W. – Sieg, W. – Hallett, M. (eds.), *David Hilbert's Lectures on the Foundations of Logic and Arithmetic*. Berlin, Springer 2013, s. 19-20.

71 Hilbert, D., Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik. *Verhandlungen des Dritten Internationalen Mathematiker – Kongress in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*. Leipzig, Teubner 1905. Citováno podle Van Heijenoort, J., *From Frege to Gödel: A Sourcebook in Mathematical Logic (1879–1931)*. Cambridge, Mass., Harvard University Press 1967, s. 136.

72 Srov. Hilbert, D., Über das Unendliche. Citováno podle Van Heijenoort, J., *From Frege to Gödel*, c. d., s. 184.

setkáváme např. v algebře. Jazyk, který Hilbert k tomuto účelu sestrojil, má povahu „čárkového kódu“.<sup>73</sup> Jeho použití (podobně jako užití geometrického jazyka) nikdy nevyústí ve slepou manipulaci se symboly a díky tomu se nedostaneme (opět podobně jako v geometrii) do rozporů. Rozdíl mezi operacemi s čárkovým kódem a geometrií spočívá jen v tom, že jednotlivé operace neprovádíme pravítkem a kružítkem, ale názorným přeskupováním čárek.<sup>74</sup>

Je samozřejmé, že oblast, v níž lze operovat s čárkovými číslovkami, je velmi chudá a zdaleka nemůže vyčerpat pole celé matematiky. Pomocí logických pravidel lze však z názorné a konečné oblasti vystoupit do „vyšších pater matematické budovy“. Výroky, k nimž takto dospíváme, nemají „samy o sobě žádný význam, ale ... jsou určeny našimi pravidly a musí být považovány za ideální předměty naší teorie...“<sup>75</sup> Matematika je tak „zásobárnou dvojího druhu formulí, za prvé těch, které odpovídají smysluplnému vyjádření finitistických výroků, a za druhé ostatních formulí, které nesignifikují nic a které jsou ideálními strukturami naší teorie“.<sup>76</sup>

Jak známo, kamenem úrazu tohoto „descartovsky“ laděného projektu hledání pevných a jistých základů věděni byly dva Gödelovy teorémy z r. 1931. Ty však podle našeho soudu nezpochybnily samotný formalismus, ale spíše ono přesvědčení, že matematiku je možno založit na jakýchsi pevných a nezpochybnitelných základech. Není proto divu, že hlavní myšlenka formalistického přístupu, podle níž se jazyk v matematice nepoužívá obsahově, ale instrumentálně, díky Gödelovi spíše získala, než ztratila na významu. Je-li totiž pochybné hledat jakési pevné základy, pak tím zanikne i onen „ostrov pravdy“, na jehož území je dovoleno mluvit obsahově, a celou matematiku pronikne skrz naskrz jediný – instrumentalistický – způsob mlvy.

Ovšem ani u rozšíření instrumentalismu na celou matematiku cesta nemusí skončit. Můžeme si totiž zcela přirozeně položit otázku, zda má v celku našeho poznání vůbec místo dříve zdůrazňované obsahové (teoretické či komunikativní) užití jazyka. Nemá tedy skutečná věda právě opačnou povahu, než se domnívali Aristotelés a Platón? Není tedy spíše než kontemplací věčně existujících jsoucen jen nástrojem, jehož pomocí dosahujeme svých cílů? Není proto třeba se definitivně rozloučit s lokálním formalismem a nahradit jej formalismem globálním?

73 Např. rovnicí  $2 + 3 = 5$  myslíme, že číslovka „||“, po níž následuje číslovka „|||“, je číslovka „||||“.  
Podrobnější výklad srov. Bostock, D., *Philosophy of Mathematic*. Oxford, Wiley-Blackwell 2009, s. 174-175.

74 Při úvahách o povaze Hilbertova pojetí čárkového kódu jsme vycházeli z výše uvedeného Playfairova srovnání jazyka geometrie a algebry (§ 3).

75 Hilbert, D., *Die Grundlagen der Mathematik*. Citováno podle Van Heijenoort, J., *From Frege to Gödel*, c. d., s. 469.

76 Hilbert, D., *Über das Unendliche*, c. d., s. 95.

S tím, že staré pojetí vědy není správné a že by se jeho dosavadní model měl konečně postavit „z hlavy na nohy“, přišli ve druhé polovině 20. století příznivci pragmatické filosofie. Ti totiž jako první důsledně odmítli názor, že jazyk v rámci vědy užíváme dvojím způsobem. Nekonfrontovali se však přitom ani s Peacockem, ani s Hilbertem, ale se svými bezprostředními předchůdci, jimiž byli logičtí pozitivisté. Pragmatisté odmítli jejich rozlišení mezi syntetickými a analytickými soudy a přiklonili se ke koncepci, podle níž jazyk používáme výhradně instrumentálně. S tím souvisí, že nové předměty nezavádíme „křtem“ nějaké předem existující věci, ale podobně jako imaginární čísla, jež zavádíme vedení potřebou vyřešit určité typy rovnic (srov. § 3). V případě zavádění nematematických předmětů jsou naše potřeby odlišné, nicméně nakonec vždy sledujeme (v matematice i v jiných disciplínách) jediný cíl, jímž je dokonalejší orientace v okolním světě. Podle W. V. O. Quina je totiž celé pojmové schéma vědy (tj. i matematiky) třeba chápat „jako nástroj sloužící k předpovědi budoucí zkušenosti na základě zkušenosti předchozí“.<sup>77</sup>

Pragmatikům bychom snad mohli namítnout (podobně jako výše Peacockovi), že instrumentální přístup k poznání by legitimizoval nejenom pojmové schéma vědy, ale i zcela „iracionální“ přístupy. Vždyť svoboda a kreativita lidského ducha, která vytváří nové předměty, stojí i za vznikem dejme tomu mýtů o antických bozích. I do tohoto pojmového schématu byly předměty zavedeny svobodně, a lze je proto podobně jako předměty vědy považovat za jakési kulturní postuláty. Pragmatici by souhlasili, nicméně by poukázali na to, že „mýtus“ o fyzikálních a matematických předmětech „dokázal úspěšněji než ostatní mýty vstřípnit plynutí naší zkušenosti zvládnutelnou strukturu“.<sup>78</sup> „Mýtus o fyzikálních i matematických objektech“ je tedy dokonalejší nástroj k našemu vypořádání se s empirickou realitou, a proto bychom mu měli dát přednost před mýtem o antických bozích.

Quine a pragmatisté tedy jasně odmítají staré pojetí vědění (jehož předpokladem je referenční užití jazyka) a přiklání se k pojetí instrumentálního (které referenční užití jazyka odmítá). Tento obrat lze jistě vysvětlit řadou historických okolností a myšlenkových podnětů. V našem příspěvku jsme chtěli vyzdvihnout, že důležitou roli v uvažovaném procesu sehrál formalismus. Představitelé tohoto proudu totiž předkládají pojetí matematiky, které tradičnímu přístupu k vědění přímočaře odporuje, a stojí tak na počát-

77 Quine, W. V. O., Two Dogmas of Empiricism. *The Philosophical Review*, 60, 1951, 1, s. 20-43. Citováno in: Dvě dogmata empirismu. Peregrin, J. – Sousedík, S. (eds.), *Co je analytický výrok?* Praha, OIKOYMENH 1995, s. 97.

78 Tamtéž, s. 98.

ku procesu, jehož vyvrcholením je právě Quinův globální formalismus, či jak se spíše říká, *holismus*.<sup>79</sup>

## SUMMARY

### The emergence of formalism and a new conception of science

According to formalism a mathematician is not concerned with mysterious meta-physical entities but with mathematical symbols themselves. Mathematical entities, on this view, become mere sensible signs. However, the price that has to be paid for this move looks to be too high. Mathematics, which is nowadays considered to be the queen of the sciences, thus turns out to be a content-less game. That is why it seems too absurd to regard numbers and all mathematical entities as mere symbols. The aim of our paper is to show the reasons that have led some philosophers and mathematicians to accept the view that mathematical terms in a proper sense do not refer to anything and mathematical propositions do not have any real content. At the same time we want to explain how formalism helped to overcome the traditional concept of science.

**Keywords:** formalism, algebra, pragmatism, conceptions of science

---

79 Tuto interpretaci podporuje i skutečnost, že mladý Quine s myšlenkami formalismu minimálně sympatizoval. Říká: „Zisky, které má přírodní věda z užití matematických formulí, nevedou k závěru, že tyto formule jsou pravdivé. Nikdo ... není ochoten považovat kuličky počítadla za pravdivé; a naše pozice spočívá v tom, že formule platónské matematiky mají stejnou povahu jako kuličky počítadla. Jsou výpočetními pomůckami, s nimiž není spojena otázka ohledně jejich pravdivosti.“ Quine, W. V. O., Goodman, N., Steps towards a constructive nominalism. *The Journal of Symbolic Logic*, 12, 1947, 4, s. 105-122.

# Singulárne podmienky, modifikačné podmienky a heuristika vo vedeckom vysvetlení<sup>1</sup>

Igor Hanzel —

Filozofická fakulta Univerzity Komenského, Bratislava

## 1. Úvod

Cieľom tejto štúdie je poskytnúť pojem vedeckého vysvetlenia, ktorý vychádza z prác J. Woodwarda, publikovaných od konca sedemdesiatych rokov minulého storočia.<sup>2</sup> Tieto práce predstavujú v mnohých ohľadoch prístup k problematike vedeckého vysvetlenia, ktorý by sa mal integrovať do akejkoľvek zmysluplnej filozoficko-metodologickej rekonštrukcie vedeckého vysvetlenia.

Špecifickou črtou Woodwardovho prístupu k problematike vedeckého vysvetlenia je, že na rozdiel od Hemplovho prístupu k tejto problematike, ktorý sa ohraničuje na takzvané kvalitatívne predikáty, zohľadňuje už existenciu premenných vo formulácii vedeckých zákonov. Práve táto skutočnosť bude jedným z východísk nášho pohľadu na povahu vedeckého vysvetlenia.<sup>3</sup>

Pritom však treba mať na pamäti, že Woodward často predkladá niektoré aspekty svojho prístupu k problematike vedeckého vysvetlenia v dosť nešpecifikovanej podobe a nevypracováva niektoré aspekty tejto problematiky s dostatočnou hĺbkou. Naším cieľom je dosiahnuť nápravu v tomto smere.

Najprv poskytneme stručný prehľad Woodwardovho prístupu k problematike vedeckého vysvetlenia a najmä jeho diferenciáciu medzi (*f*) a (*f'*)

1 Táto práca bola podporovaná Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe zmluvy č. APVV-0149-12. Ďakujeme L. Bielikovi, F. Gahéroví, J. Halasovi, M. Kostercovi, V. Markovi, I. Sedlárovi a M. Zouharovi za cenné pripomienky k tejto štúdii. Anglická verzia tejto štúdie bola podaná do časopisu *International Studies in the Philosophy of Science*.

2 Patria k nim: Scientific Explanation. *British Journal for the Philosophy of Science*, 30, 1979, 1, s. 416-7; Developmental Explanation. *Synthese*, 44, 1980, 3, s. 443-466; A Theory of Singular Causal Explanation. *Erkenntnis*, 21, 1984, 3, s. 231-262; Explanation, Invariance and Intervention. *Philosophy of Science*, 64 (Proceedings), 1997, s. S26-S41; Explanation and Invariance in Special Science. *British Journal for the Philosophy of Science*, 51, 2000, 2, s. 197-254; *Making Things Happen*. Oxford, Oxford University Press 2003; a Woodward, J. – Hitchcock, C., *Explanatory Generalizations, Part I. Noûs*, 37, 2003, 1, s. 1-24.

3 Ohľadne miesta kvalitatívnych predikátov v Hemplovom pohľade na vedecké zákony, ako aj kritiku tohto pohľadu pozri Hanzel, I., Kvalitatívne predikáty verzus vedecké zákony, explanácia a testovanie. *Filozofia*, 70, 2015, 3, s. 188-201.

požiadavkami pre platné vedecké vysvetlenie, jeho rozlíšenie medzi vysvetlením vedeckého zákona a individuálnej udalosti, ako aj jeho požiadavku rekonštrukcie explananda v priebehu vedeckého vysvetlenia. Potom rozlíšime medzi modifikačnými podmienkami (formulovanými v rámci vedeckého zákona) a individuálnymi podmienkami, ktoré vstupujú do vedeckého vysvetlenia takpovediac zvonka. To nám umožní metodologicky rozlíšiť medzi vysvetlením vedeckého zákona a vysvetlením individuálnej udalosti. Následne ukážeme, že vedecké vysvetlenie obsahuje tak heuristické momenty, ako aj zmenu počiatočného explananda.

Aby sme predišli možným nedorozumeniam, chceli by sme zdôrazniť, že táto štúdia sa nezaobera Woodwardovým pohľadom na problematiku kauzality a invariantnosti, ani ich miestom v rekonštrukcii vedeckých zákonov a vedeckého vysvetlenia.<sup>4</sup>

## 2. James Woodward o vedeckom vysvetlení

Cieľom Woodwarda je poskytnúť pohľad na vedecké vysvetlenie, ktorý je odlišný od pohľadu daného v Hemplovom D-N modeli. Používa na to viaceré príklady. Najprv uvádza nasledujúci úsudok:<sup>5</sup>

Všetky havrany sú čierne  
 $a$  je havran (1)  
 $a$  je čierne

Potom uvádza príklady vysvetlenia daného v klasickej mechanike,<sup>6</sup> kde na základe Newtonových pohybových zákonov a zákona gravitácie, ako aj predpokladov, že Zem s hmotnosťou  $M$  je guľou s polomerom  $R$ , a jedinou silou pôsobiaceou na teleso hmotnosti  $m$  padajúce z výšky  $h$  na povrch Zeme je gravitácia Zeme, pre silu pôsobiacu na toto teleso platí rovnica

$$F = G \frac{mM}{(R + h)^2} = ma,$$

4 O tomto pozri Woodward, J., *Making Things Happen*, c. d.; ich analýzu pozri v Strevens, M., Comments on Woodward's „Making Things Happen“. *Philosophy and Phenomenological Review*, 77, 2008, 1, s. 171-192; Ylikoski, P. – Kuorikoski, J., Dissecting Explanatory Power. *Philosophical Studies*, 148, 2010, 2, s. 201-219; Imbert, C., Relevance, Not Invariance, Explanatoriness, Not Manipulability. *Philosophy of Science*, 80, 2013, 5, s. 625-636 a Saatsi, J. – Pexton, M., Reassessing Woodward's Account of Explanation. *Philosophy of Science*, 80, 2013, 5, s. 613-624.

5 Woodward, J., Scientific Explanation, c. d., s. 41; Woodward, J., *Making Things Happen*, c. d., s. 187.

6 Woodward, J., Scientific Explanation, c. d., s. 42.

kde  $G$  je gravitačná konštanta a  $a$  predstavuje zrýchlenie padajúceho telesa. Za dodatočného predpokladu, že výška, z ktorej teleso padá, je o mnoho menšia ako polomer zeme ( $h \ll R$ ), je možné odvodiť nasledujúci vzťah pre zrýchlenie padajúceho telesa:

$$a = G \frac{M}{R^2} \quad (2)$$

Na základe (2) je potom možné (dosadením aktuálnych číselných hodnôt pre  $G$ ,  $M$  a  $R$ ) vysvetliť aktuálne zrýchlenie telesa voľne padajúceho na povrch Zeme.

Woodward považuje odvodenie vzťahu (2), ako aj odvodenie aktuálnej hodnoty zrýchlenia  $a$ , v protiklade s (1), za prípad vedeckého vysvetlenia, ktoré charakterizuje nasledovne:

„Tieto generalizácie obsahujú premenné alebo parametre (hmotnosť, vzdialenosť, zrýchlenie... atď.), ktoré sú také, že je možné prostredníctvom variácie ich hodnôt charakterizovať celý rozsah odlišných stavov a podmienok. Zákony formulujú systematické vzťahy medzi premennými. Ukazujú nám, ako celý rad zmien niektorých týchto premenných bude spojený so zmenami v iných z týchto premenných. V dôsledku toho sú tieto zovšeobecnenia také, že keď premenné v nich nadobudnú jednu množinu hodnôt (ak robíme určité predpoklady o počiatočných a hraničných podmienkach), sú z nich odvoditeľné explanandá v hore uvedených vysvetleniach, a ak premenné v nich nadobudnú iné množiny hodnôt, sú z nich odvoditeľné iné explanandá. Napríklad, druhý dynamický zákon a zákon gravitácie, ktoré vystupujú vo vysvetlení [vzťahu (2)] sú také, že za predpokladu, že hmotnosť a polomer Zeme by nadobudli odlišné hodnoty, bolo by možné odvodiť odlišné hodnoty pre zrýchlenie padajúceho telesa. Tieto zovšeobecnenia sú tiež také, že by sme ich mohli použiť na odvodenie rýchlosti pádu zo vzdialenosti, ktorá už nie je zanedbateľná v porovnaní s polomerom Zeme. Tieto generalizácie sú dokonca také, že by sme ich mohli použiť dokonca na odvodenie ešte viac odlišných explanand. Napríklad by sme ich mohli použiť spolu s inými informáciami na odvodenie Keplerových zákonov a mnohých iných odvodených zákonov v Newtonovej mechanike.“<sup>7</sup>

Na základe tejto charakterizácie kladie Woodward na vedecké vysvetlenie tak zákonov, ako aj individuálnych udalostí požiadavku *vzájomnej funkčnej závislosti* (*requirement of functional interdependence*), ktorá znie nasledovne: „(f) Zákon vystupujúci v explananse vedeckého vysvetlenia nejakého explananda  $E$  musí byť formulovaný prostredníctvom premenných alebo para-

---

7 Tamže, s. 47.



metrov, variácia ktorých umožní odvodenie iných explanánd, ktoré sú zodpovedajúcim spôsobom odlišné od  $E$ .<sup>8</sup>

Zároveň sa pokúša špecifikovať význam výrazu „variácia hodnôt premennej“, a to prostredníctvom modifikovanej požiadavky funkčnej závislosti, ktorú ale *odmieta*: „( $f'$ ) Zákon vystupujúci v explananse vedeckého vysvetlenia nejakého explananda  $E$  musí byť taký, že v spojení s nejakou vhodnou množinou počiatočných a hraničných podmienok je možné ho použiť na odvodenie explananda, ktoré je zodpovedajúcim spôsobom odlišné od  $E$ .“<sup>9</sup>

Pre potreby našej štúdie je vhodné spomenúť nasledujúce aspekty Woodwardovho pohľadu na problematiku vedeckého vysvetlenia.

Po prvé: podľa jeho názoru „vedecké vysvetlenie ukazuje explanandum v novom svetle, umožňujúc tak vidieť relevantnosť určitých úvah, ktoré neboli zjavné z pôvodnej charakterizácie explananda... Toto vyjadrujem tak, že vedecké vysvetlenie obvykle obsahuje ‚rekonštrukciu‘ explananda“.<sup>10</sup>

Po druhé: i keď na vedecké vysvetlenie tak vedeckého zákona, ako aj individuálnej udalosti kladie požiadavku ( $f$ ), zdôrazňuje, že „explanandami vedeckého vysvetlenia sú zvyčajne skôr generalizácie, ako singulárne vety ... vedecké vysvetlenie individuálnych faktov je aktivita, ktorá je odvodená z vedeckého vysvetlenia generalizácií, alebo na ňom parazituje“.<sup>11</sup>

Z tejto našej charakterizácie názorov Woodwarda je možné urobiť nasledujúce závery. Po prvé: i keď sa Woodward pokúša – ako vidno z jeho rozlíšenia medzi požiadavkami ( $f$ ) a ( $f'$ ) – rozlíšiť na jednej strane medzi počiatočnými a hraničnými podmienkami a na strane druhej medzi podmienkami, ktoré sú relevantné pre vysvetlenie, predsa tieto druhé podmienky necharakterizuje. Namiesto toho hovorí len veľmi nešpecificky o „podmienkach ... uvedených v explananse“.<sup>12</sup> Keď uvádza príklad vysvetlenia v klasickej mechanike, upadá späť do úvah o „určitých predpokladoch ohľadne hraničných a počiatočných podmienok“.<sup>13</sup>

Po druhé: i keď kladie dôraz na prioritu vysvetlenia zákonov v porovnaní s vysvetlením singulárnych faktov, predsa neposkytuje žiadne východiská, na základe ktorých by mohol metodologicky rozlíšiť medzi týmito dvoma typmi vedeckého vysvetlenia. Táto skutočnosť bola zdôraznená napríklad M. Strevensom v jeho recenzii Woodwardovej knihy *Making Things Happen*

8 Tamže, s. 46.

9 Tamže, s. 48.

10 Tamže, s. 61-62.

11 Tamže, s. 63.

12 Tamže, s. 25.

13 Tamže, s. 47.

nasledovne: „čitateľovi je prenechané odvodiť z príkladov pravidiel vysvetlenia generalizácií“.<sup>14</sup>

Nakoniec: Woodward považuje inováciu ako integrálnu súčasť vedeckého vysvetlenia, napriek tomu ale nedáva podrobné objasnenie, v čom táto inovácia pozostáva.

Požiadavku, aby filozofia vedy poskytla takéto objasnenie, formulovala B. Tuchańska prostredníctvom porovnania tejto požiadavky s Hemplovým pohľadom na vedecké vysvetlenie nasledovne: „Hemplovské modely vysvetlenia sú ... ohraničené na aplikáciu poznania. Vysvetliť znamená aplikovať univerzálne (teoretické) poznania na pochopenie (empirických) fenoménov, ktoré boli zaznamenané. Hempel predpokladá, že zákony, ktoré je možné použiť za účelom vysvetlenia už boli formulované predtým, ako vysvetlenie začína... To znamená, že vysvetlenie je oddelené od vytvorenia teoretického poznania... *Vysvetlenie nie je súčasťou tvorby poznania.* Čo je zachytené hemplovskými modelmi je *logická štruktúra aplikácie vedeckého poznania* na pochopenie faktov (jednotlivých inštancií fenoménov).“<sup>15</sup>

To, čo by filozofia vedy mala navyše a *predovšetkým* poskytnúť, je podľa Tuchańskiej: „... epistemologický a metodologický pohľad, z ktorého je možné uvažovať o vysvetlení ako určitej aktivite, ktorá operuje na vedeckom poznaní... Akt vysvetlenia pozostáva z dvoch kľúčových zložiek: (1) z existujúceho poznania, ktoré sa modifikuje, a (2) z epistemického kontextu, ktorý z niektorých modifikácií poznania robí akty vysvetlenia.“<sup>16</sup>

### 3. Podmienky vo vedeckých zákonoch a vedeckom vysvetlení

V našom pohľade na podmienky, ktoré vystupujú tak v explanans-zákone, ako aj v explananse vedeckého vysvetlenia, vychádzame čiastočne z prístupu L. Nowaka<sup>17</sup> na vedecké zákony a vedecké vysvetlenie. Svoje názory Nowak formuloval v rámci filozofie vedy, ktorá sa sústredila predovšetkým na problematiku idealizácie. Jednako však, ako sa pokúsime ukázať, metodologický potenciál jeho prístupu ide poza problematiku idealizácie, ktorou sa tu nezoberáme.<sup>18</sup>

14 Strevens, M., Review of Woodward, „Making Things Happen“. *Philosophy and Phenomenological Review*, 74, 2007, 1, s. 236.

15 Tuchańska, B., What is Explained in Science? *Philosophy of Science*, 59, 1992, 1, s. 105.

16 Tamže, s. 105-107.

17 Nowak, L., Laws of Science, Theories, Measurement. *Philosophy of Science*, 39, 1972, 4, s. 533-548; Nowak, L., *The Structure of Idealization*. Dordrecht, Reidel 1980.

18 Ohľadne problematiky idealizácie pozri Batterman, R. W., Idealization and Modeling. *Synthese* 169, 2009, 3, s. 427-446; Batterman, R. W. – Rice, C. C., Minimal Model Explanation. *Philosophy of Science*, 81, 2014, 3, s. 349-376; Halas, J., Abstrakcia a idealizácia ako metóda spoločensko-humanitných disciplín. *Organon F*, 22, 2015, 1, s. 71-89; Hanzel, I., Kvalitatívne predikáty verzus

Zohľadnením praxe empirických vied (napríklad fyziky) je možné rekonštruovať štruktúru vedeckého zákona,  $L$ , nasledovne:

$$L^{(k)}: (\exists)[Ux \ \& \ Cmod_1x = d_1 \ \& \ Cmod_2x = d_2 \ \& \ \dots \ Cmod_kx = d_k \ \rightarrow F^{(k)}x = f_k(H_1x, H_2x, \dots, H_r x)] \quad (3)$$

„ $U$ “ predstavuje univerzum diskurzu, t. j. vymedzenie typu entít, pre ktorý je zákon formulovaný, „ $F^{(k)} = f_k(H_1, H_2, \dots, H_r)$ “ vyjadruje funkčnú závislosť medzi fenoménom  $F$  a  $H_1, H_2, \dots, H_r$  ( $r \geq 1$ ), ktoré sú najdôležitejšie faktory pre tento fenomén – tzv. *hlavné faktory*, „ $Cmod_i$ “ ( $i \geq 1$ ) je faktor, ktorý vzhľadom na  $H_1, H_2, \dots, H_r$ , má sekundárnu relevanciu pre  $F$  a ktorý v prípade, že pôsobí, modifikuje  $F$  (nazývame ho preto *modifikačnou podmienkou*), „ $d_i$ “ označuje nulovú hodnotu, prípadne nenulovú konštantnú hodnotu, alebo interval hodnôt, ktorý modifikačná podmienka nadobúda,  $k$  vyjadruje počet idealizačných predpokladov, zatiaľ čo „ $F^{(k)}$ “ a „ $L^{(k)}$ “ predstavujú fenomén a vedecký zákon pri  $k$  idealizačných predpokladoch.

Ako príklad vedeckého zákona, ktorého štruktúra zodpovedá (3), možno považovať zákon pre jednoduché (matematické) kyvadlo. Z pohľadu súčasnej fyziky je formulované pre konjunkciu ôsmych idealizácií –  $Cmod_{1-8} = d_{1-8}$  – a jeho štruktúru možno vyjadriť nasledovne („ $P$ “ tu označuje kyvadlo):

$$(\exists)[Px \ \& \ Cmod_{1-8}x = d_{1-8} \ \rightarrow T^{(8)}x = 2\pi \sqrt{lx/gx}] \quad (4)$$

Idealizácie, ktoré sú tu dané, sú nasledujúce:

1. Sila trenia v závese kyvadla sa rovná nule –  $Cmod_1 = d_1$
2. Hmotnosť závesu kyvadla je rovná nule –  $Cmod_2 = d_2$ .
3. Negravitačné sily nepôsobia, t. j. sú rovné nule –  $Cmod_3 = d_3$ .
4. Uhol odchýlky kyvadla je z intervalu  $<0^\circ, 3^\circ>$  –  $Cmod_4 = d_4$ .
5. Zmena dĺžky kyvadla pôsobením gravitačnej sily je rovná nule –  $Cmod_5 = d_5$ .
6. Objem telesa na závese je rovný nule –  $Cmod_6 = d_6$ .

---

(Pokrač. pozn. č. 18) vedecké zákony, explanácia a testovanie. *Filozofia*, 70, 2015, 3, s. 188-201; Hindriks, F., Explanation, Understanding, and Unrealistic Models. *Studies in the History and Philosophy of Science*, 44, 2013, 3, s. 523-531; Jones, N., Don't Blame Idealizations. *Journal for the General Philosophy of Science*, 44, 2013, 1, s. 85-100; McMullin E., Galilean Idealization. *Studies in the History and Philosophy of Science*, 16, 1985, 3, s. 247-273; Rohwer, Y. – Rice, C., Hypothetical Pattern Idealization and Explanatory Models. *Philosophy of Science*, 80, 2013, 3, s. 334-355; Wayne, A., Expanding the Scope of Explanatory Idealization. *Philosophy of Science*, 78, 2011, 5, s. 830-841; Weatherson, B., Explanation, Idealisation and the Goldilocks Problem. *Philosophy and Phenomenological Research*, 84, 2012, 2, s. 461-473; Weisberg, M., Three Kinds of Idealization. *Journal of Philosophy*, 104, 2007, 12, s. 639-659.



s nasledujúcou štruktúrou („ $m$ “ označuje hmotnosť telesa na závese, „ $m'$ “ je tu dané súčinom  $V$  a  $d$ ):

$$L^{(6)}: (X)[PX \ \& \ Cmod_{1,5,8}X = d_{1,5,8} \ \& \ Cmod_{6,7}X \neq d_{6,7} \rightarrow T^{(6)}X = 2\pi \sqrt{mXlX/gX(mX - m'X)}] \quad (7)$$

Na základe tohto zákona je potom možné vypočítať periódu určitého konkrétneho kyvadla, ktoré spĺňa idealizácie  $Cmod_{1,5,8} = d_{1,5,8}$ , a to dosadením konkrétnych hodnôt pre veličiny  $m$ ,  $l$ ,  $g$  a  $m'$ .

Z postupnosti vysvetlení, ako je vyjadrená v (6), je zrejmé, že obsahuje dve prepojené, ale pritom odlišné metódy vysvetlenia. Jedna predstavuje postupnosť odvodení zákonov typu  $L^{(k-1)}$ ,  $L^{(k-2)}$ , ...,  $L^{(j)}$ , zatiaľ čo druhá predstavuje odvodenie individuálneho fenoménu *Fin*. Tieto dva druhy vysvetlenia sa zakladajú na zohľadnení dvoch odlišných druhov podmienok. Prvý z nich sa zakladá na zohľadnení pôsobenia *modifikačných podmienok*, ktoré sú formulované v rámci zákonov typu  $L^{(k)}$ , ...,  $L^{(j)}$ , zatiaľ čo druhý z nich sa zakladá na zohľadnení *individuálnych podmienok*, ktoré vstupujú do explanansu – vzhľadom na zákon typu  $L^{(j)}$  – zvonka, v tom zmysle, že nie sú dané v zákone tohto typu.

Výraz „hraničné a počiatkové podmienky“, ktorý sa štandardne používa vo filozofii vedy pri analýze vedeckého vysvetlenia, sa tak musí diferencovať podľa druhu podmienok, ktoré vystupujú v príslušnom type vysvetlenia. V prípade vysvetlenia stupňovitou konkretizáciou treba hovoriť o *modifikačných podmienkach*, zatiaľ čo v prípade vysvetlenia individuálnej udalosti o *individuálnych podmienkach*.

V našej rekonštrukcii vysvetlenia, ako je vyjadrené v (6), sme zohľadnili (z dôvodu jednoduchosti) len jednu postupnosť rušenia idealizácií, totiž,  $Cmod_1 \neq d_1$ ,  $Cmod_2 \neq d_2$ , ...,  $Cmod_k \neq d_k$ , a teda len odvodenie jednej postupnosti vedeckých zákonov. V skutočnosti je ale možné prostredníctvom metódy stupňovitej konkretizácie odvodiť viaceré postupnosti zákonov v závislosti od toho, ktorú idealizáciu zrušíme ako prvú, ktorú ako druhú, atď. Takýmto spôsobom môžeme získať nasledujúcu sieť zákonov (dolný index naznačuje, ktorá z  $k$  idealizácií už bola zrušená; „1“ označuje stupňovitou konkretizáciou):<sup>20</sup>

20 Predpokladáme tu, že je možné zrušiť jednu idealizáciu po druhej, a teda nie je nutné rušiť viaceré idealizácie súčasne. Znova predpokladáme, že je možné postupne zrušiť všetky idealizácie.

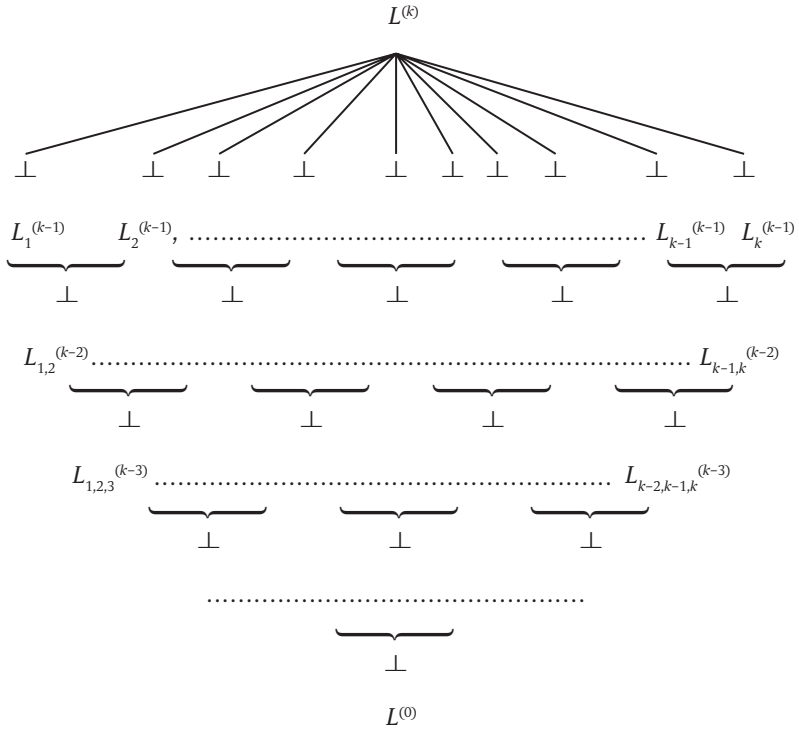


Schéma 1: Sieť vedeckých zákonov odvodených stupňovitou konkretizáciou

Rozlíšením medzi modifikačnými podmienkami, ktoré sú relevantné pre vysvetlenie zákonov, a individuálnymi podmienkami, ktoré sú relevantné pre vysvetlenie individuálnych fenoménov, je možné nasledujúcim spôsobom preformulovať Woodwardovu podmienku ( $f$ ) pre prípad vysvetlenia vedeckých zákonov stupňovitou konkretizáciou:

( $f^*$ ) Zákon  $L_1$  vystupujúci v explananse vysvetlenia stupňovitou konkretizáciou nejakého explanandum-zákona  $L_2$  musí byť formulovaný prostredníctvom modifikačných podmienok, ktorých variácia hodnôt umožní odvodiť stupňovitou konkretizáciou explanandá-zákony, ktoré sú primerane odlišné od  $L_2$ .

Z takto rekonštruovanej metódy vysvetlenia stupňovitou konkretizáciou je zjavné, že o čo viac obsahuje zákon typu  $L^{(k)}$  modifikačných podmienok, o to viac explanand-zákonov je potenciálne možné z neho odvodiť touto metódou. Zdôrazňujeme tu *potenciálne*, keďže táto metóda – ako sa teraz pokúsime ukázať – obsahuje niekoľko neeliminovateľných heuristických momentov.

#### 4. Heuristika vo vedeckom vysvetlení

Predpokladajme, že cieľom vysvetlenia je odvodenie už známeho vedeckého zákona. Takéto vysvetlenie zahŕňa dva kroky. Po prvé: subsumpciu univerza diskurzu vysvetľovaného zákona pod univerzum diskurzu explanans-zákona typu  $L^{(k)}$ , a po druhé: postupnosť stupňovitých konkretizácií, ktorá by nakoniec mala viesť k odvodeniu už predtým známeho zákona. Veľmi často sú však tieto dve univerzá na prvý pohľad nesúmerateľné.

Ako príklad takejto dvojkrokovej procedúry uvažujme vysvetlenie zákona, majúceho podobu pravidelnosti, že telesá na naklonenej rovine, kľžuc po nej, prekonajú dráhu, ktorá je úmerná uhlu sklonu tejto roviny.

Východiskom vysvetlenia je druhý dynamický zákon newtonovskej mechaniky, ktorý pri aplikácii na sily gravitácie zahŕňa dve idealizácie: (1) teleso s hmotnosťou  $m$  a zrýchlením  $g$  v dôsledku pôsobenia gravitačnej sily  $F$  má nulový objem a (2) teleso sa pohybuje v nerezistentnom prostredí. Na tomto základe sa uskutočňuje *myslienková rekonštrukcia*, prostredníctvom ktorej sa teleso mení na hmotný bod kľžuci sa na povrchu ideálnej naklonenej roviny, t. j. takej, ktorá nevykazuje žiadne trenie. Potom pre takto charakterizovanú fyzikálnu situáciu sa aplikuje rovnica  $mdv/dt = mgsina$ , kde výraz na pravej strane vyjadruje zložku gravitačnej sily pôsobiacej na teleso na rovine s uhlom sklonu  $\alpha$ . Z tejto rovnice spolu s uvedenými idealizáciami a takto konštruovaným univerzom diskurzu je potom možné odvodiť nasledujúci zákon pre vzdialenosť, prekonanú hmotným bodom na povrchu, ktorý nekladie žiadny odpor:

$$L^{(4)}: (x)[Ox \ \& \ Cmod_{1,2,3,4}x = d_{1,2,3,4} \rightarrow s^{(4)}x = gxt^2xsin\alpha x] \quad (8)$$

„ $O$ “ označuje hmotný bod pohybujúci sa po naklonenej rovine, „ $Cmod_{1,2} = d_{1,2}$ “ označuje idealizácie dané už v druhom dynamickom zákone, „ $Cmod_3 = d_3$ “ označuje, že hmotný bod začína pohyb z pokoja (t. j., že jeho počiatočná rýchlosť je rovná nule) a „ $Cmod_4 = d_4$ “ označuje, že niet sily trenia, ktorá by spomaľovala pohyb hmotného bodu.

Na základe (8) je možné zrušením idealizácie  $Cmod_4 = d_4$  vysvetliť, ako sa prekonaná vzdialenosť modifikuje pôsobením trenia (trenie je úmerné  $gcos\alpha$ ):

$$L^{(3)}: (x)[Ox \ \& \ Cmod_{1,2,3}x = d_{1,2,3} \ \& \ Cmod_4x \neq d_4 \rightarrow s^{(3)}x = gxt^2x(sin\alpha x - cos\alpha x)] \quad (9)$$

Tento príklad ukazuje, že proces vysvetlenia zjednocujúci subsumpciu a stupňovitú konkretizáciu, obsahuje neeliminovateľným spôsobom heuris-

tické zložky. Prvou je transformácia univerza diskurzu, pre ktorý sa vysvetľovaný zákon pôvodne formuloval. Druhou zložkou je teoretické uchopenie pôsobenia modifikačnej podmienky na vzťah daný medzi vysvetľovaným fenoménom a jeho hlavnými faktormi. Len keď je toto pôsobenie pochopené, je možné ho vyjadriť vo forme funkčnej závislosti.

Čo sa taktiež zmenilo, je vedenie, ktoré je vyjadrené explanandom. Pred vykonaním procedúry vysvetlenia sa vedelo len to, že teleso sa posúva po naklonenej rovine takým spôsobom, že ním prekonaná dráha je úmerná uhlu sklonu roviny. Čo sa potom odvodilo, je zákon so štruktúrou (11). Došlo teda k zásadnej zmene explananda, alebo aby sme použili terminológiu Woodwarda, k jeho *rekonštrukcii* v procese vysvetlenia. Základom tejto rekonštrukcie je presun veličín, ktoré boli pôvodne dané v explanans-zákone do zákona, ktorý sa odvodil prostredníctvom stupňovitej konkretizácie a ktoré neboli dané v tej jeho forme, ktorú mal skôr, ako bol odvodený.

Transformáciu univerza diskurzu vysvetľovaného zákona, postupnú zmenu funkčného vzťahu daného v pôvodnom zákone a nakoniec úplnú rekonštrukciu celého explanandum-zákona možno považovať za objasnenie toho, čo B. Tuchańska nazvala „modifikáciou existujúceho poznania“, ktoré sa uskutočňuje v procese vedeckého vysvetlenia.

Heuristický aspekt vysvetlenia sa stáva zjavný aj vtedy, keď sa v jeho priebehu objavujú dovtedy neznáme modifikačné podmienky. Doteraz sme predpokladali, že vysvetlenie stupňovitou konkretizáciou vychádza zo zákona, v ktorom sú už formulované všetky modifikačné podmienky potrebné pre toto vysvetlenie skôr, ako toto vysvetlenie začalo. Jedinú úlohu, ktorú treba ešte urobiť, je uskutočniť stupňovité konkretizácie vedúce na zákony typu  $L^{(k-1)}, L^{(k-2)}, \dots, L^{(0)}$ .

Táto úloha však môže zlyhať, ak známe modifikačné podmienky neumožňujú uskutočniť konkretizácie, ktoré by mali viesť k zákonu typu  $L^{(0)}$ , ktorý by mal byť vysvetlením už predtým známeho zákona. Dôvodom tohto zlyhania je veľmi často to, že niektoré modifikačné podmienky, potrebné pre uskutočnenie tejto konkretizácie, nie sú vopred známe. Rekonštrukciu takéhoto zlyhania a jeho možných náprav vyjadruje nasledujúca schéma.<sup>21</sup>

21 Vychádzame tu čiastočne z Nowak, L. – Nowakowa, I., *Idealization X*. Amsterdam, Rodopi 2000.



$$\begin{array}{ccccc}
 L^{(k)} & \mapsto & L^{(k+1)} & \mapsto & L^{(k+2)} \\
 \perp & & \perp & & \perp \\
 L^{(k-1)} & & L^{(k)} & & L^{(k+1)} \\
 \dots\dots\dots & & & & \\
 \perp & & \perp & & \perp \\
 L^{(0)}_{\Delta} & & L^{(1)} & & L^{(2)} \\
 & & \perp & & \perp \\
 & & L^{(0)}_{\Delta} & & L^{(1)} \\
 & & & & \perp \\
 & & & & L^{(0)}
 \end{array}$$

Schéma 2: Zlyhanie vysvetlenia vedúce k objaveniu predtým neznámych modifikačných podmienok

Schéma vyjadruje myšlienka, že keď sa zistí zlyhanie (označené ako „ $\Delta$ “) vysvetlenia v „koncovom“ bode konkretizačnej postupnosti, potom primárnym zdrojom tohto zlyhania je zákon typu  $L^{(k)}$  vyjadrený v prvom člene ľavého stĺpca (to isté platí pre  $L^{(k+1)}$  v strednom stĺpci). Potom sa zistí, že tento zákon nie je možné použiť na vysvetlenie, keďže v ňom nie je vyjadrená určitá modifikačná podmienka. Keď sa táto podmienka nájde, potom sa integruje (označené ako „ $|\rightarrow$ “) do zákona typu  $L^{(k)}$  ( $L^{(k+1)}$ ), čím sa mení na zákony typu  $L^{(k+1)}$  ( $L^{(k+2)}$ ), z ktorého procedúra vysvetlenia môže začať znova.

Veľmi často vedenie o predtým neznámych modifikačných podmienkach sa integruje do vedeckého zákona z vedeckých teórií, ktoré sa vo filozofii vedy nazývajú „teórie v pozadí“ (*background theories*). Tak napríklad v hore uvedenej rekonštrukcii zákona pre ideálne kyvadlo pochádza vedenie o existencii negravitačných síl z teórií odlišných od klasickej mechaniky, kde bol tento zákon pôvodne formulovaný. Christian Huygens v roku 1673<sup>22</sup> nemal takéto vedenie o týchto silách; jeho definícia jednoduchého kyvadla bola preto nasledujúca: „Jednoduchým kyvadlom sa nazve neohybná niť alebo priamka bez akejkoľvek váhy a so závažím, pripevneným k jeho najnižšej časti, ktorého váha sa chápe ako sústredená v jednom bode“.<sup>23</sup>

## 5. Otvorené problémy

Na záver ešte vymedzíme niektoré problémy, ktoré vyplývajú z hore uvedeného prístupu k vedeckému vysvetleniu a ktoré by sa mali vyriešiť v budúcnosti.

22 Huygens, C., *Horologium Oscillatorium*. Parisis, F. Muguet 1673.

23 Tamže, s. 92.

Po prvé: Keď sme uvažovali o sieti vedeckých zákonov (Schéma 1), ktorá môže byť odvodená stupňovitou konkretizáciou, predpokladali sme, že poradie, v akom sa postupne rušia idealizácie, nie je dôležité pre konečný výsledok konkretizácie. Toto však nemusí platiť v prípade, že skúmaný objekt, ktorý sa má opísať postupnosťou odvodených zákonov, vykazuje určitý druh „pamäte“, ako je tomu napríklad v prípade ľudského konania v sociálnych systémoch. Ako zohľadniť túto skutočnosť pri rekonštrukcii metódy vysvetlenia stupňovitou konkretizáciou zostáva otvoreným problémom.

Po druhé: Hore uvedené rozlíšenie medzi modifikačnými a individuálnymi podmienkami bolo založené predovšetkým na metodologickej analýze zákonov a procedúr vysvetlenia daných vo fyzike. Je úlohou budúcnosti spresniť toto rozlíšenie použitím aparátu modernej logickej sémantiky.

Po tretie: Keď sme uvažovali o heuristickom aspekte vysvetlenia, uvažovali sme vlastne len o jednom type heuristiky, ktorý bol daný v hľadaní odpovede na nasledujúcu otázku: *Aké modifikačné podmienky pôsobili a aké nie, že určitý zákon, o ktorom sa vedelo, že je platný, bol produkovaný?* Túto situáciu vyjadríme nasledujúcou schémou („????????“ označuje ešte neznáme modifikačné podmienky):<sup>24</sup>

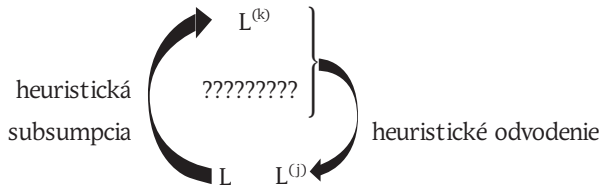


Schéma 3: Heuristika pri hľadaní ešte neznámych modifikačných podmienok

Iný druh heuristiky hodný metodologickeho skúmania v rámci filozofie vedy je daný, keď vedci formulujú a hľadajú odpoveď na nasledujúcu otázku: *Aký zákon bol (v prípade vysvetlenia) alebo bude (v prípade predvídania) produkovaný, ak vieme, že pôsobil alebo bude pôsobiť určitý zákon spolu s určitými modifikačnými podmienkami  $C_{mod_{1j}}$  a ak vieme, že súčasne iné modifikačné podmienky nepôsobili alebo nebudú v budúcnosti pôsobiť, t. j.  $C_{mod_{kp}} = 0$ ?* Túto situáciu vyjadrujeme nasledujúcou schémou (“ $L^{(i)}$ ” označuje ešte neznáme zákony, o ktorých sa predpokladá, že už boli produkované v minulosti alebo budú produkované v budúcnosti):

24 Vychádzame tu z Sintonen, M., *Scientific Explanation. Synthese*, 143, 2005, 1-2, s. 179-205. Z dôvodu jednoduchosti predpokladáme, že zákon  $L$ , ktorý sa subsumuje heuristickým spôsobom pod explanans-zákon typu  $L^{(k)}$ , neobsahuje žiadne idealizácie.

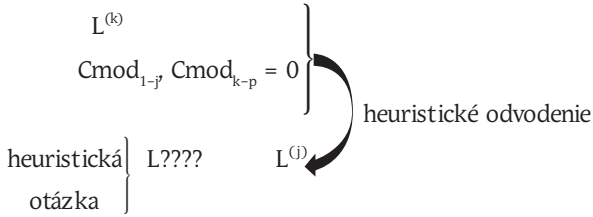


Schéma 4: Heuristika pri hľadaní ešte neznámeho explanandum-zákona

Odlíšny typ heuristiky, takisto hodný metodologickej analýzy, je daný, ak vedci formulujú nasledujúci typ otázky: *Ak vieme, že zákon L platí, potom aký zákon spolu s akými modifikačnými podmienkami pôsobil, že L bol produkovaný?* Zodpovedajúca schéma je nasledujúca („ $????L^{(j)}$ “ označuje ešte neznámy explanans-zákon s ešte neznámym počtom idealizácií a „ $????????$ “ označuje ešte neznáme modifikačné podmienky):

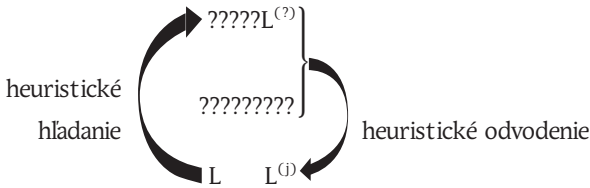


Schéma 5: Heuristika pri hľadaní ešte neznámeho explanans-zákona a ešte neznámych modifikačných podmienok

## SUMMARY

### Singular conditions, modification conditions and heuristics in scientific explanation

The aim of this contribution is to offer a possible interpretation of scientific explanation which draws on the work of J. Woodward. The study begins with an overview of Woodward’s approach to scientific explanation: that is, his distinguishing between (*f*) and (*f*′) demands for valid explanation, his distinguishing between the explanation of a law and the explanation of a unique phenomenon and his demand on the reconstruction of explananda in the course of scientific explanation. There is then a further distinction made between the modificational condition introduced into scientific laws and singular conditions, which are in the course of scientific explanation added from without to scientific laws. This differentiation then enables one to distinguish between the explanation of a law and the explanation of a singular phenomenon. The study ends by showing how explanation comprises heuristic aspects and a

change in the original explananda, and delineates several open problems which it is necessary to resolve in the future.

**Keywords:** Woodward, singular conditions, modification conditions, reconstruction of explananda, heuristics



# Donald Gillies a modifikovaný faksifikacionismus<sup>1</sup>

Vladimír Havlík —

Filosofický ústav AV ČR, v.v.i., Praha

Filozofická fakulta Západočeské univerzity, Plzeň

## Falsifikacionismus

Popperovo řešení problému indukce – spočívající v tom, že domněnky nejsou inference a odmítnutí není induktivní – má málo ortodoxních pokračovatelů, ale mnohem více kritiků a modifikátorů. Z Popperových žáků tak například jen někteří s Popperem plně souhlasí a snaží se rozvinout jeho odkaz tak, aby se neodchýlili od ideového jádra falsifikacionismu. Jednou z takových výjimek je David Miller,<sup>2</sup> který se snaží nejen vysvětlit a obhájit popperovskou pozici, ale zároveň ještě více prohloubit falsifikacionismus jako jedinou možnou legitimní pozici vědecké metodologie. Miller následuje Poppera především v tom, že racionalita nemůže spočívat na dobrých a zdůvodněných předpokladech, a snaží se ukázat, že se lze obejít bez nich, obzvláště když jsou nedosažitelné a nepoužitelné. Z hlediska racionality tohoto typu je tak věda především kritická metoda hledání chyb. Podle Millera spočívá Popperova genialita v tom, že uskutečnil to, co je pro racionalitu rozhodující – tj. kriticismus, a nikoli snaha o zdůvodnění nebo podání důkazů. „Pro záchranu vědy jakožto racionálního úsilí není třeba se odvolávat na dobře testované hypotézy a na jistoty a hodnověrnost, které neposkytují. Vědecké hypotézy nejsou spolehlivé nebo hodnověrné, vyjma toho, že jsou v jistém smyslu v určitých případech pravdivé, a nejsou v žádném zajímavém smyslu založeny na zkušenosti.“<sup>3</sup>

Ostatní Popperovi žáci již ale nejsou tak ortodoxní a připouštějí dokonce, že Popperova koncepce *oprávněně čelí* kritickým výpadům z různých pozic. Silný v tomto ohledu je především vliv Imre Lakatose. Diskuse, kterou s Popperem

1 Studie vznikla za podpory grantového systému Západočeské univerzity v Plzni, v rámci projektu „Popperovi následovníci: transformace kritického racionalismu“, SGS-2014-028.

2 Miller, D., *Critical Rationalism. A restatement and defence*. Chicago and LaSalle, Illinois, Open Court Publishing Company 1994; též, *Out of Error. Further Essays on Critical Rationalism*. Aldershot, Ashgate Publishing Limited 2006.

3 Miller, D., *Out of Error. Further Essays on Critical Rationalism*, c. d., s. 150.

vedl, přivedla na jeho stranu některé Popperovy žáky (např. Johna Williama Nevilla Watkinse či Johna Worralla). Watkins ve stati „Jak jsem téměř vyřešil problém indukce“ („How I Almost Solved the Problem of Induction“)<sup>4</sup> tvrdí o své knize *Science and scepticism* (*Věda a skepticismus*)<sup>5</sup> z roku 1984:

„V této knize jsem ostře odlišil problém, kterému čelí teoretický vědec, jenž se snaží zvolit z několika alternativních (kompetitivních) teorií tu, jež nejlépe splňuje cíl vědy, od pragmatického problému, jemuž čelí aplikovaný vědec nebo praktik, jenž se snaží zvolit z několika kompetitivních hypotéz tu, jež poskytuje nejlepší vedení (*guidance*). Dosáhl jsem řešení problému teoretika, které stále považuji za životaschopné. Vede k tomu, že teoretici by měli preferovat teorii, pokud tu taková existuje, která je nejvíce koroborována; vzhledem k určitému netriviálnímu, ale nekontroverznímu předpokladu, který se týká typů testů, jež byly provedeny, odpovídá nejlépe koroborovaná teorie tomu, co nazývám optimální cíl vědy: bude hlubší a širší než její rivalové, a navíc možná pravdivá a schopná postihnout všechny výsledky testů ve své oblasti. Pro tyto účely můžeme zapomenout na významy, které nabízím pro pojmy ‚hlubší‘ a ‚širší‘. Podobně jako ‚možná pravdivá‘ to vystihuje opuštění naděje (již uchovával například ještě v roce 1918 Moritz Schlick), že věda může dosáhnout teorií, které jsou jistě pravdivé nebo mají alespoň vysokou pravděpodobnost být pravdivé, případně se minimálně těší pravděpodobnosti podpořené experimentální evidencí.“<sup>6</sup>

Watkinsovo přesvědčení, že více koroborovaná teorie či hypotéza má být přijata na úkor jiných, je sice v souladu s podobným Popperovým přesvědčením, že „praktická preference teorie, která se jeví být ve světle racionální diskuse blíže k pravdě, je riskantní, ale racionální“<sup>7</sup> a to i za předpokladu, že „[s]tupeň koroborace ... není mírou verisimilitude“<sup>8</sup>. Volba nejvíce koroborované teorie je tak sice intuitivní, ale narušuje Popperovu falsifikační a hypoteticko-deduktivní strategii, pokud je takový krok pochopen některými autory (viz např. Newton-Smith)<sup>9</sup> jako odvolání se na indukci, což je pro hypoteticko-deduktivní systém nepřijatelné. Přestože si je Watkins plně vědom této obtíže, předpokládám, že nemůže uniknout nařčení z odvolání se na indukční strategii ani tím, že za optimální cíl vědy nepovažuje pravdu, ale „možná pravdu“. Indukce přece není indukcí vzhledem k cíli, kterého chceme dosáhnout, ale vzhledem ke struktuře úvahy, kterou činíme. A jestliže máme

4 Watkins, J. W. N., How I Almost Solved the Problem of Induction. *Philosophy*, 70, Jul. 1995, 273, s. 429-435.

5 Watkins, J. W. N., *Science and scepticism*. London, Hutchinson 1984.

6 Watkins, J. W. N., How I Almost Solved the Problem of Induction, c. d., s. 429.

7 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*. Přel. J. Fiala. Praha, OIKOYMENH 1997, s. 307.

8 Tamtéž.

9 Viz Newton-Smith, W. H., *The Rationality of Science*. Routledge & Kegan Paul Ltd. 1981.

volit teorii, která byla více koroborována, pak to nemůže mít jiný racionální základ, než že ji volíme jako *nejschopnější* vzhledem k budoucnosti na základě minulé koroborace. To je námitka Newtona-Smithe vznesená původně proti Popperovi, nicméně je platná ve stejném smyslu i vzhledem k Watkinsovi. Popper i Watkins tak sice souhlasí s tvrzením, že nelze předpokládat, že zpráva o minulé úspěšnosti teorie v testech (její koroborace) nám dává nějaké záruky pro její budoucí úspěšnost, či že může být dokonce kritériem pravdivosti nebo pravděpodobné pravdivosti takové teorie,<sup>10</sup> avšak přesto se domnívají, že existuje racionální důvod pro volbu více koroborované teorie, aniž bychom se tím propůjčili induktivní inferenci. Sám Popper odkazuje v tomto ohledu i na psychologické důvody, „proč *věříme*, že se takto vybraná teorie i nadále osvědčí? ... každá víra nebo důvěra je vždy iracionální, může však být důležitá pro naše jednání“.<sup>11</sup>

Ke zdánlivě umírněnějším modifikátorům Popperova odkazu patří Donald Gillies, který se snaží řešit především námitky vznesené proti falsifikovatelnosti. Svou koncepci nazývá modifikovaným falsifikacionismem a snaží se o řešení určitých nejasností Popperova pojetí demarkačního kritéria. Nakolik je tento pokus úspěšný anebo nakolik se odchyluje od původního Popperova záměru, se chci pokusit ukázat v této stati.

### Falsifikace jako metoda a demarkační kritérium

Gillies oprávněně poukazuje na to, že falsifikace hraje v Popperově systému dvojí roli, a to jednak jako metoda vědeckého postupu a jednak jako demarkační kritérium mezi vědou a nevědou. Popperova kritika Vídeňského kruhu se v počátcích soustředila především na vztah vědy a metafyziky. Podle Poppera je sice metafyzika výrazně odlišná od vědy, avšak na rozdíl od logických empiristů je obecně plna významu a je vědě nápomocná v mnoha případech. Zde Gillies zdůrazňuje známý fakt, že verifikovatelnost hrála v rámci logického empirismu kritérium významu i demarkace, zatímco Popperův záměr nahradit verifikovatelnost falsifikovatelností se týkal pouze demarkačního kritéria, ale nikoli kritéria významu. Mezi falsifikovatelností a verifikovatelností tak kromě logické asymetrie existuje i další asymetrie, jež je dána tím, že v rámci logicko-pozitivistické koncepce sehrává verifikovatelnost roli jak kritéria významu, tak kritéria demarkace, kdežto v rámci falsifikacionismu je sice falsifikovatelnost demarkačním kritériem, ale není kritériem vý-

10 „... stupněm koroborace nějaké teorie rozumím krátkou zprávu, která sumarizuje způsob, jímž teorie obstála v testech a jak přísné to byly testy.“ Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 306.

11 Tamtéž, s. 307.



znamu. Tedy přijetí falsifikovatelnosti jako kritéria demarkace neznamená zároveň její přijetí jako kritéria významu a ve skutečnosti také falsifikovatelnost „nikdy nebyla nabídnuta jako kritériem významu“.<sup>12</sup> Proto může také Popper tvrdit, že mnoho metafyzických tvrzení, přestože netestovatelných (nefalsifikovatelných), má význam a mohou být nápomocné vědě tím, že ukazují horizonty, které ještě věda není schopna podrobit testovatelným hypotézám. Jednoduše inspirují vědecké bádání a mohou ukazovat směr dalšího výzkumu. A právě otázka, zda mohou být tato smysluplná metafyzická tvrzení součástí vědy, nebo jsou z ní naopak demarkačním kritériem vyčleněna, je jedním z motivů, který vede Gilliese k nabízené modifikaci falsifikacionismu. K této otázce se vrátíme podrobněji v následující části.

Pozoruhodná je v této souvislosti skutečnost, že Popper formuluje problém demarkace a falsifikovatelnosti (testovatelnosti) již v roce 1919, tedy rok předtím, než se Wittgensteinův *Traktát* stal tématem diskusí Vídeňského kruhu. V dopise adresovaném redaktorovi *Erkenntnis* Popper v roce 1933 upozorňoval, že falsifikace byla Vídeňským kruhem mylně pochopena jako náhrada verifikačního kritéria smyslu falsifikačním kritériem smyslu.<sup>13</sup> Popperovi však šlo o demarkaci. V *Logice vědeckého bádání* se pokusil předložit takové kritérium demarkace, které by jednoznačně odlišilo systémy empirických vědeckých tvrzení od dokonale smysluplných systémů metafyzických tvrzení. Říká zde, že považuje „za první úkol logiky stanovení pojmu empirické vědy tak, aby se vedla jasná demarkační čára mezi vědou a metafyzickými idejemi“.<sup>14</sup> Podle jeho názoru nejsou teorie (či hypotézy) nikdy empiricky verifikovatelné, a jestliže máme připustit systém jako empirický nebo vědecký, pak pouze tehdy, je-li testovatelný zkušeností. Ne tedy verifikovatelnost, ale falzifikovatelnost systému musí být brána jako kritérium demarkace. To je v souladu s Popperovým kritickým racionalismem, podle něž věda není nějakým určitým „souborem vědění“, ale spíše systémem hypotéz či domněnek, které v principu nemohou být zdůvodněny. Podle kritéria falsifikovatelnosti nesou tvrzení nebo systémy tvrzení informaci o empirickém světě pouze tehdy, jsou-li s to dostat se do rozporu se zkušeností; nebo přesněji, pouze když mohou být systematicky testovány – tj. podrobeny testům, které by mohly vést k jejich vyvrácení.

S tímto přesvědčením potom úzce souvisí falsifikace jako metoda vědy, při níž je třeba postupovat pomocí domněnek a odmítnutí. Avšak v úvahu přicházejí pouze takové domněnky, které mohou být falsifikovány (tj. jsou falsifikovatelné) na základě zkušenosti. Falsifikace a falsifikovatelnost jsou

12 Miller, D., *Out of Error. Further Essays on Critical Rationalism*. c. d., s. 95.

13 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 341.

14 Tamtéž, s. 17.

tak dvě fundamentálně odlišné věci. Falsifikace jako proces, ve kterém se teorie či hypotéza dostává do rozporu se zkušeností, a falsifikovatelnost jako vlastnost takového systému tvrzení, který od počátku vykazuje možnost do takového rozporu se zkušeností vstoupit. Falsifikovatelnost je tedy požadavek týkající se způsobu, jakým má být systém tvrzení formulován, má-li být vůbec připuštěn jako empirický a vědecký.

Někteří autoři se snaží poněkud snížit význam falsifikovatelnosti jako demarkačního kritéria mezi vědou a metafyzikou, a naopak zdůraznit skutečnost, že Popperovi se jednalo především o fundamentální problém vědění z hlediska empirismu, jež formuloval jako „kritickou analýzu vlivu autority zkušenosti“.<sup>15</sup> Miller se v této souvislosti odvolává na jednu pozdní Popperovu citaci z roku 1983, v níž Popper poněkud relativizuje význam falsifikovatelnosti pro odlišení nevědeckých teorií (Freuda, Adlera, Marxe), když tvrdí, že to jistě nebyl problém klasifikace a odlišení záležitostí nazývaných „věda“ a „metafyzika“, ale že naopak „šlo spíše o urgentní praktický problém: za jakých podmínek je *kritické odvolání se na zkušenost* možné – takové, které by bylo plodné“.<sup>16</sup> Kritické odvolání se na zkušenost je nepochybně mnohem hlubší filosofickou intencí (a nelze ji Popperovi upřít), ovšem bagatelizace role falsifikovatelnosti jako demarkačního kritéria je vzhledem k pozornosti, kterou Popper věnuje tomuto tématu, přinejmenším podivná. Například v *Logice vědeckého bádání* tvrdí, že jeho „důvod pro odmítnutí induktivní logiky je přesně ten, že *neposkytuje vhodný rozlišovací znak* empirické, ne-metafysické povahy teoretického systému: jinými slovy, že *neposkytuje vhodné demarkační kritérium*“.<sup>17</sup> Ať již tedy původní Popperovy intence byly jakékoli, falsifikovatelnost jako kritérium demarkace figuruje v jeho systému fundamentálním způsobem, a právě jeho úspěšnost při vyčleňování vědeckých a metafyzických systémů se stala předmětem kritiky, na niž Gillies reaguje.

Gillies poukazuje na to, že přestože je zde rozdíl mezi falsifikací jako metodou a falsifikovatelností jako demarkačním kritériem důležitý, je zde i určitá vazba mezi tím, jak určit, které systémy tvrzení se mohou dostat do rozporu se zkušeností, a tedy i to, jakým způsobem jsou tyto systémy zkušeností testovány a případně falsifikovány. Je tu tedy „vazba mezi falsifikacionismem jako metodou a falsifikovatelností jako demarkačním kritériem, jež bylo navrženo k odlišení vědy od metafyziky“.<sup>18</sup> Gillies oprávněně zdůrazňuje, že právě

15 Miller, D. W., Some Hard Questions for Critical Rationalism. *Discusiones Filosóficas*. Año 18 N° 24, enero – junio 2014, s. 15-40; Miller se zde odvolává na Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., § 10.

16 Popper, K. R., *Realism and the Aim of Science*. London, Hutchinson 1983, Part I, § 18.

17 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 11.

18 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*. Oxford UK – Cambridge USA, Blackwell 1993, s. 205.

kritika falsifikovatelnosti jako demarkačního kritéria vede nakonec k pochybám o falsifikaci jako metodě a vyjmenovává v této souvislosti tři standardně uváděné kritiky, jimž musela a musí Popperova koncepce čelit: 1) problém existenčních tvrzení, 2) problém pravděpodobnostních tvrzení a 3) problém Duhemovy-Quinovy teze.<sup>19</sup>

### Existenční tvrzení

Problém existenčních tvrzení není podle Gilliese natolik závažný, aby bylo nutné hledat nějaké jiné ospravedlnění, než jaké podává již sám Popper. Jestliže pro verifikační strategii bylo závažným problémem zdůvodnění obecných tvrzení typu „všichni havrani jsou černí“, tedy tvrzení, které nelze verifikovat, ale je možné ho falsifikovat, pak jeho negace „všichni havrani nejsou černí“, tj. „existuje ne-černý havran“, je naopak tvrzením, které lze verifikovat, ale nelze falsifikovat. Nefalsifikovatelné tvrzení ovšem nečiní problém v Popperově koncepci z důvodu jeho smysluplnosti, protože falsifikace zde nemá úlohu kritéria smyslu. Problémem je jeho nefalsifikovatelnost z hlediska kritéria demarkace. Gillies předpokládá, že i nefalsifikovatelná tvrzení jsou vědecká a neměla by být z vědy kritériem demarkace vyloučena. Popper obdobným způsobem argumentoval právě proti verifikaci, protože verifikace jako kritérium demarkace požaduje, aby mezi vědecká tvrzení byla zahrnuta pouze ta, která jsou verifikovatelná, a naopak ta, která jsou neverifikovatelná, byla z vědy vyloučena pro svou metafyzickou povahu. Popper proto kritizuje nároky tradičního empiricismu a verifikacionismu za to, že vylučuje z vědy ty nejhodnotnější generalizace. Důsledkem jeho demarkačního kritéria je podle Gilliese skutečnost, že vyčleňuje existenční tvrzení jako tvrzení nevědecká. Tuto námitku přijímá i Miller jako hodnou pozornosti, vzhledem ke kritikám vneseným mnoha autory,<sup>20</sup> ale obdobně jako Gillies je přesvědčen, že Popper podal přímočarou odpověď, která je přijatelná. Popper reaguje na tyto kritiky tak, že přiznává, že existenční tvrzení typu: „Existuje prvek s atomovým číslem 72“ je samo o sobě skutečně metafyzické a jako takové ho nelze falsifikovat, ale s ohledem na vědecký kontext, v němž se objevuje, se stává součástí falsifikovatelného systému tvrzení. Existenční tvrzení je tedy nutné chápat jako část plně testovatelné teorie, která říká, jakým způsobem nalézt nebo pozorovat tento element, a jako takové se stává, v daném kontextu falsifikovatelné teorie, falsifikovatelným.<sup>21</sup> Miller<sup>22</sup> uvádí obdobné místo

19 Tamtéž, kap. 10.

20 Miller, D., *Out of Error. Further Essays on Critical Rationalism*, c. d., s. 95.

21 Popper, K. R., *Realism and the Aim of Science*, c. d., s. 178-179.

22 Miller, D., *Out of Error. Further Essays on Critical Rationalism*, c. d., s. 96.

z Popperovy odpovědi Maxwellovi: „Kdykoliv se zdá, že čistě existenční tvrzení, tím že je empiricky ‚potvrzeno‘, patří k empirické vědě, je tomu ve skutečnosti tak, že patří k empirické vědě *ne díky svému vlastnímu přispění, ale díky tomu, že je důsledkem koroborované falsifikovatelné teorie.*“<sup>23</sup>

Gillies a další autoři<sup>24</sup> to považují za rozumné, a proto pro ně existenční tvrzení nepředstavuje nepřekonatelnou překážku pro falsifikační kritérium.<sup>25</sup> Miller s odvoláním na Poppera doplňuje tuto obhajobu falsifikačního kritéria následovně: „všechny falsifikovatelné hypotézy mají nefalsifikovatelné důsledky: nevyhnutelně logické pravdy a slabá metafyzická tvrzení v mnoha případech“.<sup>26</sup> Podle Millera z toho nevyplývá, že by tato nefalsifikovatelná tvrzení byla vědecká, ani to, že by falsifikovatelné hypotézy, v jejichž kontextu tvrzení spočívají, byly nevědecké. Jako analogii používá živý organismus – přítomnost mrtvých buněk v těle organismu nezbavuje organismus života a vitalita organismu není přenášena do buněk, které zemřely.<sup>27</sup> Falsifikovatelnost se tedy nepřenáší na všechny důsledky vědecké a falsifikovatelné hypotézy a zároveň jejich nefalsifikovatelnost a nevědeckost nenarušuje vědeckost a falsifikovatelnost jejich mateční hypotézy. Přijatelnost Millerovy argumentace však závisí na zodpovězení otázky, co má tato buněčná analogie ilustrovat nebo zdůvodnit.

Pokud není Millerova analogie jen vtipnou poznámkou, jaký může mít zdůvodňující charakter? Jak by mohla podpořit existenci nefalsifikovatelných tvrzení v rámci empirické vědy? Pokud má vyjadřovat analogii mezi logickými důsledky vztahů vlastností (např. falsifikovatelné–nefalsifikovatelné, živé–mrtvé), pak ale není jasné, jak by spolu mohly souviset vlastnosti vědecké teorie a organické bytosti, pokud jde o přenášení některých vlastností na jejich části či důsledky. Nevidím tak žádnou možnost, jak by uvedená Millerova analogie mohla legitimizovat přítomnost nefalsifikovatelných tvrzení v rámci empirické vědy. Nemá-li však tato analogie zdůvodňující charakter a její role je pouze ilustrativní, pak je třeba se zabývat jádrem Millerova argumentu, že falsifikovatelná tvrzení mají i nefalsifikovatelné deduktivní důsledky. Jsou-li tedy taková tvrzení nutnou součástí empirické vědy, což není nepředstavitelné, pak je nutné zohlednit tuto skutečnost vzhledem k úspěšnosti či neúspěšnosti demarkačního kritéria falsifikovatelnosti. A to je přesně motiv, který Gillies sleduje, jak uvidíme dále.

23 Popper, K. R., *Replies to My Critics*. In: Schilpp, P. A. (ed.), *The Philosophy of Karl Popper*. La Salle, IL, Open Court 1974, s. 1038.

24 Např. David Miller, Zuzana Parusniková, Miloš Taliga.

25 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 207.

26 Miller, D., *Out of Error. Further Essays on Critical Rationalism*, c. d., s. 96.

27 Tamtéž.

Popper sám vítá Millerovo zdůraznění nefalsifikovatelných existenčních tvrzení jako důsledku širšího kontextu falsifikovatelné teorie.<sup>28</sup> Přesto se zdá, že zde stále může přetrvávat jistá pochybnost, která je jádrem Maxwellovy kritiky, na kterou Popper reagoval. Maxwell namítal: „... pokud jsou existenční tvrzení obecně verifikovatelná a často jsou *verifikována*, zdá se to být dostatečnou (i když v žádném případě nutnou) podmínkou pro jejich označení za ‚empirické‘.“<sup>29</sup>

Zopakujme pro jistotu znovu, v čem je problém. Gillies předpokládá, že všechna existenční tvrzení patří, vzhledem ke své nefalsifikovatelnosti, podle Popperova demarkačního kritéria k nevědeckým tvrzením (tj. k metafyzice). Je ale evidentní, že některá z existenčních tvrzení patří k empirické vědě. Maxwell předpokládá, že přináležitost existenčního tvrzení k empirické vědě lze vyvodit na základě zkušenosti při rozhodnutí o pravdivosti či nepravdivosti existenčního tvrzení v daném testu. Popper ve výše uvedené odpovědi Maxwellovi ale zdůrazňuje, že odpovědnost je pouze na falsifikovatelné teorii, jejíž je existenční tvrzení součástí. Tedy, i pokud by se zdálo, že za tuto přináležitost může pouze tvrzení samo, je koneckonců rozhodující role falsifikovatelné teorie. Je jisté, že existenční tvrzení typu „existuje prvek s atomovým číslem 72“ nebo „neutrino je emitováno z jádra při každé beta emisi“<sup>30</sup> musejí zohledňovat falsifikovatelné teorie, jejichž jsou součástí, neboť vzhledem k dispozičním termínům, jež obsahují, je jejich zdůvodnění problematické. Popperova odpověď Maxwellovi ale pokračuje: „Tedy objev neutrina ... nejen ‚potvrdil‘ do té doby metafyzické tvrzení: ‚Při každé beta emisi je emitováno neutrino z jádra‘, ale také poskytl test mnohem důležitější *falsifikovatelné* teorii, že takto emitovaná neutrina mohou být zachycena určitým způsobem.“<sup>31</sup>

Domnívám se, že Popper plně nepochopil jádro Maxwellovy námítky. Problémem v tomto případě není snaha zdůvodnit existenční tvrzení mimo teorie, jejichž jsou součástí, ale pouze otázka jejich prosté empirické evidence. Maxwell pravděpodobně nepochybuje o tom, že důsledky falsifikovatelné teorie jsou její důsledky, ale ptá se, zda nárok být součástí empirické vědy je záležitostí výhradně teorie, nebo pouze naší zkušenosti. Maxwell sice argumentuje verifikovatelností takových elementárních evidencí a v některých případech i jejich verifikací, což se zdá být pro falsifikacionistu příliš silné, pokud bychom takovou verifikací mysleli empirickou podporu teorie, ale pointa zůstane i tehdy, pokud nahradíme verifikaci *rozhodnutelností* nebo

28 Popper, K. R., *Replies to My Critics*, c. d., s. 1038.

29 Maxwell, G., *Corroboration without Demarcation*. In: Schilpp, P. A. (ed.), *The Philosophy of Karl Popper*, c. d., s. 318.

30 Popper, K. R., *Replies to My Critics*, c. d., s. 1038.

31 Tamtéž.

*potvrditelností*. Pak bychom mohli říci: Jestliže zkušenost nemůže přijmout elementární evidence, jež jsou nejen potvrditelné (rozhodnutelné), ale v některých případech jsou i potvrzeny (rozhodnuty), jak by pak mohla přijmout elementární falsifikovatelnou evidenci a v některých případech ji i falsifikovat? Předpokládám zde, že Popper nesouhlasil pouze s požadavkem, že všechna tvrzení empirické vědy musejí být „s konečnou platností rozhodnutelná“<sup>32</sup> (tj. musí být možná jejich verifikace i falsifikace), ale nenamítal nic proti potvrditelnosti (provedené koroboraci), která zatím nevedla k falsifikaci. Za povšimnutí v této souvislosti stojí i přímé Popperovo tvrzení z *Logiky vědeckého bádání*, které naznačuje, že Popper, alespoň zpočátku, nijak nepochyboval o verifikovatelnosti singulárních tvrzení: „Potom usilujeme o rozhodnutí ohledně těchto (a jiných) odvozených tvrzení tím, že je porovnáme s výsledky praktických aplikací a experimentů. Je-li rozhodnutí pozitivní, tj. ukáží-li se být singulární závěry přijatelné nebo *verifikované*, pak tato teorie, aspoň pro tuto chvíli, prošla testy: neshledali jsme žádný důvod ji odmítnout.“<sup>33</sup>

Podobně také sám Popper ve výše uvedené citaci tvrdí, že „... objev neutrina ... nejen *potvrdil* do té doby metafyzické tvrzení...“ (kurzíva V.H.). Nezapomeňme také, že podle Poppera probíhají testy teorie na základě obzvláště jednoduchých důsledků teorie, na tzv. „základních tvrzeních, jež mají podobu právě singulárních existenčních tvrzení“.<sup>34</sup> O jednoduché důsledky teorie jde proto, že jak uvádí Popper, „... zastavujeme se pouze na takovém druhu tvrzení, které je zvláště snadno testovatelné. Neboť to znamená, že se zastavujeme na tvrzeních, na jejichž přijetí či odmítnutí se různí badatelé více méně shodnou.“<sup>35</sup> Popper dále předpokládá, že taková tvrzení jsou *intersubjektivně testovatelná* a týkají se *pozorovatelných událostí*.<sup>36</sup> Nesměřuji tím nyní k možnému obvinění Poppera z psychologismu, který sám vyčítal logickým pozitivismům, a přijímám jeho obhajobu vůči takovému nařčení,<sup>37</sup> stejně jako souhlasím s podporou, které se v tomto ohledu Popperovi dostalo od jeho ortodoxních následovníků.<sup>38</sup>

Jde mi však o to, jak si nekontroverzně vyložit Popperův cíl formulovaný v jeho upřesňujícím dodatku z roku 1968 k V. kapitole *Logiky vědeckého bádání*: „Pokouším se nahradit klasickou ideu zkušenosti (pozorování) ideou objektivního kritického testování a ideu *zakusitelnosti* (*pozorovatelnosti*) ideou

32 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 18.

33 Tamtéž, s. 10.

34 Tamtéž, s. 91. Existential statement překládám raději jako existenční tvrzení, na rozdíl od existenciálního tvrzení použitého v uvedeném překladu J. Fialy.

35 Tamtéž, s. 94.

36 Tamtéž, s. 94-95.

37 Tamtéž, s. 93.

38 Viz např. Parusniková, Z., *Rozum, kritika, otevřenost - živý odkaz filozofie K. R. Poppera*. Praha, Filosofia 2007.

objektivní *testovatelnosti*.<sup>39</sup> Můj názor je, že mohu-li rozhodnout o existenčním tvrzení vzhledem k teorii, jejímž je důsledkem, pak se zdá, že to mohu udělat pouze tehdy, pokud jsem schopen rozhodnout o tomto tvrzení i *relativně nezávisle* na teorii, jejímž je důsledkem. Relativně nezávisle proto, že absolutní nezávislost na teorii je nepřijatelná jednak z toho důvodu, že singulární existenční tvrzení je vždy důsledkem nějaké teorie,<sup>40</sup> a jednak z toho důvodu, že by pak sledování důsledků teorie až k těm, které jsou obzvláště vhodné k testům, nemělo žádný smysl. Proto nakonec volíme základní tvrzení v takovém tvaru, v němž lze jednoduše rozhodnout v empirických testech. V jiném případě by totiž požadavek provádět testy na jednoduchých důsledcích teorie neměl valný smysl. Test existenčního tvrzení tedy nemůže záviset *výhradně* na kontextu teorie, protože jeho výsledek by mohl být různý pro alternativní teorie, a musí být závislý i na kontextu *objektivní testovatelnosti*. Přestože je existenční tvrzení vždy důsledkem nějakého teoretického systému, musí být rozhodnutelné relativně nezávisle na teorii. Tento požadavek, který by mohl některé falsifikacionisty vyděsit, však podle mého názoru nutně nevede k předpokladu jakési *neměnné empirické báze*, jakéhosi nezpochybnitelného pevného východiska vědy, tj. falešné vize logických pozitivistů, vůči němuž měla být věda zdůvodněna a které Popper důsledně odmítl. Nicméně legitimita falsifikovatelnosti vyžaduje, aby singulární existenční tvrzení vstupovala do empirických testů jako tvrzení *rozhodnutelná*, a jako taková byla součástí empirické vědy nehledě na to, zda jsou či nejsou deduktivními důsledky nějaké nadřazené a kontext vytvářející teorie. Upřesněme ještě, že tento požadavek v žádném případě neznamená zprostředkovatelnou potvrditelnost i pro ty teorie, jejichž je existenční tvrzení důsledkem.

### Pravděpodobnostní tvrzení

Druhým problémem falsifikacionismu jako demarkačního kritéria jsou podle Gilliese pravděpodobnostní tvrzení, která přestože hrají důležitou roli ve vědě, jsou „v principu *odolná vůči striktní falsifikaci*“.<sup>41</sup> Pravděpodobnostní tvrzení jsou sama o sobě nefalsifikovatelná. Opět je zde tendence použít takto stanovené demarkační kritérium proti nefalsifikovatelným pravděpodobnostním tvrzením, s tím, že je takové demarkační kritérium z vědy vyčleňuje obdobně jako ostatní metafyzická tvrzení. Na první pohled se tak vztah mezi pravděpodobnostmi a zkušenostmi jeví jako nepřekonatelná námitka proti

39 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 103.

40 Popper např. tvrdí, že i tvrzení „nyní zde červená“ implikuje teorie času, prostoru a barev. Tamtéž, s. 103.

41 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 208.



Popperovu metodologickému pohledu: „Protože z čistě logického hlediska nemůže být pochyb o skutečnosti, že pravděpodobnostní tvrzení nemohou být falsifikována, pak stejně nepochybný fakt, že je empiricky používáme, se musí jevit jako smrtelná rána mé základní myšlenke o metodě, která tolik závisí na mém kritériu demarkace.“<sup>42</sup>

Popperova obhajoba je obdobná jako v případech existenčních tvrzení, protože Popper se odvolává na způsob užití těchto nefalsifikovatelných tvrzení. Říká: „... pokud jsou použita jako tvrzení empirická, jsou použita jako tvrzení falsifikovatelná.“<sup>43</sup> Jinými slovy, Popper se i zde odvolává na jejich kontextuální užití v rámci dané teorie. Zdůvodňuje to naturalistickým faktem, že „fyzici vědí velmi dobře, kdy pokládat pravděpodobnostní tvrzení za falsifikované“.<sup>44</sup> Mohlo by se zdát, že v této souvislosti vystupuje Popperovo odvolání se na vědeckou praxi nepřesvědčivě, protože pokud bychom ho měli respektovat jako důkaz falsifikovatelnosti pravděpodobnostních tvrzení, pak proč bychom neměli brát ohled na stejně reálnou praxi využívání induktivní inference ve vědě? Popper se však snažil předložit návrh, jak učinit pravděpodobnostní tvrzení falsifikovatelnými, a odmítá přijmout fakt, že by někdy naznačoval, že „by každé tvrzení tvaru ‚pro každé x existuje y s pozorovatelnou vlastností  $\beta$ ‘ bylo nefalsifikovatelné a tedy netestovatelné“.<sup>45</sup> Přiznává však, že jeho „poněkud neobežřetné tvrzení v textu“ vedlo k nepochopení, které se opakovaně využívalo ke kritice falsifikačního kritéria.<sup>46</sup>

Ke svému řešení připojuje Popper i poznámku o Gilliesově obhajobě falsifikovatelnosti pravděpodobnostních tvrzení na základě přijetí nějaké fundamentálnější hypotézy, která statisticky testuje pravděpodobnostní výsledky na předpokládaném statistickém rozložení empiricky získaných hodnot. Gillies to ukazuje na individuálně realizovaném experimentu, při němž evidoval výsledky dvou tisíc hodů mincí a snažil se o verifikaci či falsifikaci předpokládaného statistického rozložení výsledků v daných intervalech.<sup>47</sup> Původní verzi publikoval Gillies již v roce 1971 a Popper se na ni odvolává v roce 1972 jako na nové řešení falsifikovatelnosti pravděpodobnostních tvrzení.<sup>48</sup> Snad tedy můžeme souhlasit s Gilliesem, že problém pravděpodobnostních tvrzení nepředstavuje zásadní obtíž pro falsifikaci i přes rozdílné přístupy k základům pravděpodobnosti.<sup>49</sup>

42 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 199.

43 Tamtéž, s. 214-215.

44 Tamtéž.

45 Tamtéž, s. 201-202, pozn. 2.

46 Tamtéž.

47 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 208.

48 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 200.

49 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 209-210.



## Duhemova-Quinova teze

Gilliesův modifikovaný falsifikacionismus je výsledkem obtíží, které pro falsifikacionismus představuje třetí oblast námitek inspirovaná Duhemovou-Quinovou tezí. Ta bývá často interpretována rozdílnými způsoby a je sama předmětem mnoha diskusí. V následující části ale nechceme sledovat všemožné námitky proti Popperově falsifikacionismu, které byly inspirovány Duhemovým-Quinovým holismem, jenž problematizuje falsifikaci izolované hypotézy či možnosti vždy modifikovat teorii tak, aby unikla falsifikaci. Soustředíme se pouze na Gilliesovy závěry, které vyplývají z posouzení demarkačního kritéria falsifikovatelnosti vzhledem k tezi. Gillies je v tomto případě přesvědčen, že demarkační kritérium založené na falsifikovatelnosti je neadekvátní a je třeba ho nahradit jiným. Pozoruhodné je, jak uvidíme dále, že Gillies nevidí jinou možnost než obrátit se v případě, kdy selhává falsifikovatelnost jako demarkační kritérium, k potvrditelnosti (konfirmaci). Vzhledem k původní Popperově snaze zříci se naprosto induktivně-verifikačních nástrojů se může zdát, že odvolávání se na potvrditelnost je nepřijatelný zásah do konzistence falsifikační strategie a že by taková modifikace mohla vést ke zhroucení celého hypoteticko-deduktivního systému. Jaké jsou tedy důvody, které vedou Gilliese k tak radikální modifikaci demarkačního kritéria?

Prvním krokem Gilliesovy kritiky Poppera v tomto ohledu je porovnání úspěšnosti verifikačního a falsifikačního demarkačního kritéria, tj. verifikovatelnosti a falsifikovatelnosti. Gillies je přesvědčen, že nelze obhajovat demarkační kritérium založené na falsifikovatelnosti, pokud není úspěšnější než rivalitní kritérium verifikovatelnosti. Popperova kritika kritéria verifikovatelnosti spočívala především v tom, že jeho aplikace nevedla k úspěšné demarkaci vědy od nevědy, a kritérium jako takové tedy selhávalo. Popper nevidí problém pouze v tom, že kritérium není schopné odlišit pseudovědu (např. astrologii) od vědy, ale zdůrazňuje a dokazuje, že „kritérium verifikovatelnosti produkuje chybnou demarkaci“.<sup>50</sup> Verifikovatelnost totiž nevyřazuje z vědy jen metafyzická tvrzení, ale i nejdůležitější a nejzajímavější vědecká tvrzení, tj. samotné vědecké teorie a všechna univerzální tvrzení, tedy např. i zákony přírody.<sup>51</sup> Očekávali bychom tedy, že Popperovo demarkační kritérium musí být v tomto ohledu úspěšnější. Nepochybně má kritérium demarkace založené na falsifikovatelnosti výhodu v tom, že umožňuje odlišit pseudovědecké disciplíny od vědeckých disciplín. Avšak pokud obrátíme Popperovu kritiku kritéria verifikovatelnosti proti Popperovi samému, jak

50 Popper, K. R., *Conjectures and Refutations*. New York – London, Basic Books, Publishers 1962, s. 281.

51 Tamtéž.

navrhuje Gillies, a pokusíme se prověřit, jak se daří kritériu falsifikovatelnosti 1) vyřadit z vědy běžná metafyzická tvrzení a 2) uchovat ve vědě nejdůležitější a nejzajímavější vědecká tvrzení, pak můžeme teprve říci, zda je úspěšnější. V obou případech se Gillies domnívá, že kritérium falsifikovatelnosti selhává, a považuje za nutné přijmout některé modifikace, abychom vůbec udrželi falsifikovatelnost jako demarkační kritérium.

### 1) Vyřazuje kritérium demarkace z vědy běžná metafyzická tvrzení?

Selhání kritéria falsifikovatelnosti při demarkaci mezi vědeckými a metafyzickými tvrzeními zdůvodňuje Gillies „paradoxem přidávání“ (tzv. tacking paradox), který je v Gilliesově pojetí důsledkem té skutečnosti, že vždy lze k falsifikovatelné teorii připojit libovolné metafyzické tvrzení, aniž by to změnilo falsifikovatelnost této teorie. Je třeba poznamenat, že Gillies zde interpretuje „paradox přidávání“ odlišným způsobem než např. Watkins (1960) a oba také dospívají k odlišným závěrům. Zatímco Watkins se domnívá, že Popperovo kritérium demarkace klasifikuje falsifikovatelné, i když částečně metafyzické teorie jako empirické, pokládal by přidávání za paradoxní pouze tehdy, pokud by přidání metafyzického tvrzení k empirickému tvrzení vedlo k celkovému výslednému tvrzení, které by bylo klasifikováno jako metafyzické.<sup>52</sup> Gillies však na rozdíl od Watkinse chápe paradox přidávání pouze tak, že je možné přidat metafyzické tvrzení k empirickému systému, aniž se změní jeho výsledná falsifikovatelnost. Protože Watkins nevidí žádný problém v tom, že empirický systém může obsahovat i neempirické komponenty (např. tautologie a matematická tvrzení), nevznáší na demarkační kritérium tak extrémní požadavky jako Gillies. Ten však předpokládá, že nemůžeme být spokojeni s kritériem, které umožňuje, aby např. metafyzické tvrzení „absolutno je nekonečné“ bylo připojeno k falsifikovatelné Newtonově fyzikální teorii,<sup>53</sup> aniž by se změnila její falsifikovatelnost. Gilliesovy obavy by mohla zvýraznit i extrémní situace (o níž sám Gillies ale neuvažuje), pokud by k množině všech možných metafyzických tvrzení bylo připojeno jedno jediné falsifikovatelné tvrzení, které by učinilo celou tuto množinu tvrzení falsifikovatelnou. Mohlo by se zdát, že tento extrémní příklad je jednoduše napadnutelný tím, že množina všech metafyzických tvrzení nevytváří žádnou teorii. To je sice pravda, ale přece i jedno jediné falsifikovatelné tvrzení má hypotetický charakter a může představovat elementární teorii. Takovým způsobem se této extrémní možnosti nezbavíme. Zároveň ani směr přidávání nebo připojování nemůže hrát v tomto případě roli, takže

52 Watkins, J. W. N., When Are Statements Empirical? *The British Journal for the Philosophy of Science*, 10, Feb. 1960, 40, s. 305.

53 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 210.

připojíme-li k falsifikovatelné teorii metafyzické tvrzení, či naopak falsifikovatelnou teorii k metafyzickému tvrzení, je výsledek identický z hlediska jeho falsifikovatelnosti. Obdobně zvažuje tuto situaci i Watkins a přiznává, že i takovému celkovému systému, který je spojen s falsifikovatelným tvrzením, musíme přiznat empiričnost, protože však demarkační kritérium nejen certifikuje, ale také klasifikuje, má výsledný systém velice nízký empirický obsah.<sup>54</sup> Podle Watkinsova pojetí není tedy Popperovo kritérium paradoxem přidávání dotčeno.<sup>55</sup>

Na co ale upozorňuje nás i Watkinsův extrémní příklad, je skutečnost, že za teorii považujeme něco, co má nějakou vnitřní koherenci a konceptuální strukturu, což se nezdá být splněno v případě množiny všech možných metafyzických tvrzení. Pokud to ale není splněno v tomto zmiňovaném případě, pak to nemůže být splněno ani v případě přidání libovolného metafyzického tvrzení k nějaké falsifikovatelné teorii. Odpovídá-li připojení metafyzického tvrzení M k falsifikovatelné teorii T formálně logickému zápisu nové teorie  $T' = T + M$ , pak to ještě nemusí znamenat, že připojení M k T je možné konceptuálně. Zdálo by se tedy, že můžeme jednoduše říci, že připojení metafyzického tvrzení k falsifikovatelné teorii musí podléhat konceptuálnímu nároku na vnitřní konzistenci teorie a předpokládat tak, že požadovaná konzistence zamezí připojování nefalsifikovatelných metafyzických tvrzení. Situace ale není tak jednoduchá, protože vědecké teorie obsahují mnoho metafyzických předpokladů, které nejsou jen připojovány k teorii, ale které stojí přímo v jejich základech. Takové řešení tedy není pro Gilliese postačující, chceme-li zabránit tomu, aby teorie mohla nekontrolovaně bobtnat libovolnými metafyzickými tvrzeními. Někteří falsifikacionisté, jak jsme již zmiňovali, nevidí v takové možnosti nic nepatřičného, protože vědecké teorie obsahují mnoho nefalsifikovatelných důsledků, a další zatěžování teorie metafyzickými tvrzeními je nevzrušuje. Gillies však takové stanovisko nesdílí a domnívá se, že je třeba dovybavit kritérium demarkace něčím, co zajistí, aby teorie s dodatečnými připojenými metafyzickými tvrzeními nebyly rovnoprávné s jednoduššími teoriemi. Jinými slovy, demarkační kritérium podle jeho názoru nemůže fungovat správně, pokud tomu nedokáže zabránit samo. Je zajímavé se zamyslet nad tím, proč například také Watkins nepociťoval v tomto ohledu nějakou nedostatečnost demarkačního kritéria. Důvod spočíval v tom, že Watkins předpokládal, že při připojování metafyzických tvrzení k empirickým tvrzením takové tvrzení nikdy nemůže být „*přijato jako testované k naší*

54 Watkins, J. W. N., *When Are Statements Empirical?*, c. d., s. 306.

55 Tamtéž.

plné spokojenosti“.<sup>56</sup> Tedy jakýsi princip „testovatelnosti k naší plné spokojenosti“, s nímž Watkins operuje, funguje na pozadí demarkačního principu a v zásadě alteruje Gilliesův návrh požadavku jednoduchosti, jenž se zdá být mnohem přímočařejší. Řešení, které tak Gillies nabízí pro záchranu falsifikovatelnosti v tomto ohledu, je následující:

- a) teorie T je odpovídajícím způsobem jednoduchá, když nelze nalézt teorii U stejně jednoduchou nebo jednodušší než T
- b) a všechny pozorovatelné důsledky odvoditelné z T by byly odvoditelné z U.

Pak říkáme, že teorie T je vědecká, když je falsifikovatelná a adekvátně jednoduchá.<sup>57</sup> Požadavek jednoduchosti teorie se zdá být elegantním řešením problému do chvíle, než se ho pokusíme aplikovat na nějakou konkrétní falsifikovatelnou teorii. Sám Gillies si všímá této skutečnosti, když upozorňuje na Newtonovy pojmy absolutního prostoru a času, a táže se, zda to byly vědecké pojmy, nebo jak říkal Mach, metafyzické dodatky k teorii. Přestože to podle jeho názoru není v žádném případě jasné, více tuto skutečnost dále nekomentuje. Tím však víceméně přiznává omezenou působnost svého požadavku jednoduchosti teorie. Funguje-li dobře požadavek jednoduchosti pro elementární případy typu „absolutno je nekonečné“, tj. umožňuje-li nám demarkačně označit za vědeckou teorii jen Newtonovu teorii, ne však Newtonovu teorii spojenou s metafyzickým tvrzením „absolutno je nekonečné“, pak v případě absolutního prostoru a času je tento princip jednoduchosti mnohem méně úspěšný. Zdá se totiž, že hranice mezi metafyzickými a vědeckými tvrzeními není nejen tak ostrá, jak by libovolné demarkační kritérium požadovalo, ale že dokonce jsou takové typy amorfních tvrzení nutné, aby vůbec mohla být vědecká teorie formulována. Amorfní ne proto, že by snad byly současně falsifikovatelné i nefalsifikovatelné, ale proto, že není evidentní, čím ve skutečnosti jsou. Zda jde o nefalsifikovatelné metafyzické dodatky k teorii, nebo o falsifikovatelné předpoklady teorie.

Jak jsme viděli, je postoj některých autorů vzhledem k existenčním, tedy i metafyzickým tvrzením odlišný od Gilliesova názoru, a proto například pro ty pokračovatele Popperova odkazu, kteří se zdají být ortodoxnější než sám Popper, se jeví Gilliesův požadavek č. 1 jako zbytečný. Viděli jsme také, že např. Miller nepožaduje, aby demarkační kritérium vyřazovalo z vědy běžná metafyzická tvrzení, protože podle jeho názoru jsou její nutnou součástí a nenarušují vědeckost a falsifikovatelnost původní hypotézy. Popper si ale

56 Tedy například tvrzení Z + M: „Nyní je zde černá labuť s nesmrtelnou duší v mé studovně“ vzniklé ze základního tvrzení Z a přidaného metafyzického tvrzení M, nemůže být nikdy přijato jako testované k naší plné spokojenosti, na rozdíl od Z. Tamtéž, s. 301.

57 Tamtéž, s. 211.

tak jist nebyl, pokud vyjadřoval výše uvedené obavy týkající se role pravděpodobnostních tvrzení. V této souvislosti se zmiňuje o smrtelné ráně, která by byla zasazena jeho základní myšlenky metody, jež tolik závisí na kritériu demarkace.<sup>58</sup> Popperovy obavy jsou evidentní známkou toho, že cítil (více než jeho ortodoxnější následovníci), že *vazbu mezi metodou a demarkačním kritériem* je třeba zachovat bez poskvrny.

## 2) Uchovává kritérium demarkace ve vědě nejdůležitější vědecká tvrzení?

Pokud jde o ověření druhého bodu kritéria falsifikovatelnosti, Gillies se táže, zda se daří falsifikovatelnosti, na rozdíl od verifikovatelnosti, uchovat ve vědě nejobecnější zákony, a domnívá se, že falsifikovatelnost jako kritérium selhává i v tomto případě. Zdůvodnění takového selhání spatřuje Gillies ve známých důsledcích tzv. Duhemovy-Quinovy teze pro falsifikacionismus. Původní Duhemovy postřehy, že všechna pozorování ve fyzice jsou zatížena teorií, že neexistuje kruciólní experiment, a především, že nelze falsifikovat osamocenou, izolovanou hypotézu, ale vždy jen systém celé množiny hypotéz,<sup>59</sup> vedly k různě silným námitkám proti falsifikaci (vedle Duhema s nimi přišel i Quine). Gillies vychází z původní Duhemovy verze a sleduje Popperovu odpověď na problém falsifikace izolované hypotézy. Popper přijímá Duhemovu námitku a konstatuje, že „... můžeme skutečně falsifikovat pouze *systémy teorií*, a přiřadit nepravdivost [falsity] jen nějakému tvrzení uvnitř systému je krajně nejisté“.<sup>60</sup> Gillies to považuje za faktické uznání *principiální nemožnosti falsifikace jednotlivé hypotézy* a vyvozuje z toho, že je-li dílčí hypotéza nefalsifikovatelná, pak musí být z hlediska demarkačního kritéria falsifikovatelnosti vyřazena z empirické vědy.

Ortodoxní falsifikacionisté ale ani tuto skutečnost nepovažují za zásadní obtíž pro kritický racionalismus. Jsou přesvědčeni, že i tak je falsifikace užitečnou metodou, protože i když nevíme, co má být z celého systému hypotéz odmítnuto jako nepravdivé, víme, že něco odmítnuto být musí, protože systém jako celek je nepravdivý.<sup>61</sup> Nebo podobně odhlížejí od vnitřních možných inkonzistencí falsifikacionismu, když zdůrazňují pouze logické aspekty jeho obecného rámce: „Pro racionální hodnocení hypotéz neexistuje žádná pevná empirická báze, ve které by bylo možné najít rozhodný argument ve prospěch anebo v neprospěch jakékoli domněnky. Pevná je pouze logická *metoda* falsifikace, která odhaluje všechno naše poznání jako omylné.“<sup>62</sup> Pro

58 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 199.

59 Duhem, P., *The Aim & Structure of Physical Theory*. Princeton, Princeton University Press 1991 (1. vyd. 1906).

60 Popper, K. R., *Realism and the Aim of Science*, c. d., s. 187.

61 Taliga, M. – Schmidt, M., *Filozofia prírodných vied*. ALEPH 2013, s. 112.

62 Parusniková, Z., *Rozum, kritika, otevřenost*, c. d., s. 54.

tyto obecné přístupy nevzniká problém v tom, že některé evidentní současní empirické vědy, jako jsou existenční a metafyzická tvrzení či izolované hypotézy, jsou zároveň z vědy vylučovány kritériem demarkace založeným na falsifikovatelnosti. Předpokládají, že kritérium demarkace nevylučuje takové entity z vědy jako celku, ale pouze z množiny tvrzení, která mají empirický obsah. Gillies ale v žádném případě není přesvědčen o tom, že empirická věda musí sestávat pouze z empirických (falsifikovatelných) tvrzení, a že tedy přítomnost nefalsifikovatelných tvrzení v rámci vědy představuje nějaký problém pro status vědeckosti takového systému. Spíše naopak. Je evidentní, že mnohá vědecká tvrzení jsou nefalsifikovatelná, takže zde vystává otázka, zda to představuje nějaký problém pro falsifikovatelnost jako demarkační kritérium. Pokud bychom přijali Millerovu interpretaci Poppera a zmírnili tak původní ambice demarkace na to, že vymezuje pouze empirické systémy od neempirických, a nikoliv vědecké systémy od metafyzických, pak se nám daří udržet konzistenci falsifikacionismu. Gillies ale oprávněně vychází z Popperovy kritiky kritéria verifikovatelnosti, které, jak jsme již viděli, Popperovými slovy „produkuje chybnou demarkaci“<sup>63</sup> nebo případně „neposkytuje vhodné demarkační kritérium“<sup>64</sup> a táže se, zda Popperův úkol, který si vytyčil, tj. „stanovení pojmu empirické vědy tak, aby se vedla jasná demarkační čára mezi vědou a metafyzickými idejemi“<sup>65</sup> byl splněn. Gillies je přesvědčen, že nikoliv, a vzhledem k diskutované úspěšnosti demarkačního kritéria vidí pouze dvě možnosti řešení. Buď demarkační princip falsifikovatelnosti vylučuje (podobně jako kritérium verifikovatelnosti) z vědy ta nejdůležitější tvrzení (tj. např. dílčí zákony, které jsou samostatně netestovatelné), nebo je lze zachránit pouze holistickým zdůrazněním falsifikovatelnosti celého systému teorií, k němuž patří. Zdůraznění falsifikovatelnosti pouze celého systému teorií však podle Gilliese nezachraňuje pouze dílčí hypotézy či zákony, ale v podstatě jakékoli metafyzické tvrzení, které může být k testovatelnému celku připojeno. Z Gilliesova stanoviska je tento důsledek nepřijatelný a představuje selhání demarkačního kritéria, protože nelze zabránit průniku metafyzických tvrzení do empirické vědy. Gilliesův závěr je překvapivý: „falsifikovatelnost není adekvátním demarkačním kritériem“.<sup>66</sup>

63 Popper, K. R., *Conjectures and Refutations*, c. d., s. 281.

64 Popper, K. R., *Logika vědeckého bádání*, c. d., s. 11.

65 Tamtéž, s. 17.

66 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 214.

## Modifikovaný falsifikacionismus

Má-li být Popperovo kritérium demarkace modifikováno, je podle Gilliese potřeba zohlednit potvrditelnost (confirmability) nebo koroborovatelnost (corroborability). Gillies zde předpokládá, že je-li teorie T falsifikovatelná, pak je jistě potvrditelná, z čehož pak vyplývá snaha formulovat demarkační kritérium následujícím způsobem: „... teorie je vědecká tehdy a jen tehdy, pokud je potvrditelná: to znamená, je schopna získat nějaký pozitivní stupeň podpory z možných pozorovacích tvrzení.“<sup>67</sup> Gillies to zdůvodňuje úvahou založenou na výsledcích pozorování při testování teorie. Pozorujeme-li potenciální falsifikátor O (observační důsledek teorie), pak je teorie falsifikována. Ovšem v případě, že pozorujeme ne-O, tj. potenciální falsifikátor teorie je neúspěšný, pak Gillies předpokládá, že získáváme stupeň podpory pro danou teorii. V konečném důsledku tak musíme přiznat, domnívá se Gillies, že dané pozorování podporuje testovanou teorii. Přestože se Gillies přímo neodvolává na indukci, nelze si nevšimnout její role, kterou hraje v tomto potvrzujícím aktu. Popper se snažil nesčetněkrát zdůraznit, že z žádného pozorování nelze získat podporu pro danou teorii. Připustíme-li tedy s Gilliesem, že nepozorování potenciálního falsifikátoru O znamená získání podpory pro danou teorii,<sup>68</sup> a navíc v kontextu přijetí „principu několika testů“, podle kterého „čím více je testů, kterými hypotéza h prošla, tím vyšší je potvrzení h“<sup>69</sup> pak by již nemělo nic bránit tomu, abychom stanovili kritérium blízkosti k pravdě také tak, že „čím větší podporu pro teorii získáme, tím je teorie blíže k pravdě“. Gillies takovýto neuvážený krok mimo falsifikacionismus sice nedělá, ale můžeme si klást otázku, jaké důvody ho k jeho stanovisku vedou. Ve skutečnosti mu jde pouze o korekci funkce demarkačního kritéria založeného na falsifikacionismu, které podle něho selhává při vymezení vědy a metafyziky.<sup>70</sup> Jinak není třeba podle jeho názoru na falsifikacionismu nic měnit. „Ve skutečnosti skoro všechny předpoklady falsifikacionismu mohou být uchovány, potřebují být spíše doplněny než opuštěny.“<sup>71</sup> Chci tak zdůraznit, že Gilliesova snaha nalézt podporu u potvrditelnosti nemusí být až tak závažným narušením Popperovy koncepce, ale že právě tento Gilliesův před-

67 Tamtéž.

68 Sám tento předpoklad může být také problematický, ale předpokládejme nyní pro jednoduchost, že by se jej Gilliesovi podařilo obhájit.

69 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 215.

70 Zdůraznili jsme již, že Gillies nepředpokládá, že demarkační kritérium by mělo vymezit pouze empirické systémy od neempirických, ale domnívá se (a podle našeho názoru v souladu s Popperem), že kritérium má vymezit oblast empirické vědy a metafyziky.

71 Gillies, D. *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 221.



poklad o potvrditelnosti plynoucí z neúspěšnosti možného falsifikátoru je tím, co vede ke všem naznačeným problematickým důsledkům.

Vzhledem k diskutované úspěšnosti či neúspěšnosti uvažovaného potenciálního falsifikátoru O bych nyní rád připomenul naše závěry uvedené výše v diskusi o relativní nezávislosti existenčního tvrzení na teorii. Mohlo by se totiž zdát, že naše závěry jsou v tomto smyslu v souladu s Gilliesovým předpokladem pozitivní podpory pro teorii. Tak tomu ale není. Jestliže je případná neúspěšnost falsifikátoru O (pozorujeme ne-O) pro Gilliese podporou pro testovanou teorii, v čemž se poněkud zpronevřuje kritickému racionalismu, pak vzhledem k našim závěrům je neúspěšnost falsifikátoru O pouze potvrzením toho, že důsledky teorie se prozatím nerozcházejí se zkušeností. Je to součást koroborativního procesu testování, přičemž potvrzení neúspěšnosti falsifikátoru neříká o teorii nic více, než že zatím nebyla falsifikována. Tím se nijak neodchylujeme od požadavků falsifikacionistů, abychom nelegitimizovali pozitivní přenos informací od singulárního k obecnému, od minulého k budoucímu a současně nepoužívali induktivní úsudek.<sup>72</sup>

Gillies se ale v dobré víře snaží Poppera spíše podpořit než překonat. Domnívá se, že pokud selhává kritérium falsifikovatelnosti vzhledem k takovým typům zákonů, jako je například Newtonův 1. zákon, který není sám o sobě falsifikovatelný, je třeba jemnějšího rozlišovacího kritéria pro stanovení vědeckosti tvrzení. Navrhuje tak rozšířit původní Popperův tříúrovňový systém na čtyřúrovňový, a to zavedením další vědecké úrovně, v níž se nacházejí všechna potvrditelná, ale nefalsifikovatelná tvrzení.<sup>73</sup>

Úroveň	Status	Kritérium	Příklad
3	Metafyzické tvrzení	Není proveditelné	Řecký atomismus
2	Vědecké tvrzení	Potvrditelné, nefalsifikovatelné	1. Newtonův zákon
1	Vědecké tvrzení	Potvrditelné, falsifikovatelné	2. Keplerův zákon
0	Pozorovací tvrzení	Pravda/nepravda určena pozorováním	Poloha Marsu v určité době

Gillies předpokládá, že takové řešení demarkace sice zachraňuje ta nejdůležitější vědecká tvrzení (vědecké zákony) před jejich eliminací z vědy, proto že jejich vyhodnocení na základě modifikovaného demarkačního kritéria

72 Viz např. Parusniková, Z., *Rozum, kritika, otevřenost*, c. d., s. 52.

73 Gillies, D., *Philosophy of Science in the Twentieth Century. Four Central Themes*, c. d., s. 215.



(potvrditelnosti) vede ke statusu jejich vědeckosti, nezabraňuje však ještě průniku libovolného metafyzického tvrzení do systému. Falsifikacionisté sice na rozdíl od Gilliese nepředpokládají, že je nutné čelit průniku opravdu libovolného metafyzického tvrzení do vědeckého systému, protože se domnívají, že postačuje předpoklad, že metafyzické tvrzení musí být nějakým důsledkem teorie, musí být nějak na teorii vázáno. Protože se ale Gillies obává rovněž té možnosti, že vzhledem k demarkačnímu kritériu je možné připojit i metafyzické tvrzení, které není přímým důsledkem teorie, potřebuje k eliminaci takové možnosti další nástroje. Navrhuje proto zavést tzv. „princip vysvětlujícího přebytku“ (principle of explanatory surplus).<sup>74</sup> Princip vysvětlujícího přebytku se však může uplatnit pouze v součinnosti s dalším principem, totiž s „principem několika testů“. Ten zajišťuje možnost různého testování teoretických hypotéz vůči pozorovaným jevům. Podle Gilliese je takový princip v souladu s původním Popperovým principem několika testů a Gilliesova modifikace má tento princip podpořit, a ne překonat. „Mým cílem je tedy zavést princip konfirmace teorie, který má tentýž logický status, ale odlišný obsah od Popperova principu několika testů.“<sup>75</sup> Jak jsme již zmínili, může být Gilliesův předpoklad „čím více je testů, kterými hypotéza prošla a nebyla falsifikována, tím větší je potvrditelnost hypotézy“ chápán jako výrazné porušení kritického racionalismu. Problémem je, že Gillies podrobněji nerozebírá otázku potvrditelnosti (confirmability). Zavádí ji totiž tak, že se odvolává na potvrditelnost nebo korobovatelnost, jako by to byla synonyma.<sup>76</sup> Protože je ale jistě zásadní rozdíl mezi tím, zda je hypotéza více koroborována, nebo více potvrzena, může vést ta či ona interpretace Gilliesova záměru k naprosto rozdílným závěrům. Protože se ale Gillies vyjadřuje v tom smyslu, že hypotéza získává „*pozitivní stupeň podpory z pozorovacích tvrzení*“,<sup>77</sup> lze usoudit, že taková modifikace falsifikacionismu přesahuje jeho hranici nepřijatelně.

V případě *principu několika testů* vidí Gillies pointu v porovnání ekonomičnosti teoretických vysvětlení. V zásadě jde o to, získat vysvětlující přebytek na základě minimálních investic. Jinými slovy, omezit teoretické předpoklady pouze na tu množinu faktů, které vedou k vysvětlujícímu přebytku, a ne k deficitu. Abychom eliminovali libovolná metafyzická tvrzení, která by mohla být kdykoli k falsifikovatelnému systému teorií přidána, aniž by se změnil status vědeckosti takového systému, je třeba předpokládat, že ne vše, co vyplývá logicky z hypotézy, ji automaticky podporuje. Proto čelíme-li ná-

---

74 Tamtéž.

75 Tamtéž.

76 Tamtéž, s. 214.

77 Tamtéž.

mitce, že teorii podporuje libovolné metafyzické tvrzení, které je k ní připojeno, pak Gilliesův princip zajišťuje, abychom považovali za vědeckou pouze tu podmnožinu faktů, která ve skutečnosti zakládá vysvětlující přírůstek.<sup>78</sup> Gillies se tímto požadavkem nakonec shoduje s falsifikacionisty v otázce příslušnosti nefalsifikovatelných tvrzení k teorii a daří se mu i přesněji specifikovat význam takové souvislosti mezi teorií a metafyzickým tvrzením, protože eliminuje ta metafyzická tvrzení, která sice jsou nějakým důsledkem teorie, ale nepřispívají k zisku vysvětlujícího přebytku.

Gillies podmiňuje přijetí principu vysvětlujícího přebytku jeho úspěšnou aplikací na skutečné historické i současné příklady potvrditelnosti vědeckých teorií. Pokud by se princip osvědčil v praxi, pak je zde silný důvod k jeho přijetí, v opačném případě by přijat být neměl.<sup>79</sup> Gillies se tím odvolává na *aplikovatelnost* jako na zdůvodňující princip. Úspěšná aplikovatelnost je zdůvodněním přijatelnosti principu. Zajímavé je, že tato strategie se neobjevuje u Gilliese jen na úrovni přijatelnosti metodologického principu, ale také na úrovni aplikovatelnosti samotné teorie. Gillies tvrdí, že zde existuje jakási symetrie mezi potvrditelností a aplikovatelností, tj. jde o Gilliesův předpoklad, že vědeckost teorie může být zdůvodněna získáním pozitivní podpory při pozorování (na základě jeho modifikovaného principu demarkace – tj. potvrditelnosti), nebo může být zdůvodněna svou úspěšnou aplikací v praxi.<sup>80</sup> Gillies totiž předpokládá, že zde neexistuje nějaké vzájemné podmínění mezi potvrzením a aplikací, ale domnívá se, že mohou nastat jednotlivé případy nezávisle na sobě. Teorie tak může být úspěšně aplikována, aniž by byla předem potvrzena alespoň v jednom testu. Přičemž úspěšná aplikovatelnost je podle jeho názoru dostatečnou podmínkou pro to, aby teorie byla označena za vědeckou. Domnívá se tak, že vědeckost teorie může být vyznačena nejen potvrditelností teorie, ale i její úspěšnou aplikací.

Není úplně jasné, proč Gillies nechápe úspěšnou aplikaci jako jistou formu potvrzení, nebo naopak potvrzení jako jistou formu aplikace teorie, např. při vysvětlení daných jevů, a vidí zde nějaký zásadní rozdíl mezi potvrzením a aplikací, který jim umožňuje nastat v některých případech nezávisle na sobě. Uvědomuje si však problém „úspěšné“ aplikovatelnosti, protože upozorňuje, že experimenty se konají za přísně kontrolovaných podmínek, zatímco aplikace nastává často v nekontrolovaném a neuspořádaném prostředí, a výsledek *úspěšnosti* je tedy často nejistý.

Z hlediska kritického racionalismu a důsledného falsifikacionistického postoje jsou však obě situace shodné. Ani v případě nedůsledně kontrolova-

78 Tamtéž, s. 215-216.

79 Tamtéž, s. 218.

80 Tamtéž, s. 228-229.

né aplikace teorie, ani v případě plně kontrolovaného experimentu nelze ze zkušenosti usuzovat nejen na pravdivost, ale ani na jinou formu pozitivní podpory pro teorii. Potvrditelnost či úspěšná aplikovatelnost jsou tedy z hlediska důsledného falsifikacionistického postoje prohrěškem, který počítá s induktivní inferencí a činí z ní nástroj demarkačního kritéria. A to i přesto, že sám Gillies si je vědom neprůkaznosti takových možných zdánlivě úspěšných aplikací. Uvádí v této souvislosti konkrétní případ šamana, který se po konverzi zřekl pohanského rituálu vyvolávání deště, ale protože od té doby následovalo dlouhodobé sucho, byl svým kmenem opět donucen rituály provádět.<sup>81</sup> Gillies tímto příkladem vhodně ilustruje skutečnost, že může docházet ke zdánlivému „potvrzení“ předpokladů teorie při pozorování, čímž upozorňuje na to, že takové případy jsou neodlišitelné od nahodilosti a mezi jevy tak nemusí existovat žádná kauzální vazba, jež by nějak potvrzovala teorii nebo ji činila alespoň úspěšně aplikovanou. Paradoxně ale nepovažuje takový příklad za *fundamentální* problém pro kritérium vědeckosti, ale jen za možnou *obtíž*. Ve skutečnosti však usuzování, že aplikace rituálu vyvolávání deště bude úspěšná a povede k následnému dešti, je stejně nebezpečné jako usuzování na potvrzení jakékoli teorie v experimentu.

Popperovo kritické stanovisko vůči jakémukoli usuzování na podporu teorie z daných pozorování bylo vedeno právě touto nemožností spolehnout se na cokoli, co by mohlo pro teorii představovat nějaké zdůvodnění. Zbývala tedy jen možnost soustředit se naopak na rozpor se zkušeností, který mohl být v důsledcích teorie objeven. V konečném důsledku se nezdá, že by Gilliesova strategie modifikování demarkačního kritéria splnila to, co sám Gillies původně očekával, tj. uchování Popperova odkazu a vyřešení obtíží demarkace založené pouze na falsifikovatelnosti. Připustit potvrditelnost teorie, tj. to, že je teorie pozitivně podporována pozorováním, je fundamentálním narušením falsifikacionismu. Takový systém se musí rozpadnout pro nekonzistentnost. Původní Popperův ostrý a vyhraněný nástroj sloužící k demarkaci se stává ambivalentním vymezováním toho, co vše je z hlediska vědy přijatelné a co může být díky tomu za vědecké označováno. Avšak v důsledku vazby mezi demarkačním kritériem a metodou se zprostředkovaně potvrditelností narušuje vědecká metoda, která se tak vrací k indukci a zpronevřuje se původnímu Popperovu odkazu.

## Závěr

Pokusili jsme se ukázat hlavní motivy pro modifikaci falsifikacionismu u Donalda Gilliese, které pramenily především z jeho přesvědčení, že kritika de-

---

81 Gilliesův příklad, tamtéž.

markačního kritéria je v jistém ohledu oprávněná (především pokud se jednalo o důsledky Duhemovy-Quinovy teze). Gillies se na rozdíl od některých Popperových žáků nespokojil s předpokladem, že přítomnost metafyzických tvrzení v rámci vědecké teorie nijak neprotiřečí demarkačnímu kritériu. Zatímco falsifikacionisté trvají na tom, že Popperovo demarkační kritérium pouze vymezuje empirická tvrzení od neempirických tvrzení uvnitř třídy smysluplných tvrzení,<sup>82</sup> a vzdávají se tak do jisté míry nároku odlišit vědu od metafyziky, bere Gillies tento úkol možná až zbytečně příliš vážně. Snažili jsme se ale ukázat, že demarkace mezi vědou a nevědou představovala pro Poppera fundamentální úkol a stejnou cestou se vydali i mnozí další. Například sám Watkins (možná poněkud neuváženě) říká, že odpověď na otázku „kdy jsou tvrzení empirická?“ nám umožní „vést hranici mezi vědou a metafyzikou“.<sup>83</sup> Gillies je tak znepokojen demarkačním kritériem falsifikovatelnosti, které podle jeho názoru selhává při adekvátním vymezení oblasti vědy a nevědy, takže je třeba toto demarkační kritérium raději opustit a přijmout jeho modifikaci založenou na potvrditelnosti, abychom zachránili falsifikacionismus jako program a metodu vědy. Gilliesova potvrditelnost sice není přímým obratem k verifikaci a zůstává zřejmě jen u koroborovaných výsledků testů, ale připouští, že je racionální vyvozovat pozitivní stupeň podpory pro teorii z daných pozorování. Tento krok je však v rámci falsifikacionismu kontroverzní, protože není jasné, proč by tato pozitivní podpora z pozorování nemohla být vztažena na kritérium blízkosti-k-pravdě, což by uvedlo induktivní inferenci do falsifikacionistické strategie a způsobilo zhroucení celého systému. Gilliesova modifikace falsifikacionismu je tak sice proklamována jako jeho podpora, ale v konečném důsledku je rozchodem s falsifikacionismem jako takovým.

## SUMMARY

### Donald Gillies and modified falsificationism

Popper's critical rationalism and especially his solution of the problem of induction, which is based on the fact that beliefs are not inferences and rejection is not inductive, has little orthodox followers but more critics and revisers. Many of Popper's followers admit that his concept is rightly criticized from various positions and they seek to further develop Popper's legacy by adopting different strategies and corrections. Unlike the orthodox followers of Popper (e.g. David Miller) they tend to make serious changes to Popper's conception (e.g. John Watkins, John Worrall) under the influence of Imre Lakatos and his discussions with Popper. Donald Gillies belongs to the seemingly moderate revisers of Popper's legacy. He tries to deal with the objec-

82 Viz např. Watkins, J. W. N., *When Are Statements Empirical?*, c. d., s. 291.

83 Tamtéž, s. 287.

tions raised, especially against falsificationism, and he calls his elaborate conception *modified falsificationism*. This article deals with the question as to what extent Gillies' attempt is successful and how it responds to the real problems of falsificationism within contemporary debates.

**Keywords:** falsificationism, rationalism, the demarcation criterion, existential claims, empiricism

# Fregovo pojetí aplikace aritmetiky

Prokop Sousedík, David Svoboda —

Katolická teologická fakulta Univerzity Karlovy, Praha

Každou vědní disciplínu lze vymezit pomocí pojmů, jichž užívá.<sup>1</sup> V zoologii pracujeme s pojmem zvíře, savec, ovce, v botanice s pojmem květina, sedmikráska atd. Tyto pojmy byly vytvořeny na základě pozorování určité empirické oblasti, a lze je proto aplikovat jedině na tuto oblast. Pojem „ovce“ se používá v zoologii či v agronomii, nikoli ve strojírenství; pojem „sedmikráska“ v botanice, a nikoli v technologii. Běžné empirické pojmy jsou tedy obecné, nicméně aplikovat je lze pouze na určitou oblast.

I matematika má své vlastní pojmy a postupy, ty však na rozdíl od pojmů speciálních věd užíváme v téměř každé vědě či lidské činnosti. Potřebuje je nejenom fyzik, technik, sociolog, ekonom, ale aplikujeme je, byť s určitými rozpaky, i na výsledky vědecké práce jako takové. Matematické pojmy tak našim jazykem takřka prorůstají, můžeme tedy dát za pravdu C. F. Gaussovi, když říká, že matematika je *královnou věd*. Nevládne totiž pouze ve svém vlastním „království“, ale setkáváme se s ní a musíme ji respektovat i mimo jeho hranice.<sup>2</sup>

Čím si však matematika toto své výlučné panství zasloužila? Proč tak zásadně pronikla do běžných i vědeckých úvah o světě kolem nás? Záhadné je, že se sice tento „empirický svět“ stal zdrojem mnoha matematických pojmů a teorií, nicméně jakmile byly tyto pojmy a teorie jednou vytvořeny, vyvíje-

1 Tato práce vznikla v rámci projektu „Scholastické teorie vztahu jako možný zdroj strukturalistické koncepce čísla“ GAČR 13-08512S.

Děkujeme anonymním recenzentům Filosofického časopisu za jejich kritický komentář, který významným způsobem vylepšil a obohatil původní verzi článku.

2 Toto výlučné postavení však matematika vždy neměla. V antice či středověku sice hrála více či méně důležitou roli, nicméně ono výlučné postavení začala získávat až s rozvojem vědy v moderním slova smyslu, tj. od počátku novověku. V dřívějších dobách (především v období scholastiky) sehrávala její roli logika. Ta byla většinou považována za umění všech umění, vědu věd, která v sobě skrývá principy všech metod a má z těchto důvodů před ostatními vědami určitou přednost.

ly se zcela nezávisle na svém počátečním zdroji. V tomto evolučním procesu vznikaly nové pojmy a teorie, které měly zpětně často *zázračný* a rozhodující vliv na vědecký pokrok mimo oblast vlastní matematiky.<sup>3</sup> Čím to tedy je, že matematikovy úvahy, ačkoli se smyslovým světem v podstatě nezabývají, lze tak „zázračně“ na tuto realitu aplikovat?

Odpovědi na tuto otázku lze podle našeho soudu rozdělit (až do konce 19. století) do dvou skupin: první budeme nazývat *aposteriorní*, druhou *apriorní*. Podle aposteriorního přístupu, za jehož zakladatele budeme považovat Aristotela, je zdrojem matematických pojmů empirický svět, a matematika proto zachycuje realitu obdobným způsobem jako jiné empirické disciplíny. Úspěšnost či „zázračnost“ její aplikovatelnosti lze vysvětlit tím, že je založena na pojmech, které jsou nad jiné obecné. Výhodou této koncepce je nepochybně to, že přímočaře vysvětlí aplikovatelnost, nevýhodou naopak to, že svým způsobem odporuje duchu matematické praxe. Matematika by totiž podle aposteriorní koncepce měla postupovat v podstatě tímž způsobem jako ostatní empirické vědy. Tuto nevýhodu odstraňuje koncepce apriorní, za jejíhož otce budeme považovat Platóna, která tvrdí, že velká míra aplikovatelnosti matematiky není dána obecností jejích pojmů, ale tím, že tyto pojmy mají svůj základ v oblasti, která svým způsobem sféru zkušenosti transcenduje. Výhodou těchto dvou přístupů nepochybně je, že konvenuje intuicím převážné části matematiků, protože adekvátním způsobem vysvětluje specifika jejich praxe. Nevýhodou naopak je, že vztah mezi neempirickými pojmy matematiky a zkušenostním světem (tj. aplikovatelnost matematických pojmů na svět) se začne jevit jako obtížně řešitelný problém.

Dvojitý přístup filosofů k založení matematiky si byl zřejmě vědom i Gottlob Frege. Jeho pojetí, které se zaměřuje pouze na aritmetiku, lze totiž chápat jako určitou snahu o skloubení výhod aposteriorismu s výhodami apriorismu. Představiteli těchto dvou proudů však nejsou ani Aristotelés, ani Platón, ale Fregovi dobově bližší John Stuart Mill a formalisté.<sup>4</sup> Právě kritikou těchto dvou proudů si náš autor vytvoří prostor k tomu, aby nejen předložil vlastní pojetí aplikace aritmetiky, ale současně i položil základy této disciplíny. Hlavním cílem našeho příspěvku je ukázat, že originalitě Fregova přístupu k matematice lze porozumět jako snaze vypořádat se s napětím mezi apriorním a aposteriorním přístupem.

V první části svého příspěvku (§ 1-2) se zabýváme aposteriorním přístupem (Aristotelés, někteří scholastikové a J. S. Mill) a jeho kritikou ze strany

3 Kac, M. – Ulam, S. M., *Mathematics and Logic – Retrospect and Prospect*. Harmondsworth, Penguin Pelican 1971, s. 161.

4 S kritikou aposteriorní koncepce, tj. Milla, se setkáváme v *Základech aritmetiky*, s kritikou apriorní koncepce, tj. formalismu, v *Základních zákonech aritmetiky*.

Frega. Ve druhé části (§ 3-4) zkoumáme analogickým způsobem apriorní přístup (Platón, nominalisté, formalisté). Ve třetí části (§ 5) ukazujeme, jak se Frege na pozadí své kritiky staví k problému aplikace a základů aritmetiky.

## § 1. Aposteriorní přístup – Aristotelés, scholastika, Mill

Posudme nejprve názor, že matematika podobně jako ostatní vědy vychází z empirické zkušenosti. Zastáncem tohoto pojetí je v první řadě Aristotelés a jím inspirovaná scholastika.<sup>5</sup> Později se k podobné koncepci přiklonil i anglický pozitivista J. S. Mill, dnes hájí určitou modifikaci Millovy koncepce především americký filosof Glenn Kessler. Kesslerovo pojetí, jež dále rozvíjejí někteří představitelé soudobé metafyziky, však v našich úvahách necháváme stranou.<sup>6</sup>

Podle Aristotela a jeho scholastických stoupců pojednává každá věda o tom, co je obecné a nutné. Předmět vědy tak na rozdíl od konkrétních věcí neexistuje sám o sobě, ale dospíváme k němu abstrakcí. V závislosti na stupni abstrakce se pak rozlišují tři teoretické vědy: fyzika, která abstrahuje pouze od individuální látky, matematika, která abstrahuje nejen od individuální látky, ale i od smyslových kvalit, a konečně teologie, či jak budeme říkat, metafyzika, která abstrahuje od veškeré tělesnosti.<sup>7</sup>

S uvedeným uspořádáním teoretických věd souvisí i míra jejich aplikovatelnosti. Přinejmenším abstraktní fyziku lze aplikovat na všechna fyzická jsoucna, která mají příslušné kvality a jsou bytostně spojená s látkou. Fyzika tak pracuje s obecnými pojmy, které lze vypovídat či aplikovat pouze na proměnlivý svět kolem nás. Abstraktnější matematika, která nechává stranou nejenom individuální látku, ale i smyslové kvality, zkoumá výhradně kvantitativní povahu jsoucna. Díky tomu lze její pojmy aplikovat nejen při popisu světa kolem nás (na louce je pět ovcí), ale i při popisu reality, kterou jsme abstrakcí zbavili všech smyslových kvalit ( $3 + 2 = 5$ ).<sup>8</sup> Matematické pojmy

5 Srov. Klein, J., *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. New York, Dover Publications 1968; Svoboda, D. – Sousedík, P., *Mathematical One and Many: Aquinas on Number*. *The Thomist*, 78, 2014, s. 1-17.

6 Srov. Kessler, G., *Frege, Mill and the Foundations of Arithmetic*. *The Journal of Philosophy*, 77, 1980, 2, s. 65-79; Armstrong, D. – Forrest, P., *The Nature of Number*. *Philosophical Papers*, 16, 1987, 3, s. 165-186; Svoboda, D. – Sousedík, P., *Millovo pojetí čísla*. *Organon F*, 20, 2013, 2, s. 201-221.

7 Aristotelés, *Metafyzika*, VI. Přel. A. Kříž. Praha, Petr Rezek 2003 (dále jen *Metafyzika*); srov. Apostle, H. G., *Aristotle's Philosophy of Mathematics*. Chicago, Chicago University Press 1952.

8 *Metafyzika*, XI, 3 1061a 29-34: „Matematik předmětem svého zkoumání činí to, co získal ubráním znaků. Zkoumá totiž svůj předmět, když jej zbavil všeho smyslového, jako těžkosti a lehkosti, tvrdosti a jejího opaku a rovněž teploty a studenosti a ostatních protiv, jež spadají do oblasti smyslového poznání, ponechává jenom množství a to, co jest nepřetržitě v jednom nebo



se proto užívají jednak ve vědách (fyzika)<sup>9</sup> či uměních (astronomie, hudba), jednak při čistě kvantitativním popisu světa. Je třeba zdůraznit, že pro aposteriorní přístup je charakteristické, že onen čistě kvantitativní popis světa se od fyzikálního liší pouze mírou abstrakce; v principu je však realita zachycena stejným způsobem jako ve fyzice. Nejabstraktnější je metafyzika, která tematizuje jsoouco jakožto jsoouco, její závěry jsou proto aplikovatelné na každou oblast skutečnosti. Přestože jsou mezi uvedenými vědními disciplínami důležité rozdíly, společně vytvářejí svým způsobem souvislý celek. Každý poznatek, ať už jakkoli abstraktní, je založen zkušeností, takže jej lze zcela přirozeně aplikovat na náš svět. To se přirozeně týká nejenom fyziky, ale i matematiky a metafyziky.<sup>10</sup>

Podobnou koncepcí jako Aristotelés a scholastikové zastával, alespoň v určitém ohledu, i Mill. Také on byl přesvědčen, že naše poznání vytváří homogenní celek a že do něho náleží i matematika. I matematika má, podobně jako ostatní vědy, svůj reálně existující předmět – kvantitu, a právě to z ní činí rovnocenného člena rodiny „reálných věd“. Od ostatních věd se tedy neliší svým specifickým předmětem, ale svou obecností. Podle Milla jsou totiž „všechny věci ... kvantitativní, skládají se z částí, které lze počítat, a díky tomu mají všechny vlastnosti, které se nazývají vlastnostmi čísel“.<sup>11</sup> Zkoumá-li matematika (v uvedeném textu jde zřejmě pouze o aritmetiku) kvantitu jakožto určitý velmi obecný rys empirické reality, vysvětlení aplikovatelnosti nečiní obtíže. S kvantitativním množstvím se totiž setkáváme takřka na každém kroku, a tak lze jeho zákony použít téměř na cokoli. „To, že čtyři děleno dvěma, jsou dvě, musí být pravda, ať už čtyřka reprezentuje cokoli:

---

(Pokrač. pozn. č. 8) ve třech směrech a zkoumá vlastnosti toho, pokud jest kvantitativní a ne-přetržitě, o ostatní se nestará.“

- 9 Aplikace matematiky ve staré fyzice působí určité rozpaky. Aristotelova fyzika totiž rozhodně není matematizovaná vědní disciplína, ale „pouhá“ filosofická disciplína. Matematika se tak v pravém slova smyslu aplikovala pouze v uměních.
- 10 Uvedené rozlišení poskytuje důležitou informaci o vzájemné souvislosti mezi vědními obory. Fyzika vychází nejenom ze svých vlastních principů, ale i z principů, jež jsou zřejmě ve světle nadřazených věd, tj. matematiky či metafyziky (srov. Thomas Aquinas, *Summa Theologica*, I, 1, a. 1-7, *Opera Omnia* IV–XII. Ed. Leonina. Romae 1888-1906 (český překlad: Tomáš Akvinský, *Theologická suma*. Olomouc, Krystal, 1937-1940). Jsou tak do ní včleněny i premisy, které mají čistě matematickou či metafyzickou povahu. Podobně je tomu také s matematikou. I ta kromě svých vlastních principů obsahuje principy, jež jsou zřejmě ve světle jiné vědy. Tímto způsobem jsou však do ní začleněny pouze principy metafyzické. Na vrcholu našeho poznání stojí metafyzika. Protože je nejabstraktnější, obsahuje pouze své vlastní principy a lze ji aplikovat ve všech podřízených oblastech. Z hlediska, které zde sledujeme, je třeba zdůraznit, že matematika čerpá z principů metafyziky a sama je zdrojem principů pro fyziku. Díky tomu jí lze v pravém slova smyslu aplikovat výhradně v oblasti kvantitativního jsoouca.
- 11 Mill, J. S., *A System of Logic*. In: *Collected Works of J. S. Mill*. 33 vol. Ed. J. M. Robson et al. Toronto, University of Toronto Press 1963–1991, kniha II, kap. VI, § 2; Svoboda, D. – Sousedík, P., *Millovo pojetí čísla, c. d.*, s. 211.

čtyři hodiny, čtyři míle či čtyři libry váhy. Je si třeba pouze představit, že je věc rozdělena na čtyři stejné části (a všechny věci si lze tímto způsobem představit), abychom o ní byli s to predikovat každou vlastnost, jíž spojujeme s číslem čtyři, tj. každou aritmetickou propozici, v níž číslo čtyři stojí na jedné straně rovnice.<sup>12</sup>

Je tedy patrné, že Mill zastává podobné stanovisko jako Aristotelés, oba autoři se shodují v názoru, že matematika má stejně jako ostatní vědy svůj předmět, a tím je právě kvantita. To, že se cesty obou filosofů nakonec přece jen začnou rozcházet, souvisí s odlišnými názory na metafyziku. Aristotelés ji, jak jsme již uvedli, umístil na sám vrchol vědeckého bádání, Mill naopak v duchu osvícenského pozitivizmu metafyziku radikálně odmítl.

Dáme-li ve sporu o metafyziku za pravdu Aristotelovi, zavazujeme se tím k tomu, že uznáme nejenom smysly postižitelné fyzické předměty, ale i skutečnosti smysly nepostižitelné („metafyzické“), které lze poznat pouze rozumem. Mezi ně přirozeně řadíme i čísla. Upřednostníme-li naopak Milla, pak se nám takováto možnost uzavře. Čísla, ale i všechny ostatní abstraktní předměty, musíme velmi intimně spojit se smysly postižitelným světem. Abychom hlouběji porozuměli tomu, jak se Mill s tímto nelehkým úkolem vyrovnal, je třeba nejprve vysvětlit jeho pojetí obecných termínů, mezi něž patří i číslovky.<sup>13</sup>

Obecné termíny mají podle Milla dvě základní sémantické vlastnosti – denotaci a konotaci.<sup>14</sup> Denotují předměty, o kterých je můžeme pravdivě vypovídat, konotují určitý atribut, který všechny tyto předměty sdílejí. Číslovky se od běžných obecných termínů liší tím, že nedenotují individua, ale agregáty individuí a konotovaný atribut se nevztahuje k individuu, ale opět k agregátu. S takovýmto pojetím by v principu mohl souhlasit i Aristotelés a scholastikové. Jejich nedůvěru by nicméně vzbudily pasáže, do nichž se promítá Millovo odmítnutí metafyziky a současně jeho pozitivistický postoj. Sémantické vlastnosti číslovek totiž shrnuje takto: „Každé z čísel dva, tři, čtyři atd. denotuje fyzický jev a konotuje fyzickou vlastnost těchto jevů. Dvě např. de-

12 Mill, J. S., *A System of Logic*, c. d., II, VI, 2.

13 Srov. Svoboda, D. – Sousedík, P., Millovo pojetí čísla, c. d., s. 213.

14 Denotace je vlastnost, díky níž se termín vztahuje právě k těm individuíům, o kterých ho můžeme pravdivě vypovídat (dnes bychom proto hovořili o rozsahu obecného termínu). Konotace naopak spočívá v tom, že termín navíc spoluoznačuje (konotuje) určitý atribut, který je denotovaným individuíům společný a jehož povahu vyjadřuje příslušná definice. Takže např. obecné jméno „ctnostný je jméno, které se aplikuje na ctnostná individua díky tomu, že tato individua jsou nositeli příslušného atributu... Aplikuje se na všechny entity, pro něž platí, že mají tento atribut, a na žádné, které tento atribut nemají.“ Mill, J. S., *A System of Logic*, c. d., kniha I, kap. 2, § 5.

notuje všechny dvojice věcí, dvanáct všechny tucty věcí, konotuje pak to, co je činí dvojicemi nebo tucty...“<sup>15</sup>

Rozdíl mezi Aristotelem a Millem spočívá v tom, že první by patrně s konotací číslovky spojil metafyzickou obecninu, druhý výslovně hovoří o fyzickém jevu. O jaký druh fyzického jevu se však jedná? Podle Milla číslovka konotuje vlastnost, která je „totožná s charakteristickým způsobem, jímž je agregát složen z částí a může být na ně opět rozložen“.<sup>16</sup> Tak např. číslovka tři konotuje vlastnost trojčlenných agregátů, které „když působí na naše smysly takto ° °, lze je rozdělit na dvě části takto ° ° °“.<sup>17</sup> V uvedené definici trojky se tak neskrývá nic jiného než to, co můžeme smyslově pozorovat při manipulaci s příslušným agregátem.

Takovýto radikální závěr však právem vzbuzuje vážné pochybnosti, není proto divu, že se objevily filosofické argumenty, které jej odmítají. Ty pak samozřejmě zpochybňují nejenom Millovu koncepci, ale i celé aposteriorní vysvětlení aplikovatelnosti, čímž otevírají cestu k přístupu apriornímu.

## § 2. Problémy aposteriorního přístupu

Podívejme se nyní, jaké námitky proti aposteriornímu přístupu vznesl Frege. Hlavní chyba, již se stoupečníci aposteriorního přístupu (především Mill) dopustili, spočívá podle Fregova mínění v tom, že „stále zaměňují aplikace nějaké aritmetické věty, které jsou často fyzikální a mají za předpoklad pozorované skutečnosti, s čistě matematickou větou samou“.<sup>18</sup> Podle Fregy totiž sama aritmetická věta nemá empirický obsah, její aplikace však ano. Nedostatek Aristotela, ale především Milla, spočívá v tom, že toto rozlišení v podstatě ignorovali a že význam aritmetických vět i termínů odvodili právě z jejich aplikací.

Takovou kritiku by však Mill jistě nepřijal. Jako pozitivista se domnívá, že existuje jediný (a to aposteriorní) zdroj našeho poznání, a z něj čerpají nejenom běžné vědy, ale i matematika. Fregovi by odpověděl, že rozlišení mezi matematickou větou samou a její aplikací právě tomuto základnímu východisku odporuje. Pokud bychom přijali Fregovo rozlišení, museli bychom uznat, že vedle běžných vět, jejichž pravdivost poznáváme *a posteriori* (patří mezi ně věty aplikované matematiky), by existovaly i věty, jejichž pravdivost ověřujeme *a priori* (patří mezi ně věty čisté matematiky). Vedle běžného aposteriorního poznání, jímž postihujeme náš neustále proměnlivý svět, by

15 Tamtéž, kniha III, kap. XXIV, § 5.

16 Tamtéž.

17 Tamtéž.

18 Frege, G., Základy aritmetiky. Přel. J. Fiala. In: týž, *Logická zkoumání. Základy aritmetiky*. Praha, OIKOYMENH 2012, s. 174.

tak muselo existovat i jakési poznání apriorní, jímž postihujeme oblast věčných a neproměnných entit, které se nacházejí zcela mimo náš běžný svět. Takovýto závěr by však znovu otevřel dveře metafyzice, a proto je ho třeba odmítnout. Mill by proto neschválil Fregovo rozlišení mezi matematickou větou samou a její aplikací a nadále by trval na tom, že i věty čisté matematiky<sup>19</sup> je třeba zakotvit v pozorované skutečnosti. Matematická věta sama má v jeho pojetí reálný obsah stejně tak jako její aplikace, a jejich striktní rozlišování může způsobit vážnou konfúzi.

Frege však nezůstal u pouhého deklarování, že je třeba rozlišovat mezi aritmetickou větou samou a její aplikací, tím by se pouze dogmaticky přihlásil k aprioristickému přístupu. Povšiml si, že Mill by mohl obhájit nevhodnost zavedení distinkce mezi aritmetickou větou samou a její aplikací tím, že by poukázal na svoji definici čísla. Ta, jak víme, vychází z fyzického jevu, který příslušná číslovka konotuje. Přijmeme-li však tuto Millovu definici, dostaneme se do značných obtíží. Číslo budeme totiž s to aplikovat výhradně na takové agregáty, jejichž působení na naše smysly přesně odpovídá předložené definici. Je však zřejmé, že různé stejnopočetné agregáty na naše smysly tímto způsobem nepůsobí. Definuje-li Mill např. trojku jako něco, co „působí na naše smysly takto °.°“ a co „lze rozdělit na dvě části takto °° °“, pak číslo tři můžeme aplikovat pouze a jen na ty agregáty, které na naše smysly působí právě uvedeným způsobem.<sup>20</sup> Číslo tři bychom snad mohli aplikovat na tři lidi v místnosti či tři koule na kulečnickém stole, ale rozhodně by nebylo správné „hovořit o třech úderech zvonu, když hodiny odbijí třetí, nebo nazývat sladkost, kyselost a hořkost třemi chuťovými vjemy..., neboť žádná z těchto trojic nepůsobí na naše smysly jako °.°“.<sup>21</sup>

Uvedená kritika jistě problematizuje Millův pokus o empirické založení aritmetiky, Aristotela či jeho scholastických stoupenců se však bezprostředně netýká. Představitelé této tradice sice také vycházejí ze smyslového poznání, nicméně na rozdíl od Milla se domnívají, že se jím naše poznání nevyčerpává, nýbrž že nadto můžeme rozumem postihnout metafyzické předměty. Tím je dána nejenom možnost pěstovat metafyziku, ale i definovat jednotlivá čísla neempirickým způsobem. K obsahu definice čísla tři pro-

19 Věty čisté matematiky patří podle Millovy terminologie mezi reálné propozice stejně jako věty ostatních věd. V tomto ohledu připomeňme, že náš autor vedle reálných propozic hovoří i o propozicích verbálních. Pravdivost reálné propozice je založena empirickou realitou, pravdivost verbální propozice pak jazykovým užitím. S reálnými propozicemi se setkáváme nejenom v běžných empirických vědách, ale i v matematice a logice. Verbální propozice naproti tomu zachycují pouze povahu našich jazykových konvencí a mají okrajový význam. Srov. Svoboda, D. – Sousedík, P., Millovo pojetí čísla, c. d.

20 Mill, J. S., *A System of Logic*, c. d., kniha III, kap. XXIV, § 5.

21 Frege, G., *Základy aritmetiky*, c. d., s. 171.

to Aristotelés a scholastikové nemusejí připojovat ono Millovo problematické „to, co působí na naše smysly takto“.<sup>22</sup>

Abychom porozuměli tomu, že se Fregova kritika přesto vztahuje i na aristotelsko-scholastické myslitele, je třeba dodat, že tito autoři chápali jednotlivá čísla jako druhy diskrétní kvantity. Vypovídáme-li tedy o nějakém agregátu individuí určité číslo, přisuzujeme mu přirozeně celý obsah tohoto pojmu, tj. i diskrétní kvantitu. Diskrétní kvantitu však naši myslitelé chápali jako soubor materiálně oddělených jednotek. Tvrdíme-li například, že evangelisté jsou čtyři, pak tím samozřejmě říkáme, že Matouš, Marek, Lukáš a Jan jsou materiálně oddělená individua, tj. říkáme, že hranice těla jednoho evangelisty není totožná s hranicí těla toho druhého. Čísla však nevypovídáme pouze o hmotných agregátech, jejichž prvky jsou materiálně oddělené, ale i o agregátech nehmotných. Běžně totiž mluvíme nejenom o počtu evangelistů, ale i o počtu prvočísel, Aristotelových kategorií, myšlenek atd.

Scholastikové, jako např. Tomáš Akvinský, si tohoto problému byli vědomi. Souhlasí s tím, že vlastnosti abstrahované z vnějších věcí nelze beze změny smyslu vypovídat o nemateriálních entitách. Proto musí mít věty, v nichž vypovídáme čísla o nemateriálních agregátech, jiný smysl než ty, v nichž je vypovídáme o hmotných agregátech. O materiálních agregátech vypovídáme čísla jednoznačně, naopak nemateriálním agregátům připisujeme čísla analogicky či metaforicky.<sup>23</sup> I takovéto řešení by však Frege odmítl. Uvedený posun smyslu by totiž považoval za *reductio ad absurdum* celé aristotelsko-scholastické koncepce čísla.<sup>24</sup>

Pokusme se nyní shrnout hlavní nesnáze aposteriorního přístupu. První vyplývá z toho, že matematika nachází svůj předmět v tomto empirickém světě. Z toho je zřejmé, že okruh aplikace čísla je právě tímto předmětem vymezen. V případě pozitivisticky orientovaného Milla je tento okruh zcela nepatrný; u metafyzicky zaměřeného Aristotela a scholastiků je sice oblast aplikace podstatně širší, nicméně i oni se nadále potýkají s problémem, jak přesvědčivě vysvětlit aplikaci čísel na neempirické agregáty. Druhý problém úzce souvisí s prvním. Nachází-li matematika svůj předmět v tomto empirickém světě, stává se z ní disciplína, která se podstatně neodlišuje od ostatních věd. Tím jí však, jak se zdá, *de facto* sesadíme z jejího pomyslného trůnu a přestane být onou „královnou věd“.

22 Mill, J. S., *A System of Logic*, c. d., kniha III, kap. XXIV, § 5.

23 Thomas Aquinas, *Summa Theologica*, c. d., I, 30, 3.

24 Srov. Frege, G., *Základy aritmetiky*, c. d., s. 192: „... bylo skutečně podivuhodné, kdybychom vlastnost, již jsme vyabstrahovali z vnějších věcí, mohli beze změny smyslu přenést na události, představy, pojmy. Výsledek by byl stejný, jako kdybychom chtěli hovořit o tavitelné události, modré představě, slánném pojmu či o tuhém soudu.“

### § 3. Apriorní přístup – Platón, nominalisté a formalisté

Výše uvedená kritika aposteriorního přístupu snad může svádět k závěru, že Frege byl zastáncem přístupu zcela opačného (striktně apriorního) a že se domníval, že matematika nevychází z empirických aplikací, ale pojednává o oblasti, která je od našeho světa zcela oddělená. Uvidíme později, že takovýto striktně aprioristický přístup Frege nepřijal, nýbrž zaujal k problematice aplikability vlastní originální stanovisko. To však nyní necháme stranou a pohovoříme o základních rysech onoho čistě aprioristického přístupu, k němuž Fregovo odmítnutí Milla přímo svádí.

Otcem apriorního přístupu je nepochybně Platón. Jeho nauka sice dodnes vzbuzuje celou řadu otázek a vzájemně odlišných interpretací, nicméně podle jednoho vlivného výkladu mají matematické entity obdobný status jako ideje a jsou oddělené od našeho empirického světa.<sup>25</sup> Ideje se odlišují od matematických předmětů tím, že jsou obecné, matematické předměty naopak jednotlivé. Realita je tedy podle Platóna „roztržena“ do dvou nesourodých oblastí: na jedné straně je náš proměnlivý empirický svět, na straně druhé neproměnné ideje a matematické předměty.<sup>26</sup>

S takovýmto rozštěpem reality je však spojena vážná nesnáz, na niž upozornil již Aristotelés.<sup>27</sup> Není totiž vůbec jednoduché vysvětlit vztah mezi těmito dvěma nesourodými oblastmi. Jestliže ho však uspokojivě nevysvětlíme, uzavře se tím přirozeně i cesta k tomu, abychom aplikovali čísla na empirický svět. Problém s aplikací by se tak stal ještě palčivější než v případě Aristotela či Milla. Zatímco tito filosofové nedokázali přesvědčivě vysvětlit aplikaci jen v některých případech, Platón by ji nedokázal vysvětlit vůbec. I přes tuto stinnou stránku, nebo snad právě pro ni, nepřestal být platonismus především pro teoretické matematiky stále atraktivní. Dokáže totiž, na rozdíl od aristotelismu, obhájit apriorní status matematiky, a tím i zajistit její titul „královny věd“.

Přednosti a nedostatky platonismu a aristotelismu se tak zdají být v podstatě vyrovnané. První vítězí u čistého matematika, druhý spíše u vědce, který výsledky matematiky aplikuje na empirickou realitu. Za těchto okolností bychom jistě očekávali, že představitelé obou proudů začnou své koncepce vyztužovat, aby případné vítězství definitivně strhli na svoji stranu. K tomuto vcelku logickému vyústění však nedošlo. Jak filosofové, kteří navazovali na Platónův apriorní přístup, tak stoupenci Aristotela aposterior-

25 Karfík, F., Čísla a ideje ve staré akademii. In: Karfíková, L. – Šír, Z. (eds.), *Číslo a jeho symbolika od antiky po renesanci*. Brno, CDK 2003, s. 9-24.

26 Tato interpretace nachází oporu především ve výkladu Aristotela (*Metafyzika I*). Její standardní interpretaci viz in: Ross, W. D., *Plato's Theory Of Ideas*. Oxford, Clarendon Press 1951.

27 *Metafyzika I*, 6.

ního přístupu totiž spíše cítili potřebu vypořádat se s metafyzikou, jíž byly koncepce jejich velkých předchůdců infikovány. Mill si proto, jak jsme viděli, nedělal těžkou hlavu s tím, že matematiku v podstatě sesadil z jejího královského trůnu, ale zaměřil se na to, jak „ne-metafyzicky“ definovat čísla. Obdobně si počínali i novověcí představitelé apriorního přístupu, kteří si nedělali mnoho starostí s tím, jak vysvětlit aplikabilitu, ale usilovali zejména o to, aby matematiku zbavili robustní platónské metafyziky. Jejich snahy sehrály v dějinách filosofie matematiky poměrně významnou úlohu a daly podnět ke vzniku koncepcí, které mají význam i v dnešních diskusích. V dalším proto v krátkosti naznačíme, jakým způsobem se novověcí filosofové zbavili nežádoucí metafyzické zátěže, přitom si však podrželi apriorní přístup k po-  
vaze matematiky.<sup>28</sup>

Abychom našemu problému dobře porozuměli, připomeňme nejprve Hegelovo dělení dějin filosofie do dvou etap: v první – „tradičně“ metafyzické – vítězí zájem o problematiku bytí, ve druhé – více či méně anti-metafyzické – dochází k obratu k vědomí či subjektu.<sup>29</sup> I přes tuto zásadní protichůdnost však zůstala ve druhém období některá starší myšlenková schémata v podstatě netknutá. Z našeho hlediska je významné především to, že i ve „filosofii vědomí“ zůstává realita, tak jako u Platóna, nadále „roztržena“ vedví. Na jedné straně je tu subjektivně založená apriorní oblast (tj. ideje v novověkém, nikoli v Platónově, smyslu), na straně druhé extramentální objekty, které poznáváme *a posteriori*. S jasným rozlišením mezi subjektem a objektem (předmětem) dále souvisí i novověké rozdělení věd do dvou oblastí. Zatímco základy matematiky spadají do oblasti subjektu, ostatní empirické vědy čerpají poznatky z vnější předmětné skutečnosti. Doklad tohoto rozlišení nacházíme např. u Davida Huma, podle něhož lze „[v]šechny předměty lidského rozumu či zkoumání přirozeně rozdělit na dva druhy, totiž na vztahy idejí a faktické okolnosti. Prvnímu druhu přísluší vědy jako geometrie, algebra a aritmetika a krátce všechna tvrzení, jež jsou jistá na základě nahlédnutí nebo důkazu. (...) K větám tohoto druhu lze dospět pouhým myšlenkovým úkonem bez ohledu na to, zda cokoli ve vesmíru vůbec existuje. (...) O faktic-

28 Mancosu, P., *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. Oxford, Oxford University Press 1999.

29 Sám Hegel rozlišuje obě etapy pomocí pojmu „idea“ a „duch“ či „sebepoznávající idea“. „Idea či o sobě a pro sebe existující věc je principem řeckého světa; tato věčná idea se pomocí myšlenek přivádí k vědomí.“ Podle řecké filosofie vytváří myšlení intelektuální obraz světa, nicméně dosud ještě nereflektuje, že tento obraz vytváří myslící subjekt. „Subjektivita se objevuje pouze nahodile.“ Tento přístup se radikálně mění ve druhé etapě. „Já pozná samo sebe v idejí, vědění se pojme jako nekonečná forma..., a tato musí být pojata jako Já, jako vědoucí princip.“ Srov. Hegel, G. W. F., *Vorlesungen über die Geschichte der Philosophie*. In: *týž, Vorlesungen. Ausgewählte Manuskripte und Nachschriften*. Bd. 2. Hamburg, Meiner Verlag 1983, s. 74; citováno podle Jaeschke, W., *Hegel Handbuch*. Stuttgart – Weimar, J. B. Metzler Verlag 2003, s. 486-487.



kých okolnostech, které jsou druhým předmětem lidského rozumu, se nepřesvědčujeme stejným způsobem a ani evidence jejich pravdivosti ... není stejné povahy jako v předchozím případě. Opak každé faktické okolnosti je vždy možný; nemůže totiž nikdy být logicky sporný a mysl si jej může představit stejně snadně a zřetelně, jako by odpovídal skutečnosti.<sup>30</sup>

Z uvedeného citátu je patrné, že v matematice, na rozdíl od ostatních věd, zkoumáme vztahy mezi idejemi v novověkém pojetí. V geometrii jsou tedy ideje ztotožňovány s příslušnými tvary (čtverce, trojúhelníky atd.), v aritmetice s příslušnými čísly. Tedy např. v rovnici  $7 + 5 = 12$  vyjadřujeme vztah mezi čísly-idejemi 7, 5, 12. V diskusi o založení matematiky tak dochází k významnému obratu. Zatímco celá novověku předcházející tradice chápala matematiku jako vědu, která je založena reálnou mimo-subjektivní oblastí, novověcí myslitelé se domnívají, že základy matematiky je třeba hledat kdesi hluboko v lidském vědomí.

Velká nevýhoda právě popsané koncepce nepochybně spočívá v jejím snad až příliš striktním subjektivismu. Matematik totiž bude stěží akceptovat myšlenku, že v základech jeho vědy stojí jakési obsahy naší mysli, jež je obtížné, ba přímo nemožné odlišit od představ, pocitů či jiných čistě subjektivních prožitků. Z hlediska dějin filosofie matematiky proto sehrálo důležitější roli pojetí, v němž zájem o subjektivní založení matematiky sice nadále sehrával určitou roli, nicméně v poněkud oslabené podobě. Začal se prosazovat náhled, že matematika je sice subjektivně založená, nicméně že oblast jejího zájmu lze přesto podrobit objektivnímu bádání. Touto oblastí je náš jazyk. A problematické matematické entity představují objektivně přístupné jazykové výrazy. V rovnici  $7 + 5 = 12$  tak nepracujeme se subjektivními ideami, ale s „objektivními“ číslovkami 7, 5 a 12. Chápeme-li však číslovky jako pouhá jména, můžeme pojetí, které ztotožňuje čísla s číslovkami, výstižně nazvat *nominalismem*.<sup>31</sup> Naopak koncepci, která považuje čísla za ideje v novověkém smyslu, můžeme nazvat *konceptualismem*. A konečně aristotelovsko-millovskou myšlenku, podle níž jsou čísla vlastnosti vnějších věcí, lze označit jako *realismus*.

Z uvedených tří směrů se v 19. století prosadila vedle Millova realismu především koncepce nominalismu, jíž se však začalo říkat *formalismus*. Po-

30 Hume, D., *Zkoumání o lidském rozumu*. Přel. J. Moural. Praha, Svoboda 1996, s. 48-49.

31 Významnými nominalisty byli např. Thomas Hobbes a Étienne Bonnot de Condillac. Novověcí nominalisté odmítli tradiční představu, podle níž jednou zavedená jména mají nutné spojení se světem. Díky tomu se z jazyka stala svým způsobem hra. Právě tato myšlenka se však stala základním pilířem Hobbesovy filosofie jazyka a matematiky. K tomu srov. Sepkoski, D., *Nominalism and Constructivism in Seventeenth-Century Mathematical Philosophy*. London, Routledge 2007, s. 55. Později uvidíme, jak se pojetí, podle něž je jazyk a matematika určitou hrou, znovu objevilo v rámci tzv. herního formalismu.



sun v terminologii souvisel s tím, že propagátory tohoto směru již nebyli filosofové, ale sami matematici.<sup>32</sup> Ti se v první řadě nezajímali ani tak o tradiční filosofické problémy, motivovaly je spíše proměny uvnitř matematické praxe. Povšimli si, že dříve geometr či aritmetik vždy pracoval s určitou názornou představou množství – ať už kontinuálního, nebo diskrétního. Toto východisko přirozeně vedlo k závěru, že předmětem geometrie je kontinuální kvantita a předmětem aritmetiky diskrétní kvantita. Význam matematických termínů byl tedy určen podobně jako význam termínů jiných věd a měl podobně jako ony i příslušný obsah. Matematická praxe se tak podstatně nelišovala od praxe jiných věd: tak jako jsou třeba pro zoologa předmětem zkoumání zvířata, přemýšlí aritmetik o agregátech věcí a geometr o určitých tvarech. Tato praxe se však v průběhu staletí značně proměnila. Matematik přestal spojovat se svými termíny příslušné obsahy a místo toho s termíny pouze manipuloval. Význam termínů tak již nebyl určen obsahem, ale čistě jejich formou.<sup>33</sup> Právě z těchto důvodů došlo k uvedenému posunu v terminologii a odsud také označení formalismus.

První významnější filosofickou reflexi přechodu „od obsahu k formě“ nacházíme u německých matematiků Eduarda Heineho a Carla Johannese Thomaeho. Precizní filosofické vymezení formalismu však tito matematikové ještě nepodalí. S ním se setkáváme paradoxně až u jejich odpůrce G. Frega, který formalismu věnoval kritickou pozornost především v *Základních zákonech aritmetiky*.<sup>34</sup> Z Fregových úvah je patrné, že se v pracích svých kolegů setkal s dvojitým pojetím formalismu. Prvnímu se později začalo říkat *termínový*, druhému *herní*.<sup>35</sup> Podle termínového formalismu se matematika zabývá pouhými značkami nebo symboly. Heine v tomto ohledu říká: „Čísly nazývám jisté smyslově postižitelné znaky, takže existence takovýchto čísel je zcela

32 Jako první použil termín „formalismus“ v roce 1911 L. E. J. Brouwer, a to jako označení pro ty tendence soudobé matematiky, proti nimž chtěl postavit svůj vlastní intuicionismus. Srov. Simons, P., Formalism. In: Irvine, A. D. (ed.), *Philosophy of Mathematics*. Vancouver, Elsevier B. V. 2009, s. 291-310.

33 Zajímavým dokladem této proměny je zavedení imaginárních čísel. Došlo k němu v 16. století, když Rafael Bombelli hledal kořen pro dosud nevyřešenou kvadratickou rovnici  $x^2 = -1$ . Tato rovnice neměla běžné číselné řešení, a proto Bombelli musel zavést nový symbol, se kterým (na rozdíl od běžných čísel) nespojí žádný obsah či představu. Se zavedeným symbolem nicméně manipuloval podle běžných algebraických pravidel jako se symboly běžnými. Bombelli měl samozřejmě pochybnosti ohledně přípustnosti tohoto kroku, a proto tato nová čísla nazval *imaginární*. Srov. Resnik, M., *Frege and the Philosophy of Mathematics*. Ithaca – New York, Cornell University Press 1980, s. 55.

34 Frege, G., *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*. Bd. II. Jena, Verlag Hermann Pohle 1903, § 86, s. 137.

35 Shapiro, S., *Thinking about mathematics. The philosophy of mathematics*. New York, Oxford University Press 2000, s. 142-145.

neproblematická.<sup>36</sup> Vlastnosti jednotlivých čísel jsou proto určeny výhradně smyslově postižitelným tvarem (či formou) příslušného znaku.<sup>37</sup> Je nasnadě, že s takovýmto přímočarým pojetím souvisí řada obtížně řešitelných problémů. Těchto námitek si byli představitelé formalismu do jisté míry vědomi, a tak se v jejich textech setkáváme i s pojetím, které „primitivní“ termínový formalismus svým způsobem prohlubuje. Forma, kterou příslušný znak má, již není určena jeho fyzickou podobou, ale tím, jakou roli znak hraje v rámci matematických operací. Podnět k tomuto posunu pravděpodobně nezavdaly pouze nedostatky termínového formalismu, ale i snaha konfrontovat se s Fregovým logicismem. Thomae ve druhém vydání své učebnice totiž uvádí, že „formální pojetí čísel má o sobě umírněnější požadavky než pojetí logické. Neptá se, co čísla jsou a budou, ale táže se, co od čísel v aritmetice požadujeme. Podle formálního pojetí je aritmetika hra se znaky, jež bychom mohli považovat za bezobsažné; tím chceme říci, že (ve hře kalkulování) nemají jiný obsah než ten, který se jim připisuje s ohledem na jejich chování podle určitých pravidel kombinace (pravidel hry). Podobně užívá hráč šachů své figurky, připisuje jim jisté vlastnosti, které podmiňují jejich chování ve hře, a tyto figurky samy jsou pouze externími znaky tohoto chování. Samozřejmě existuje důležitý rozdíl mezi hrou v šachy a aritmetikou. Pravidla šachu jsou arbitrární; systém pravidel aritmetiky je takový, že pomocí jednoduchých axiomů lze čísla vztáhnout k nazíraným množstvím, takže podstatně slouží při poznání přírody. – Formální pojetí nás zbavuje všech metafyzických obtíží, což je výhoda, kterou nám nabízí.“<sup>38</sup> Podle Thomaeho se tedy jazyk aritmetiky skládá ze znaků, které samy o sobě nemají žádný význam. Tyto znaky se používají v matematické praxi podobným způsobem jako používáme figurky, hrajeme-li šachy. Z toho je již zřejmé, jak se liší herní a termínový formalismus. Tak jako za formální vlastnost nějaké šachové figurky nepovažujeme její tvar, ale to, jak jí lze táhnout, tak nepovažujeme za formální vlastnost nějakého čísla (či jiného matematického termínu) jeho tvar, ale to, jak jím můžeme manipulovat. Při hře v šach můžeme pěšcem ve výchozím postavení přejít o dvě políčka vpřed, v aritmetice od výrazu  $x = 7 + 5 k$   $x = 12$ . Analogie mezi šachem a aritmetikou může ještě posloužit k objasnění další myšlenky spojované s formalismem. Je zřejmé, že pozice figurek na šachovnici samy o sobě nevyjadřují žádnou myšlenku. Podobně je tomu i s matema-

36 Heine, E., Die Elemente der Funktionslehre. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 74, 1872, s. 173.

37 Tento typ formalismu je podobný staršímu nominalismu. Stoupenci termínového formalismu se totiž podobně jako nominalisté domnívají, že předmětem matematiky jsou matematické značky a jejich vzájemné vztahy.

38 Thomae, C. J., *Elementare Theorie der analytischen Functionen einer complexen Veränderlichen*. Halle a.S., L. Nebert 1898, s. 1-11.

tickými formullemi. Význam matematických výrazů je totiž (podobně jako význam šachových figurek) výhradně určen pravidly, jimiž je stanoveno, jak s nimi lze manipulovat.

#### § 4. Problémy apriorního přístupu

Z předchozích úvah je patrné, že nominalismus a formalismus jsou dva směry, které mají mnoho společného. To se přirozeně týká nejen hlavních tezí, s nimiž jejich představitelé vystoupili, ale i problematických stránek, jichž si povšimli jejich odpůrci. Zamysleme se proto nad tím, jakým způsobem tyto dvě spřízněné koncepce kritizovali Mill a Frege. První z nich napadl nominalismus z pozic pozitivismu, který jsme výše nazvali realismem, druhý odmítl formalismus z pozic platónsky zabarveného logicismu. Zajímavé je, že i přes známou Fregovu nechuť k Millovi se argumenty obou filosofů v mnohém shodují a že je lze interpretovat právě na pozadí problémů, které se vážou na aplikabilitu.

Motivy Millovy kritiky nominalismu v matematice jsou vcelku zřejmé. Chtěl se vypořádat s novověkou filosofií, a proto se musel vyrovnat i s novověkým přístupem k matematice (nominalismem i konceptualismem). Jeho úvahy proto často vykazují nechuť k základnímu východisku novověké filosofie, podle něž je realita „roztržena“ na subjekt a objekt, což vede k rozlišování apriorního a aposteriorního poznání. Takovýmto „rozštěpem“ jsme prý předcházející metafyzickou tradici podstatným způsobem nepřekonal, odmítli jsme ji pouze verbálně. Novověcí filosofové podle Milla vlastně pouze převlékli metafyzické entity (platónské ideje a matematické předměty) do jiného hávu, jedni<sup>39</sup> z nich udělali abstraktní entity, druzí entity jazykové. Staré dogma, že „rody a druhy jsou zvláštním typem substancí, které jsou jako jediné stálými věcmi, zatímco jim podřazené individuální substance jsou v neustálém toku, že se tedy vědění, které nutně vyžaduje stálost, může týkat pouze těchto obecných substancí či univerzálií, a nikoli faktů či jednotlivin jim podřazených“<sup>40</sup> tak bude nadále otravovat filosofické ovzduší.

Přijmeme-li tedy novověký „rozštěp“ reality a s ním související „roztržení“ poznání na apriorní a aposteriorní, vrátíme se tím k Platónově či scholastické „absurdní“ metafyzice. Tomuto návratu pak napomáhá novověké pojetí ma-

39 Mill nehovoří o Humovi, ale o Lockovi, který však rovněž rozdělil veškeré obsahy našeho myšlení do dvou skupin: první se týká vnějších předmětů, druhá vnitřní činnosti naší mysli. Srov. Mill, J. S., *A System of Logic*, c. d., kniha II, kap. I, § 2. V perspektivě tohoto dělení říká: „matematické pravdy nejsou pouze jisté, ale vyjadřují reálné poznatky; nejsou pouhou prázdnou představou – nevýznamnou chimérou našeho mozku: a přesto, když se zamyslíme, zjistíme, že se týkají pouze našich vlastních idejí“. Tamtéž, kniha IV, kap. IV, § 6.

40 Tamtéž, kniha II, kap. I, § 2.

tematiky, která je *par excellence* příkladem poznání, jež je *a priori*. I podle novověkých autorů se totiž tato disciplína zabývá právě stálými věcmi, nechává však přitom zcela stranou onen herakleitovský tok věcí kolem nás.

Takovéto kritice bychom mohli vytknout, že je ideologicky podbarvená a snad až příliš obecná. Vždyť se do ní pouze promítl spor mezi pozitivismem a dřívější novověkou filosofií. Tohoto nedostatku si byl Mill zřejmě vědom, a proto předložil i takový argument, který je na novověkém „rozštěpu“ reality na subjekt a objekt nezávislý. Jeho kritika se týká výhradně nominalistického pojetí, konceptualismus ponechává zcela stranou. To však z našeho hlediska představuje určitou výhodu, neboť nominalismus (a nikoli konceptualismus) má velmi blízko k formalismu.

Hlavní myšlenkou nominalistické koncepce je, jak již víme, ztotožnění čísel s číslovkami. Čísla již nejsou problematické entity nacházející se kdesi mimo čas a prostor, ale určité, smysly vnímané znaky. Cena, kterou však nominalisté za toto přímočaré řešení zaplatí, je podle Milla neúměrně vysoká. Pokud totiž připustíme, že čísla jsou pouhé skvrny na papíře, musíme také uznat, že „propozice vědy, která pojednává o číslech, jsou čistě verbální a její postupy jsou pouhé transformace jazyka spočívající v substituci jednoho výrazu za druhý. Propozice ‚Dvě a jedna jsou tři‘ není podle těchto autorů pravdivá, není to tvrzení skutečně existujícího faktu, ale jedná se o definici slova tři; jde o výrok, který vyjadřuje dohodu užívat jméno tři jako znak, jenž je přesně ekvivalentní znaku dva plus jedna. (...) Podle tohoto pojetí není nejdelší algebraický postup nic jiného než řada změn v terminologii, pomocí níž se ekvivalentní výrazy substituují jeden za druhý; je to tedy řada překladů téhož faktu z jednoho jazyka do druhého...“<sup>41</sup>

Podstata uvedené kritiky spočívá v tom, že nominalismus vede ke ztotožnění propozice matematiky s verbálními propozicemi. Verbální propozice se však podle Milla „nevztahují k žádné faktické okolnosti, ale pouze k významu jmen“.<sup>42</sup> Jména a jejich význam pak závisí na jazykové konvenci, a proto verbální propozice zachycují jenom jazykovou dohodu, ale k poznání světa nikterak nepřispívají. Matematické propozice by nás tak neinformovaly o ničem jiném než o čistě terminologických záležitostech. Aritmetická rovnice  $2 + 1 = 3$  by tak vyjadřovala pouze to, že se lidé dohodli používat znak  $2 + 1$  stejným způsobem jako znak 3.

Přijmeme-li tedy nominalistickou koncepci matematiky, pak matematiku absurdním způsobem degradujeme. Sesadíme ji nejenom z jejího královského trůnu, ale učiníme z ní pomocnou disciplínu, která se zabývá pouhými terminologickými otázkami. Pokud by snad někdo chtěl takovou degradaci

41 Tamtéž, kniha II, kap. V, § 188.

42 Tamtéž, kniha I, kap. VI, § 1.

obhajovat, bylo by možné Millovu úvahu bez problémů prohloubit tím, že bychom připomněli právě problém aplikability. Z pozic nominalismu bychom totiž nebyli s to vysvětlit, proč lze matematiku velmi úspěšně využít v ostatních vědách a proč tak podivuhodným způsobem přispívá k rozvoji našeho poznání.

Přejdeme nyní od Millovy kritiky nominalismu k Fregově polemice s formalismem. Je poměrně obsáhlá a setkáváme se v ní s celou řadou různých argumentů.<sup>43</sup> Z našeho hlediska je klíčová námitka, která se opírá o (nám již známé Thomaeho) připodobnění aritmetiky k šachům. Z něj vyplývá, že pravdivost matematických propozic nezávisí na realitě, ale na pravidlech určených konvencí. Mohli bychom tedy namítnout, že matematika je podle tohoto pojetí jakási podřadná disciplína, která se nezabývá ničím jiným než pravidly, jak manipulovat určitými znaky. Takovéto námitky si však byl Thomaes vědom, neboť upozorňuje, že mezi pravidly šachu a pravidly aritmetiky je podstatný rozdíl. Zatímco první jsou zcela arbitrární, druhá umožňují vztáhnout čísla „pomocí jednoduchých axiomů ... k nazíraným množstvím, takže slouží při poznávání přírody“.<sup>44</sup> Podle Thomaeho je tedy vedle pravidel pro manipulaci s matematickými symboly třeba zavést i jednoduché axiomy, které umožní aplikaci čísel. Tímto krokem však podle Frega ničeho podstatného nedosáhneme, neboť zde není vůbec nikdo, kdo by se tohoto úkolu ujal: „Formalistický aritmetik ho přesouvá na bedra svých kolegů, geometra, fyzika a astronoma, ti jej však s díky odmítnou, a tak padá do prázdna kamsi mezi vědy. Jasně rozlišení vědních oblastí může být dobrá věc; nelze jej však vytvořit tak, že zbude jedna oblast, za niž nikdo nechce převzít zodpovědnost.“<sup>45</sup>

Na první pohled působí Fregova argumentace málo přesvědčivě. Asi každý s ním sice bude souhlasit v tom, že „aplikační axiomy aritmetiky“ nestanovuje geometrie, fyzika, astronomie či jiné vědy. Tyto vědy totiž předpokládají, že aritmetika není pouhou hrou se symboly, a že tudíž mohou její výsledky s úspěchem využít. Asi každý si však položí otázku, proč by se tohoto úkolu

43 Zhruba řečeno existují tři typy námitek. Za prvé, přestává být zřejmý smysl běžných matematických výrazů. Pojednáváme-li např. v jednoduché rovnici  $7 + 5 = 12$  o číslovkách, které vidíme před sebou na papíře, musíme dát znaku „+“ zcela jiný význam než ten, na nějž jsme byli až doposud zvyklí: posloupnost skvrn „7 + 5“ totiž není podobná, a tím méně identická se skvrnou „12“. Druhý okruh problémů souvisí s existencí iracionálních čísel. Ty totiž mají nekonečný rozvoj, a tak ani neexistuje typografická značka, kterou bychom mohli v pravém slova smyslu ztotožnit s nějakým iracionálním číslem. Konečně podle Michaela Dummetta se představitelé formalismu proviňují tím, že konfundují matematickou teorii s její metateorií. Srov. Dummett, M., *Frege: Philosophy of Mathematics*. Cambridge, Mass., Harvard University Press 1991, s. 253-255.

44 Thomaes, C. J., *Elementare Theorie der analytischen Functionen einer complexen Veränderlichen*, c. d., s. 11.

45 Frege, G., *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, c. d., § 92, s. 101.

nemohl zhodnotit formalistický aritmetik, a proč by tedy řešení tohoto problému mělo spadnout „do prázdna kamsi mezi vědy“? Co je tedy problematické na tom, aby právě formalistický matematik stanovil i axiomy, pomocí nichž by čísla bylo možné vztáhnout na nazíraná množství? Překvapující je, že by Frege, jak vzápětí uvidíme, takovouto odpověď svým způsobem přivítal. Upozornil by nicméně na to, že formalista by tímto krokem přestal být v pravém slova smyslu formalistou. Významy aritmetických symbolů by totiž nebyly výhradně určeny pravidly manipulace, ale závisely by i na tom, jak se aplikují.

Přehlédneme-li nyní Fregovu a Millovu kritiku, musíme konstatovat pozoruhodnou shodu. Argumenty obou autorů totiž poukazují na paradoxní důsledky „konvencionalistického“ založení významu aritmetických výrazů. K těm patří především to, že se aritmetika promění v pouhou nauku o „transformacích jazyka“ (nominalismus) či že se připodobní ke hře (formalismus). Frege však jde ve své kritice přece jenom o krok dále než jeho předchůdce. Ukazuje totiž, že nezdarem musí skončit zcela každý pokus o „vylepšení“ formalismu.

Za shodu mezi Millem a Fregem nepochybně stojí společné myšlenkové východisko, oba autoři se svorně domnívají, že propozice aritmetiky mají určitý obsah, a díky tomu je můžeme zcela neproblematicky zařadit do příslušného řetězce inferencí. Právě tím se však podstatně odlišují od nominalistů i formalistů, podle nichž jsou propozice aritmetiky (v Millově terminologii) čistě verbální.

## § 5. Fregovo pojetí aplikace

V předcházejícím paragrafu jsme došli k závěru, že se Fregova kritika formalismu v důležitých ohledech blíží k Millově kritice nominalismu. Tato podobnost však vyvolává vzhledem k předcházejícímu výkladu určité rozpaky. O Fregovi jsme totiž dříve řekli, že kritizoval Milla, jenž odvodil význam číselných výrazů z jejich aplikace (srov. výše § 2), nyní ale ukazujeme, že odmítá i aprioristický formalismus, podle něž je význam těchto výrazů na aplikaci zcela nezávislý. Zdá se tedy, že Frege posuzoval své protivníky účelově, a jeho vlastní názory jsou tudíž nekonzistentní. Takovýto soud by však rozhodně spravedlivý nebyl. Řešení tohoto autora ve skutečnosti obratně proplová mezi Scyllou pozitivismu a Charybdou formalismu. Je to pokus zbavit aritmetiku těžko přijatelného empirického faktoru a současně prokázat, že její propozice mají obsah a lze je aplikovat.

Jak však spojit výhody a potlačit nevýhody obou kritizovaných koncepcí? Při hledání odpovědi nejprve připomeňme sled událostí. V *Základech aritmetiky* Frege nejprve Millovi vytýká, že nerozlišuje mezi aritmetickou větou

samou a její aplikací, později však v *Základních zákonech aritmetiky*, když kritizuje formalismus, prohlásí, že je to právě „aplikabilita, která vyzdvihuje aritmetiku z oblasti her do oblasti vědy“.<sup>46</sup> Správné řešení by tedy mělo spojit aplikabilitu s aritmetikou (kvůli nesnázím nominalismu), přitom však zachovat rozlišení mezi čistými aritmetickými větami a jejich aplikacemi (kvůli Millovi). Abychom tohoto cíle dosáhli, nesmíme se podle Frega především dopustit Millova omylu. Mill sice správně aplikabilitu s aritmetikou spojil, nesprávně se však přitom zaměřil na omezenou oblast. To aritmetiku infikovalo nepřípustným empirickým faktorem a znemožnilo její užití mimo okruh, z něž Mill při definování čísla vyšel. Právě tento nedostatek však byl pro Frega svým způsobem inspirativní. Přestal se tak zajímat o všechny tolik různorodé aplikace a místo toho se zaměřil na samotný princip, který je řídí.<sup>47</sup>

Jak však tento princip nalézt, či lépe řečeno, k čemu bychom měli při jeho hledání obrátit pozornost? Východiskem Fregova řešení je běžná početní praxe.<sup>48</sup> V ní obvykle začínáme otázkami jako „Kolik ovcí je na louce?“, „Kolik je prvočísel menších než deset?“ a končíme odpověďmi „Počet ovcí na louce je deset“, „Počet prvočísel menších než deset je čtyři“. Odpovědi tohoto druhu, jak známo, Frege nazývá číselné údaje. Různé číselné údaje se liší co do obsahu (počítáme ovce, prvočísla atd.), shodují se nicméně co do logické formy. Ta není podle Frega subjekt-predikátová, ale je to identita. Termín *počet ovcí na louce* označuje tentýž předmět jako termín *deset*; termín *počet prvočísel menších než deset* označuje tentýž předmět jako termín *čtyři*. Mají-li však číselné údaje skutečně formu identitních výroků, musíme již nyní korigovat názory předchozí tradice (Aristotelés, Mill). Číslivky nejsou obecné termíny, ale termíny singulární, a čísla nejsou vlastnosti, ale předměty.

S čím však tyto předměty (čísla) spojujeme, či jinak řečeno, na co je aplikujeme? Abychom našli správnou odpověď, zastavme se nejprve u empirických identitních výroků, jako např. „Objevitel Ameriky je Kolumbus“. Ty se od číselných údajů neliší co do formy, ale pouze co do obsahu. Nejsou odpovědi na otázku „Kolik (je ovcí na louce)?“, ale „Kdo (je objevitel Ameriky)?“; neodpovídáme na ně uvedením abstraktního předmětu (*deset*), ale konkrétním předmětem (Kolumbus). Z logického hlediska však mezi číselnými údaji a běžnými empirickými identitami podstatný rozdíl není. Otázkou *Kdo?* i *Kolik?* se totiž ptáme, jaký předmět je spojen s daným identifikačním pojmem (*objevitel Ameriky*, *ovce na louce*). V odpovědi pak s tímto pojmem spojujeme příslušný konkrétní nebo abstraktní předmět.

46 Frege, G., *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, c. d., § 91, s. 100.

47 Dummett, M., *Frege: Philosophy of Mathematics*, c. d., s. 258.

48 Frege, G., *Základy aritmetiky*, c. d., s. 206.



Další významné zjištění tedy spočívá v tom, že se čísla nespojují s agregáty, nýbrž s pojmy.<sup>49</sup> Obrat od agregátů k pojmům pak odstraňuje obtíž, s níž jsme se setkali u Aristotela i u Milla. Ta spočívala v tom, že ani jeden z nich nedokázal přesvědčivě vysvětlit, jak je možné jedno a totéž číslo spojovat s agregáty ontologicky zcela odlišných druhů. Jak je tedy např. možné desítku spojit ve stejném smyslu s empirickým agregátem ovcí i s nemateriálním agregátem Aristotelových kategorií. Právě tuto obtíž lze obratně vyřešit, začneme-li čísla spojovat nikoli s agregáty, ale s pojmy. Existují totiž agregáty různých druhů (materiální, nemateriální), pojmy naopak vytvářejí zcela homogenní a apriorní oblast. Obtíž tedy působí spojit desítku v témže smyslu s agregátem ovcí na louce a s agregátem Aristotelových kategorií, v případě příslušných pojmů to však problematické není.

Spojením čísel s pojmy jsme sice dosáhli významného pokroku, problém aplikability jsme však vysvětlili pouze částečně. Tím, že jsme našli oblast, s níž se čísla neproblematicky spojují, jsme ještě nevysvětlili, jak může být jeden a tentýž abstraktní předmět, jímž číslo bezpochyby je, spojen se zcela různorodými pojmy. Jak tedy poznám, že např. Aristotelových kategorií je stejný počet jako prstů na mých rukou? Právě tyto úvahy pomohou nejenom prohloubit Fregovo pojetí aplikace, ale stanou se současně přirozeným východiskem pro jeho definici čísla.

Postup našeho autora budeme sledovat opět v určité konfrontaci s Millem. Pro oba je totiž charakteristické, že při definici čísla vyjdou z jeho aplikace. Mill, jak již víme, vychází ze spojení čísla se smyslově vnímatelnými agregáty. Určitá číslovka tak podle něj denotuje stejnopočetné agregáty a současně konotuje smyslově vnímatelný atribut, jež všechny tyto agregáty sdílejí. To, že s agregátem prstů na pravé ruce spojujeme tutéž číslovku jako s agregátem prstů na ruce levé, je dáno tím, že oba sdílejí kvantitativní atribut, který působí na mé smysly tímtež způsobem. Smyslový atribut, který s agregátem spojujeme, lze následně využít při definici čísla.

Pokud bychom Millovi položili otázku, proč je aritmetika tak pozoruhodně aplikovatelná, patrně by odpověděl, že přece všechny agregáty mají určitý kvantitativní atribut, a lze jim proto připsat příslušné číslo. Aritmetika pomocí definic tyto atributy zachycuje a zkoumá pak jejich vztahy. Stává se tak z ní jedna z nejobecnějších reálných věd, a tak není divu, že ji lze velmi plodně aplikovat. Nicméně, jak již víme, mluvit o tom, že třeba Aristotelovy kategorie na nás působí nějakým smyslovým dojmem, se zdá být zcela nepřijatelné,

49 Pojmy, s nimiž spojujeme čísla, musí splňovat dvě podmínky. Za prvé, jednoznačně identifikují příslušný agregát, tj. jsou jeho jednoznačnou deskripcí. Za druhé, mají tzv. „sjednocující sílu“, díky níž vzájemně odlišné entity (množství) vytváří určitý druh jednoty. Těmto pojmům se později začalo říkat *sortálními pojmy*. Srov. Frege, G., *Základy aritmetiky*, c. d., s. 210; Strawson, P. F., *Individuals. An Essay in Descriptive Metaphysics*. London, Routledge 1964, s. 168.



a tudíž by bylo i nemožné rozhodnout, zda prstů na mých rukou je stejný počet jako Aristotelových kategorií.

Právě s touto námitkou se elegantně vypořádává Frege, když číslo nespojuje s konkrétními agregáty, ale s abstraktními pojmy a když je nepovažuje za atribut, ale za předmět. Nejde tedy o definici smyslově vnímatelného atributu, ale o definici rozumem postihnutelného abstraktního předmětu. Jak si však máme při definování takovýchto předmětů počínat? Kde a jak jsou nám takovéto abstraktní předměty dány, nemáme-li o nich žádný smyslový názor?<sup>50</sup> V odpovědi na tyto otázky užívá náš autor, jak sám říká, poněkud nezvyklý myšlenkový postup. Vychází z předpokladu, že každý předmět musí mít předem (implicitně nebo explicitně) daná identifikační kritéria.<sup>51</sup> Frege v tomto kontextu říká, že musíme být s to příslušný předmět vždy znovu rozpoznat.<sup>52</sup> Známe-li, dejme tomu, Alenu, pak ji rozpoznáme jako tutěž v různých situacích (poznáme ji na Václavském náměstí, v restauraci, v různých šatech atd.). Totéž v principu platí i o běžných abstraktních předmětech. Známe-li nějaký zvířecí druh, dejme tomu káně lesní, pak jej rozpoznáváme jako týž, ať už jeho instance (tj. konkrétní pták) sedí na poli, nebo se vznáší na obloze. Z našeho hlediska je důležité, že tuto úvahu lze rozšířit i na čísla. Víme-li, co je např. desítka, pak ji opět – podobně jako Alenu či káně – musíme rozpoznat jako jeden a tentýž předmět v různých kontextech či situacích. Mezi těmito předměty (Alena, druh káně, číslo) však existuje důležitý rozdíl. Alena je konkrétní předmět, druh káně je abstraktní předmět, který se spojuje s konkrétními předměty, a číslo je abstraktní předmět, který se spojuje s pojmy. Alenu můžeme potkat na různých místech oblečenou do různých šatů (večerní róba, bílý kostým, tepláky) a rozpoznat ji jako tutěž ženu; druh káně můžeme rozpoznat jako tentýž v jeho různých instancích (káně na poli nebo na nebi); a konečně jedno a totéž číslo můžeme rozpoznat jako totéž, ať už je „přestrojeno“ za jakýkoli pojem (*ovce na louce, prsty obou rukou, Aristotelovy kategorie*). Znalost těchto předmětů proto implikuje naši schopnost verifikovat výroky jako „Žena přestrojená do večerní róby je táž jako žena oblečená do bílého kostýmu“; „Druh ptáka na nebi je týž jako druh ptáka na zemi“; „Ovcí na louce je týž počet jako prstů na mých rukou“. Všechny tyto výroky mají formu identity, již lze v případě číselných údajů vyjádřit obecně jako *počet F = počet G* ( $F$  i  $G$  jsou proměnné za pojmy).<sup>53</sup>

50 Frege, G., Základy aritmetiky, c. d., s. 219.

51 Tento požadavek později vyjádřil Quine pomocí slavného sloganu: „no entity without identity“. Srov. Quine, W. V. O., *Ontological Relativity and Other Essays*. New York, Columbia University Press 1969.

52 Frege, G., Základy aritmetiky, c. d., s. 219.

53 Dummett, M., *Frege: Philosophy of Mathematics*, c. d., s. 260.

S číselnými údaji však souvisí vážná obtíž. Výraz nalevo i napravo od rovnosti totiž označuje číslo, a to jsme dosud nedefinovali. Jestliže však prozatím nevíme, co číslo je, nedokážeme ani rozhodnout, zda jsou číselné údaje pravdivé, či nepravdivé. Podle Frega lze naznačenou obtíž vyřešit jedině tak, že nalezneme nějaké vnější kritérium, pomocí něž budeme s to pravdivostní hodnotu číselných údajů jednoznačně určit. Musíme tedy nalézt výrok, který po obsahové stránce odpovídá číselnému údaji, nicméně se v něm nevyskytuje problematický výraz „číslo, které náleží pojmu  $F$ “. Při jeho hledání nám pomůže, vrátíme-li se k Fregově poeticky zabarvené myšlence, že lze jedno a totéž číslo převléknout za různé pojmy. Jedna a táž desítka se tak jednou „převlékne“ za *ovce na louce*, podruhé za *prsty na mých rukou*. Desítka, ale i každé jiné číslo, tak trochu připomíná rozmarnou Alenu, která každou chvíli mění svůj úbor, ale kterou pozorovatel bez tohoto úboru vidět nemůže. To, že se jedná neustále o tutéž osobu, pozná tak, že mezi Alenou oblečenou do různých druhů šatů nastává vztah podobnosti. Výrok „Žena v černé večerní robě je táž jako žena v bílém kostýmu“ tedy nemůžeme (pokud budeme respektovat běžné zvyklosti) verifikovat tím, že bychom krásku vysvlékli, ale tím, že srovnáme, dejme tomu, tvář ženy ve večerních šatech s tváří ženy v kostýmu. Podobně je tomu i v případě čísla, i to se rádo převléká, jeho „oděvem“ však nejsou drahé róby, ale pojmy. Ty se liší od šatů tím, že je z čísel nelze ani v principu „svléknout“. Potřebujeme tedy nezbytně kritérium, pomocí něž rozhodneme, že desítka „převlečená“ za pojem *ovce na louce* je tentýž předmět jako desítka převlečená za pojem *prsty na mých rukou*. Prostředek k rozpoznání této podobnosti nalezl podle Frega již Hume, který říká: „Jsou-li dvě čísla spojená v celek takovým způsobem, že každé jednotce jednoho čísla odpovídá vždy jedna jednotka druhého čísla, pak tvrdím, že jsou stejná.“<sup>54</sup> K tomuto názoru se podle Frega v poslední době přiklání i matematici, kteří definují „totožnost čísel ... prostřednictvím jedno-jednoznačného přiřazení.“<sup>55</sup> Výrok  $Počet F = Počet G$  je tedy pravdivý právě tehdy, odpovídá-li každé jednotce, která spadá pod pojem  $F$ , právě jedna jednotka, která spadá pod pojem  $G$ .

Zdá se, že tímto krokem jsme již dosáhli našeho cíle a máme konečně k dispozici definici čísla. Význam výrazu *počet F* jsme vysvětlili tak, že jsme stanovili prostředek, s jehož pomocí rozpoznáme určité číslo, ať už vystoupí v jakémkoli převleku, či ať už jej aplikujeme na jakýkoli pojem. Díky tomu jsme s to aplikovat i Leibnizovo kritérium identity, podle něhož lze mezi

54 Hume, D., *A Treatise of Human Nature*. Oxford, Oxford University Press 2000, kniha I, část III, sekce 1.

55 Frege, G., *Základy aritmetiky*, c. d., s. 232.

dvěma výrazy psát znaménko rovnosti jen tehdy, lze-li je *salva veritate* zaměňovat.<sup>56</sup>

Frege přesto spokojen není. Povšiml si totiž obtíže, které se v odborné literatuře později začalo říkat „Caesarův problém“.<sup>57</sup> O co jde? Kritérium stejnopočetnosti, které jsme zavedli k tomu, abychom s jeho pomocí rozpoznali identitu jednoho předmětu s druhým, v některých kontextech bohužel selhává. Jedná se o případy, v nichž do číselných údajů nedosadíme čísla, ale předměty jiného druhu, např. Caesara. Takovýmto dosazením vznikají paradoxně znějící výroky jako „Počet ovcí na louce je Caesar“. Pokoušet se na ně aplikovat kritérium stejnopočetnosti a ptát se, zda jsou ovce na louce stejnopočetné s Caesarem, prostě nedává žádný rozumný smysl.

Na první pohled vypadá tato námitka jako uměle vykonstruovaná. Asi stěží bychom našli rozumně uvažujícího člověka, který by považoval Caesara za číslo a dosadil by jej do číselného údaje. Každý přece dokáže rozlišit mezi konkrétním Caesarem a abstraktní desítkou. Každý jistě předem ví, co jsou empirické předměty a co čísla! Z těchto naprosto přirozených úvah však vyplývá zcela nežádoucí závěr. Chceme-li pro verifikaci číselných údajů použít kritérium stejnopočetnosti, musíme do nich nejprve dosadit náležité předměty. Abychom to však provedli správně, je třeba předem vědět, co je číslo. Tím jsme se však vrátili na úplný začátek našich úvah. Problém povahy čísla stojí před námi stejně problematický jako dříve! Klademe-li si tedy otázku, co je číslo, a vycházíme-li při tom z číselných údajů, odpověď přirozeně nejdeme.

Frege však, jak se z jeho dalších úvah zdá, příliš v rozpacích není. Úsečně konstatuje neúspěch a zkouší novou cestu. Ta vede opačným směrem než cesta právě popsaná. Na jejím začátku totiž nestojí analýza číselných údajů, nýbrž kritérium stejnopočetnosti. Jeho aplikaci můžeme rozhodnout, zda mezi pojmy nastává či nenastává vztah podobnosti (co do stejno-početnosti). Vzájemně podobné pojmy pak lze shrnout pod pojem, mezi jehož prvky právě tento vztah nastává. A právě rozsah takového pojmu nazývá náš autor číslem. Číslo, které náleží pojmu  $F$ , je proto rozsah pojmu „být stejnopočetný s pojmem  $F$ “.<sup>58</sup> Číslo je tedy – moderně řečeno – třída, jejímiž prvky nejsou běžné empirické předměty, ale předměty abstraktní (stejno-početné pojmy).<sup>59</sup>

Tím jsme se však již dostali ke skutečnému vrcholu Fregových úvah. Číslo je podle dnešní terminologie množinově teoretický předmět, s nímž se se-

56 K tomu srov. Rodríguez-Pereyra, G., *Leibniz's Principle of Identity of Indiscernibles*. Oxford, Oxford University Press 2014, s. 20-34.

57 Srov. Shapiro, S., *Thinking about mathematics. The philosophy of mathematics*, c. d., s. 186.

58 Frege, G., *Základy aritmetiky*, c. d., s. 238.

59 Srov. Dummett, M., *Frege Philosophy of Mathematics*, c. d., s. 288.

tkáváme v apriorní oblasti, již náš autor nazývá „třetí říše. To, co (do ní) náleží, se shoduje se [subjektivními] myšlenkami v tom, že to rovněž není vnímatelné smysly, ale shoduje se to i s [vnějšními] věcmi v tom, že to nepotřebuje žádného nositele, k jehož vědomí by to patřilo.“<sup>60</sup> Třetí říše se tak vyskytuje někde mezi empirickým světem a světem našeho vědomí, a není proto divu, že ji někteří interpreti ztotožňují s platónskou říší idejí.<sup>61</sup> Její zákony mají přirozeně jinou povahu než zákony přírodní, nevyžadují „praktické ověření, aby byly použitelné ve vnějším světě; ... [v něm totiž] neexistují žádné pojmy, žádné vlastnosti pojmů, žádná čísla“.<sup>62</sup> Tyto zákony jsou vyššího druhu, protože je nelze aplikovat přímo na vnější svět, ale jsou „použitelné až na soudy, které platí o věcech vnějšího světa: jsou to zákony přírodních zákonů. Netvrdí žádnou souvislost mezi přírodními jevy, ale souvislost mezi soudy; a k těm patří také přírodní zákony.“<sup>63</sup> Širokou aplikaci aritmetických zákonů na empirický svět tedy podle Frege nelze vysvětlit tak, jak to činili Aristotelés nebo Mill, kteří předmět aritmetiky ztotožnili s kvantitativní stránkou skutečnosti, ale je třeba obrátit pozornost k objektivně daným myšlenkám, jejichž pomocí tento svět popisujeme. Právě tímto obratem však Frege zachraňuje zvláštní apriorní status matematiky.

Z těchto úvah je patrné, jakým způsobem se Frege snaží dát za pravdu celé dřívější aprioristické tradici, podle níž mezi větami matematiky a ostatních věd existuje podstatný rozdíl. Současně je ale i patrné, že na rozdíl od této tradice vychází při definování čísla z jeho aplikace. Tím však tradiční apriorismus překonává a dává v určitém smyslu za pravdu aposteriori přístupu.

## SUMMARY

### Frege's conception of the application of arithmetic

The authors believe that the problem of applicability can be approached in two ways. One approach derives from the fact that the empirical world has been the source of many mathematical concepts, and claims that arithmetic captures reality in the same way as common empirical disciplines. Its miraculous applicability can then be explained by the greater universality of the concepts used. Such an approach is designated *a posteriori*. The other approach to the problem of applicability, designated *a priori*, assumes that arithmetic is not grounded empirically, in fact it is already there before all experience. Upon analysis, both approaches have merits as well as shortcomings. On the

60 Frege, G., Myšlenka. Logické zkoumání. In: týž, *Logická zkoumání. Základy aritmetiky*, c. d., s. 115.

61 Srov. např. Burge, T., *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford, Clarendon Press 2005. Sám Frege (*Základy aritmetiky*, c. d., s. 183) říká: „Tato oblast toho zahrnuje nejvíce, neboť do této oblasti patří nejen to, co je skutečné, nejen to, co je názorné, nýbrž vše, co je myslitelné.“

62 Frege, G., *Základy aritmetiky*, c. d., s. 256.

63 Tamtéž.

authors' view, these merits and shortcomings were already noticed by Frege. Though his conception is to be classified as an *a priori* approach, he – unlike his predecessors – also learned much from proponents of *a posteriori* conceptions.

**Keywords:** arithmetic, problem of application, Frege, formalism, number

# Vedecké inštrumenty a skutočnosť<sup>1</sup>

Ladislav Kvasz —

Filosofický ústav AV ČR, v.v.i., Praha

Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, Praha

Termín *inštrumentálny realizmus* zaviedol Don Ihde<sup>2</sup> na označenie skupiny piatich amerických filozofov vedy – Roberta Ackermanna,<sup>3</sup> Huberta Dreyfusa,<sup>4</sup> Iana Hackinga,<sup>5</sup> Dona Ihdeho a Patricka Heelana,<sup>6</sup> ktorých spája zastávanie realistickej pozície vo filozofii vedy a záujem o inštrumentálny rozmer vedy. V sérii statí sme sa pokúsili prispieť k rozvoju inštrumentálneho realizmu začlenením matematiky do jej rámca.<sup>7</sup> Hlavnou ideou pritom bolo, že aj matematika je založená na skúsenosti, rovnako ako veda. Táto skúsenosť však nie je priama, ale je sprostredkovaná nástrojmi symbolickej a ikonickkej reprezentácie. Matematické výsledky získané pomocou týchto nástrojov sa dajú najlepšie vysvetliť na *realistickom základe*, keď predpokladáme, že existuje aspekt reality, ktorý je matematikmi objavovaný. Pri tomto objavovaní majú reprezentačné nástroje nezastupiteľnú úlohu.

*Inštrumentálny realizmus* možno považovať za strednú pozíciu medzi *obyčajným, robustným, alebo priamočiarym realizmom*<sup>8</sup> (ďalej ORP realiz-

1 Príspevok vznikol v rámci Fellowship Jana Evangelisty Purkyně na Filosofickom ústave Akadémie vied Českej republiky v Prahe.

2 Ihde, D., *Instrumental Realism: The Interference between Philosophy of Science and Philosophy of Technology*. Bloomington, Indiana University Press 1991.

3 Ackermann, R., *Data, Instruments, and Theory*. Princeton, Princeton University Press 1985.

4 Dreyfus, H. L., *What Computers Can't Do*. New York, Harper and Row 1972.

5 Hacking, I., *Representing and Intervening*. Cambridge, Cambridge University Press 1983.

6 Heelan, P., *Space Perception and the Philosophy of Science*. Berkeley, University of California Press 1983.

7 Kvasz, L., Matematika a skúsenosť. *Organon F*, 16, 2009, 2, s. 146-182. Kvasz, L., Penelope Maddy medzi realizmom a naturalizmom. *Filozofia*, 65, 2010, 6, s. 522-537. Kvasz, L., Matematika a skutočnosť. *Organon F*, 18, 2011, 3, s. 303-330.

8 Pozri Koťátko, P., Realismus a jazykový konstruktivismus. *Organon F*, 12, 2005, 4, s. 377-396; Koťátko, P., Místo jazyka ve světě a robustní realismus. In: Zouhar, M. (ed.), *Realismus, internalismus, individualismus*. Bratislava, Infopress 2010, s. 67-74; alebo Marvan, T., *Realismus a relativismus*. Praha, Academia 2014.

mom) na jednej strane a *vedeckým realizmom*<sup>9</sup> na strane druhej. Spočíva na téze, že existuje od nás nezávislá realita, ku ktorej máme prístup, ale tento prístup je nepriamy, sprostredkovaný reprezentáčnymi nástrojmi. Tieto nástroje sú z rôznych druhov, môžu byť vytvorené z proteínov, ako napríklad naše orgány zraku, sluchu alebo hmatu; môžu byť vyrobené z dreva, skla a kovu, ako napríklad mikroskopy, teleskopy alebo urýchľovače; alebo môžu byť vytvorené z materiálnych realizácií matematických symbolov, ako napríklad kalkuly algebry, matematickej analýzy či predikátového počtu.<sup>10</sup>

*ORP realizmus* možno charakterizovať ako *pesimistický názor*, podľa ktorého všetko dôležité sa udialo počas našej biologickej evolúcie a náš prístup k realite sa od tej doby, čo sme pred niekoľkými miliónmi rokov opustili savany južnej Afriky, v ničom podstatnom nezmenil. ORP realizmus ponecháva prístup k realite v kompetencii proteínových nástrojov nášho tela. Za skutočné považuje všetko to, čo môžeme vidieť, hmatáť, či počuť, a náš jazyk charakterizuje tak, že sa vzťahuje primárne k tejto skutočnosti. Ostatné veci sú, alebo môžu byť, skutočné len vtedy, keď sa dostatočne podobajú vnímateľným veciam. ORP realizmus nemá skutočný záujem o otázky týkajúce sa existencie takých vecí, ako flogistón, atómy, čísla alebo množiny, a je pripravený prenechať tieto otázky odborníkom. Niektorí zástancovia ORP realizmu majú vo zvyku na koniec zoznamu vecí, ktoré považujú za reálne, pridať atómy alebo elektróny. Je to však sotva viac než rétorická figúra, pretože otázkam existencie a statusu týchto objektov sa vážnejšie nevenujú.<sup>11</sup>

Keď ako rozdiel medzi svojou pozíciou a vedeckým realizmom zástancovia ORP realizmu uvádzajú, že ORP realista prijíma všetky *pozorovateľné entity* postulované vedou a od vedeckého realizmu sa líši iba tým, že odmieta akceptovať *nepozorovateľné teoretické entity* (ktoré vedecký realizmus prijíma), nemožno to brať úplne vážne, pokiaľ nevysvetlí, čo rozumie pozorova-

9 Pozri Schmidt, M., Predmety, kauzalita a vedecký realizmus. *Filozofia*, 65, 2010, 7, s. 643-651; alebo Schmidt, M. – Taliga, M., *Filozofia prírodných vied*. Bratislava, Aleph 2013.

10 Klasický inštrumentálny realizmus považuje za inštrumenty iba technologicky vytvorené vedecké prístroje. Naša pozícia tak prináša dva posuny oproti klasickému inštrumentálnemu realizmu. Jednak ho **rozširujeme na matematiku**, keď tvrdíme, že algebraickej symbolike či euklidovským konštrukciám možno porozumieť práve ako inštrumentom, ktoré sprostredkujú aspekty matematickej reality tak ako prístroje fyziky sprostredkujú aspekty fyzikálnej reality. Okrem toho navrhujeme aj **zmyslové orgány ľudského tela** považovať za proteínové inštrumenty vytvorené „slepým hodinárom“ evolúcie. Môže sa zdať mátku uvádzať v jednom článku všetky tieto oblasti naraz, ale intuície jednotlivých oblastí na navzájom podporujú.

11 Pozri Marvan, T., *Realismus a relativismus*, c. d., s. 12. Zdá sa, že OPR realisti nemajú odpoveď na otázku, ako je možné odlišiť elektrón od kalorika, ktorého existenciu veda zastávala po dobu jedného storočia. Nemôže byť elektrón iba ďalší príbuzný kalorika, vedľa flogistónu, éteru, elektrického a magnetického fluida? A čo je ešte dôležitejšie, nemajú ani odpoveď na otázku interpretácie kvantovej mechaniky. Nie je jasné, ako sa môžu vyrovnáť s dvojštrbinovým experimentom či princípom neurčitosti. Inštrumentálny realizmus na rozdiel od ORP realizmu tieto otázky berie vážne.

ním a akú úlohu pritom pripisuje vedeckým inštrumentom. Domnievame sa, že keby sa zástanca ORP realizmu vážne zamyslel nad týmito otázkami, jeho pozícia by sa postupne rozpadla. Zistil by, že ak chce prijať aj elektróny ako reálne, jeho realizmus nemôže byť ani *obyčajný* (kvôli tunelovému javu), ani *robustný* (kvôli interpretácii dvojštrbinového experimentu), ani priamočiary (kvôli princípu neurčitosti), a tak postupne by dodriftoval do tábora inštrumentálneho realizmu. Dvere sú tam pre neho otvorené.

Na druhej strane stojí *vedecký realizmus*, podľa ktorého objekty postulované pravdivými vedeckými teóriami musia byť považované za skutočné. Flogistón nie je skutočný, lebo flogistónová teória horenia nie je pravdivá; elektróny sú skutočné, lebo kvantová elektrodynamika je podľa súčasného stavu poznania pravdivá fyzikálna teória; zatiaľ čo čísla nie sú skutočné, pretože aritmetika nie je vedecká teória. Vedecký realizmus zastáva **prehnane optimistický názor**, že niektoré z našich vedeckých teórií sú pravdivé a že sme schopní spoznať, ktoré to sú. Podľa inštrumentálneho realizmu žiadne z našich teórií nie sú pravdivé v striktnom zmysle. Všetky teórie sú aproximácie a treba ich preto považovať za pravdivé iba na určitej hladine presnosti (t. j. na 10, 20 či 30 desatinných miest, čo je však stále relatívne málo pri porovnaní s ďalšími 100, 200 či 300 desatinnými miestami, o ktorých nemáme ani potuchy). Presvedčenie vedeckého realistu, že v niektorých prípadoch sme dosiahli limitu procesu aproximácie a s konečnou platnosťou sme siahli na realitu, je preto prehnane optimistické.

ORP realizmus sme charakterizovali ako pesimistický názor, že odkedy biologická evolúcia vytvorila naše proteínové nástroje, nič naozaj dôležité sa nestalo a náš prístup ku skutočnosti spočíva aj dnes výlučne na našich zmyslových orgánoch. Na druhej strane vedecký realizmus môžeme charakterizovať ako optimistický názor, že veda prináša nové prístupy ku skutočnosti, pričom aspoň v niektorých prípadoch je vývoj vedeckých prístrojov zavŕšený a došli sme na koniec cesty. Obom týmto prístupom je spoločné presvedčenie, že **existuje jedna privilegovaná sada nástrojov** (biologických, respektíve vedeckých) a byť skutočný znamená byť prístupný pomocou tejto sady. Na rozdiel od týchto dvoch extrémov *inštrumentálny realizmus* tvrdí, že existuje **ireducibilná pluralita rôznych sád nástrojov** (alebo inštrumentálnych praxí), z ktorých každá otvára odlišný prístup ku skutočnosti. Musíme odolať pokušeniu vybrať si jednu z týchto sád ako tú „pravú“ a objekty, ku ktorým otvárajú prístup nástroje tejto sady, prehlásiť za *jedínú skutočnosť*.

Inštrumentálny realizmus nepopiera, že **existuje realita nezávislá od nás, nášho jazyka, našej kultúry a našich nástrojov**. Mnohé aspekty tejto reality poznáme s dostatočnou mierou presnosti a na tomto poznaní zakladáme naše každodenné rozhodnutia a činy. V tom sa inštrumentálny realista zhodne s ORP realistou. Na rozdiel od neho sa však inštrumentálny realista



domnieva, že mnohé aspekty reality ešte nepoznáme s dostatočnou presnosťou a o mnohých aspektoch, ktoré zásadným spôsobom determinujú naše životy, nemáme ani potuchy. Skutočnosť je oveľa bohatšia než realita prijímaná zástancami ORP realizmu. Zástancovia ORP realizmu majú plné právo nezaujímať sa o výsledky vedy; tento nedostatok záujmu však spôsobuje, že majú obmedzený obraz skutočnosti. Mnohé z najzaujímavejších a intelektuálne najpodnetnejších zmien, pokiaľ ide o pojem skutočnosti, sa odohrali práve vo vede. Ignorovať ich je jednoducho zlá voľba.

Na druhej strane zástanca vedeckého realizmu sústreďuje svoju pozornosť iba na teórie súčasnej vedy. Teórie minulosti považuje za prekonané novšími teóriami, ktoré si preto zasluhujú výlučnú pozornosť filozofa. Inštrumentálny realista sa naproti tomu domnieva, že naše poznanie ešte nedosiahlo stupeň završenosti, a teórie súčasnej vedy je teda treba považovať za teórie, ktoré budú v budúcnosti prekonané lepšími. Preto medzi teóriami súčasnej a minulej vedy neexistuje žiadny zásadný rozdiel, a preto by mali byť považované vo viacerých ohľadoch za rovnocenné.<sup>12</sup> Z tohto dôvodu nie je možné dôjsť ku skutočnosti tak, že zvolíme naše „najlepšie teórie“ a vypočítame si, čo je podľa nich skutočné. Musíme sa naučiť načúvať všetkým vedeckým teóriám minulosti a vytvoriť pojem skutočnosti tak, aby sme všetkým dopriali náležitý sluch.

Výklad inštrumentálneho realizmu v matematike v článkoch *Matematika a skúsenosť*,<sup>13</sup> *Penelope Maddy medzi realizmom a naturalizmom*<sup>14</sup> a *Matematika a skutočnosť*<sup>15</sup> vyvolal kritickú odozvu u kolegov Jaroslava Peregrina,<sup>16</sup> Martina Schmidta,<sup>17</sup> Pavla Labudu<sup>18</sup> a Juraja Bánovského.<sup>19</sup> Ich kritiky jasne identifikujú nedostatky uvedených textov. Asi nebolo rozumné začať výklad inštrumentálneho realizmu matematikou a inštrumentálny realizmus vo fyzike predpokladať ako samozrejmy. On samozrejmy nie je, veď vo filozo-

12 To samozrejme neznamená, že by sme mali ignorovať skutočnosť, že určité teórie boli vyvrátené. To, k čomu smerujeme, nie je relativizmus. Mali by sme si však uvedomiť, že aj naše súčasné teórie budú skôr či neskôr vyvrátené. To, či je teória vyvrátená alebo nie, je tak otázka času, a nie kvality. Mali by sme sa preto sústrediť na to, akým spôsobom bola tá ktorá teória vyvrátená, a nie na fakt, že k vyvráteniu došlo.

13 Kvasz, L., *Matematika a skúsenosť*, c. d.

14 Kvasz, L., *Penelope Maddy medzi realizmom a naturalizmom*, c. d.

15 Kvasz, L., *Matematika a skutočnosť*, c. d.

16 Peregrin, J., Kvaszova filozofie matematiky mezi platonismem a naturalismem. *Organon F*, 17, 2010, 1, s. 71-80 a Peregrin, J., Spory o realismus, Hegel a jazyk(y) matematiky. *Organon F*, 19, 2012, 1, s. 66-83.

17 Schmidt, M. – Taliga, M., *Filozofia prírodných vied*, c. d.

18 Labuda, P., Priamočiary realizmus a jeho pozícia v rámci sporu realizmu a antirealizmu. *Organon F*, 20, Supplementary Issue 1, 2013, s. 64-78 a Labuda, P., Inštrumentálny realizmus, ontológia rozlíšení a problém ontologického statusu inštrumentov. *Organon F*, 21, 2014, 2, s. 180-197.

19 Bánovský, J., Some Notes on Instrumental Realism. *Organon F*, 21, 2014, 2, s. 237-247.

fickom vzdelávaní ešte stále dominujú texty, ktoré poznanie zakladajú na zmyslovej skúsenosti. Rovnako prispelo k nedorozumeniam aj to, že (mlčky predpokladajúc pozíciu inštrumentálneho realizmu vo fyzike) sú v textoch venovaných matematike zdôrazňované tie aspekty inštrumentálneho realizmu, kde sa matematika odlišuje od fyziky. To zviedlo mnohých kritikov k tomu, že predkladanú pozíciu vnímali ako váhanie či kolísanie medzi realizmom a antirealizmom (Peregrin), ako druh interného realizmu (Bánovský), alebo ju označili ako antirealizmus. Pri opätovnom čítaní článkov o inštrumentálnom realizme v matematike sa nemožno ubrániť pocitu, že tak činili oprávnené. Preto sa teraz pokúsime vyložiť pozíciu inštrumentálneho realizmu vo fyzike. Dúfame, že tu realistický aspekt dostane presvedčivú podobu. Inštrumentálny realizmus je tvorený spojením jeho jednotlivých častí (venovaných matematike, fyzike a ostatným oblastiam poznania), ktoré by si nemali protirečiť, ale sa navzájom podporovať. Preto určité aspekty, ktoré v oblasti matematiky ustupovali do úzadia, sa vo fyzike dostanú do hlavnej línie výkladu.

## 1. O úlohe inštrumentov vo fyzike

Aby sme objasnili úlohu nástrojov v prístupe ku skutočnosti, začneme niekoľkými príkladmi použitia inštrumentov vo fyzike a následne pristúpime k otázke, ako sa tieto inštrumenty podieľajú na konštitúcii fyzikálnej reality. Prístroje majú vo fyzike rôzne úlohy. Aby bolo možné tieto úlohy odlišiť, každú z nich budeme ilustrovať pomocou typického príkladu. Tieto príklady treba chápať ako ilustrácie princípov, ktoré sa v dejinách fyziky opakovali vo veľkom množstve variácií.<sup>20</sup>

### a. Prípád Galileo

Prvou úlohou nástrojov je pomôcť *spresniť obraz javu*, ktorý existuje aj *v bežnej skúsenosti*.<sup>21</sup> To bol prípad experimentov Galilea Galileiho (1564-1642) s naklonenou rovinou, ktoré viedli k objavu zákona voľného pádu. V bežnej

20 Vznik inštrumentálnej tradície vo fyzike u Galilea a Newtona je opísaný v Kvasz, L., *Zrod vedy ako lingvistická udalosť. Galileo, Descartes a Newton ako tvorcovia jazyka fyziky*. Praha, Filosofia 2013, s. 46-55 a 145-155. Vedecký inštrument chápeme ako štandardizovaný, reprodukovateľný, izolovaný a enkapsulovaný artefakt, ktorý umožňuje previesť zmeny určitého javu na zmeny dĺžky, uhla, či iného ľahko odčítateľného aspektu.

21 Zatiaľ sme neuviedli celkový rámec vývinu fyzikálnych inštrumentov, preto odkazujeme k bežnej skúsenosti. V skutočnosti by tu mala byť skúsenosť, získaná v rámci inštrumentálnej praxe predošlého štádia rozvoja fyziky. Keďže Galileo stál na počiatku fyziky, pri svojich experimentoch vychádzal z bežnej skúsenosti. Ďalšie príklady galileovského spôsobu používania inštrumentov však už nemusia odkazovať k bežnej skúsenosti, ale môžu odkazovať ku skúsenosti predošlej inštrumentálnej praxe.

skúsenosti vidíme veci padať a vieme, že pri páde z väčšej výšky padajú s väčšou rýchlosťou. Pomocou experimentov s naklonenou rovinou Galileo našiel matematický zákon, ktorý spája výšku, z ktorej teleso padá, s jeho rýchlosťou. Ako realisti, inštrumentálni realisti, veria, že zákony popisujúce voľný pád popisujú správanie sa nezávislej reality. To znamená, že telesá padali v súlade s týmto zákonom aj predtým, ako Galileo uskutočnil svoje pokusy.<sup>22</sup>

Existuje veľký počet ilustrácií galileovského spôsobu používania inštrumentov. Každý vie, že čím silnejšie ťahujeme gumu, tým viac sa roztiahne. Robert Hooke (1635-1703) premenil toto kvalitatívne pozorovanie v presný kvantitatívny zákon. Podobne (takmer) každý vie, že plyny sa ohrievaním rozťahujú. Robert Boyle (1627-1691) dospel pomocou presných meraní k zákonu ideálneho plynu. Rovnako je známe (resp. predchádzajúca inštrumentálna prax to umožnila zistiť s dostatočnou istotou), že elektrické náboje opačného znamienka sa priťahujú. Auguste Coulomb (1736-1806) objavil nový spôsob merania nepatrných síl pomocou tzv. *torzných váh*. S ich pomocou uskutočnil sériu veľmi presných meraní a našiel kvantitatívny zákon opisujúci priťahovanie nábojov. Možno povedať, že galileovské upresňovanie obrazu skutočnosti je základným spôsobom používania inštrumentov. Fyzikálne tabuľky sú plné rôznych veličín, ktoré to ilustrujú.

## b. Prípád Torricelli

Druhou úlohou nástrojov je *vytvorenie nových javov*, ktoré ležia *na hranici bežnej skúsenosti* (resp. skúsenosti predošlej inštrumentálnej praxe). Príkladom tohto druhu bol objav atmosférického tlaku Evangelistom Torricellim (1608-1647). Na rozdiel od voľného pádu nie je atmosférický tlak prístupný bežnej skúsenosti. Bolo nutné vytvoriť nový nástroj, barometer, ktorý umožnil reprodukovateľným a intersubjektívnym spôsobom registrovať tento nový fenomén. Bez barometra nemôžeme ani len odhadnúť hodnotu tlaku. Mnohé civilizácie, alebo presnejšie povedané, všetky civilizácie pred Torricellim, netušili, že existuje niečo také ako atmosférický tlak. Tlak je *úplne nový jav* vytvorený pomocou príslušného nástroja. Bez barometra nemáme ani tušenie o jeho existencii, a tak Torricelliho objav viedol ku *zrodu novej inštrumentálnej praxe*, ktorá má podnes významnú úlohu v širokej škále disciplín od meteorológie až po medicínu, kde je meranie tlaku jednou zo základných činností vykonávaných úplne rutinne. Napriek tomu inštrumentálny realista sa ako realista domnieva, že atmosférický tlak je *rys reality existujúci nezávisle od jeho merania* a že všetky plyny sa správajú pred Torricelliho objavom

<sup>22</sup> Výklad experimentu s naklonenou rovinou je napríklad v Kvasz, L., *Zrod vedy ako lingvistická udalosť*, c. d., s. 50-52.

rovnako, ako sa správajú po ňom. Rozdiel je v tom, že my ľudia sme nemali potuchy o tomto jave a o zákonoch, ktorým podlieha.

Existuje rad ilustrácií tohto spôsobu používania inštrumentov, keď zdanlivo bezvýznamný poukaz (u Torricelliho to bola nemožnosť vyčerpať vodu z hlbokých šácht v mramorových doloch) vedca priviedla k odhaleniu javu ležiaceho na samej hranici bežnej skúsenosti.<sup>23</sup> Napríklad Luigi Galvani (1737-1798) si všimol, že žabie stehienka, položené na stôl, sa pri dotyku noža stiahli. Keď začal skúmať tento jav, priviedlo ho to k objavu toho, čo sa dnes nazýva galvanická elektrina. Na Galvaniho výskumy nadviazal Alessandro Volta (1745-1827), ktorý vytvoril prvý stabilný zdroj elektrického prúdu. Podobne Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923) si všimol, že katódové žiarenie vyvolalo fluorescenciu bária aj napriek tomu, že nedošlo k priamemu dopadu svetla. Skúmanie tohto javu ho priviedlo k objavu röntgenovho žiarenia a k novej inštrumentálnej praxi siahajúcej od medicíny až k spektroskopii. Prípady tohto typu, keď vedec narazí na niečo zvláštne, čo upúta jeho pozornosť a následne objaví novú, netušenú oblasť javov, ktoré umožnia vytvorenie nového typu inštrumentov a novej inštrumentálnej praxe, patria medzi slávne epizódy z dejín vedy. Nie je ich tak mnoho ako príkladov ilustrujúcich galileovské používanie inštrumentov, ale stále sú dosť početné.

### c. Prípad Cavendish

Tretia úloha nástrojov, ktoré bude najdôležitejšie z pohľadu inštrumentálneho realizmu, je otvoriť prístup k *radikálne novým javom*, predpovedaným teóriami *ďaleko za hranicami bežnej skúsenosti*, javom, ktoré nebolo možné náhodne objaviť prostriedkami predchádzajúcej inštrumentálnej praxe. Objav atmosférického tlaku je síce pôsobivý, Torricelli bol však ešte stále vedený poukazmi v oblasti bežnej skúsenosti. Problém s čerpaním vody z hlbokých banských šácht upútal jeho pozornosť a priviedol ho k experimentálnemu štúdiu kvapalín v uzavretých skúmavkách, čo nakoniec vyústilo do objavu atmosférického tlaku. Tým samozrejme nechceme znižovať Torricelliho zásluhy o rozvoj vedy. Ale aj keď v bežnej skúsenosti nemáme *priamy prístup* k fenoménu atmosférického tlaku, stále ešte máme *nepriamy poukaz*, ktorý géniovi Torricelliho formátu postačil ako vodítko k jeho objavu. Jav atmosférického tlaku je teda stále ešte prítomný v našej bežnej skúsenosti (a ORP realista by ho tak mohol ešte stále považovať za skutočný). Na rozdiel od toho pre tretí druh javov nemáme v bežnej skúsenosti ani len nepriamy náznak, a tak neexistuje spôsob, ako by mohli byť objavené ortodoxným empirikom. Ako príklad tohto spôsobu použitia inštrumentov môžeme

23 Na hranici, lebo aj keď samotný jav v bežnej skúsenosti nemá obdoby, predsa len sa do nej premieta vo forme poukazu, ktorý Torricelliho pri jeho objave viedol.

vziať meranie gravitačnej sily, ktorá pôsobí medzi dvomi telesami, Henrym Cavendishom (1731-1810). Podobne ako v prípade atmosférického tlaku ani v prípade príťažlivej sily medzi bežnými telesami nemáme ani potuchy o jej existencii. Newton postuloval existenciu príťažlivej sily, pôsobiacej medzi ľubovoľnými telesami, a trvalo viac ako sto rokov, kým sa vyvinuli dostatočne citlivé prístroje, aby bolo možné zmerať veľkosť tejto sily. Bez Newtonovej predpovede by Cavendish netušil, že takáto sila existuje, a čo je dôležitejšie, nemal by predstavu o jej veľkosti, čo bolo nutné pre odhad úrovne presnosti, ktorú musí pri experimente dosiahnuť, aby ju mohol detekovať. Žiadna prednewtonovská civilizácia o existencii tejto sily netušila. Na rozdiel od atmosférického tlaku v bežnej skúsenosti (či predošlej inštrumentálnej praxi) neexistuje žiadny jav podobný pumpovaniu vody z banských šácht, ktorý by nás mohol naviesť. Bola to výlučne teória, ktorá Cavendisha priviedla k objavu tejto sily.

Existuje niekoľko veľkolepých objavov tohto druhu, kedy teória predpovedala nový jav, ktorého existenciu *nebolo možné predvídať* a na ktorý, kvôli extrémnej slabosti efektu či zvláštnym podmienkam potrebným pre jeho vytvorenie, *nebolo možné naraziť náhodou*. Sú to vrcholné momenty v dejinách vedy. Objavom tohto druhu bol objav elektromagnetických vĺn Heinrichom Hertzom (1857-1894), umožnený ich Maxwellovou predpoveďou, alebo objav ohybu svetla v blízkosti Slnka Arthurom Eddingtonom (1884-1944), umožnený jeho Einsteinovou predpoveďou. Ako v prípade gravitačných síl, tak aj v prípade elektromagnetických vĺn či ohybu svetla sú hľadané efekty tak jemné, že bez teoretickej predpovede by asi nikdy neboli objavené.

Rovnako ako v prípade Galileovho objavu zákona voľného pádu, Hookovho objavu zákona pružnosti a Boylovho zákona ideálneho plynu, Torricelliho objavu atmosférického tlaku, Galvaniho objavu elektrického prúdu a Röntgenovho objavu röntgenového žiarenia by inštrumentálneho realistu ani nenapadlo popierať existenciu príťažlivých síl medzi telesami, elektromagnetických vĺn v priestore či ohyb svetla v gravitačnom poli v dobe pred ich objavom Cavendishom, Hertzom, či Eddingtonom. Skutočnosť je taká, aká je; má množstvo objektívnych vlastností, o ktorých inštrumentálny realista veria, že veda ich vďaka neustálemu vylepšovaniu svojej inštrumentálnej praxe postupne objavuje.

#### d. Zhrnutie

Pri analýze uvedených príkladov nemusíme predpokladať žiaden významnejší rozdiel medzi ORP realitom, vedeckým realitom a inštrumentálnym realitom. *ORP realistu* možno nudia exkurzy do dejín vedy, kde sa z jeho pohľadu nedeje nič odlišné od toho, čo poznáme z kuchyne či garáže. Rovnako asi nudíme *vedeckého realistu*, ktorý by radšej počul o súčasných vedec-

kých objavoch, veď Newtonova teória gravitácie bola tak či tak vyvrátená Einsteinovou, takže nemá veľkú cenu strácať s ňou čas. O povahe reality nás táto teória nepoučí o nič viac než ľubovoľná iná vyvrátená vedecká teória – povie nám nanajvýš to, aká skutočnosť nie je a čo s určitosťou neexistuje. Pre *inštrumentálneho realistu* majú historické príklady veľký význam, lebo ukazujú, že *náš prístup k realite sa v priebehu času menil*. Ak tieto zmeny preskúmame, môžeme odhaliť neadekvátnosť ORP realizmu rovnako ako vedeckého realizmu. Stačí prejsť od diskusie príkladov úspechu vedy k jej početným zlyhaniam.

## 2. Inštrumenty a fyzikálna skutočnosť

Ak chceme lepšie pochopiť úlohu nástrojov v prístupe ku skutočnosti, musíme preskúmať prípady, kedy inštrumentálna prax zlyhala a priviedla nás k chybným záverom. Rovnako ako v predošlej časti, aj teraz uvedieme niekoľko príkladov tvoriacich gradovanú postupnosť.

### a. Prípad kalorika

Ako prvý príklad zoberieme teóriu kalorika. V 18. storočí fyzici zaviedli niekoľko substancií, ako sú flogistón, kalorikum, éter či elektrické a magnetické fluidum. Pomocou nich sa snažili vysvetliť javy ako je horenie, tepelná vodivosť, svetlo či elektrická a magnetická príťažlivosť. Paradigmaticým modelom fyziky 18. storočia, podľa vzoru ktorého boli vytvorené všetky uvedené teórie, bola hydrodynamika. Fyzici predpokladali napríklad, že nevážitelná substancia, nazývaná kalorikum, prúdi pórmi látky podobne ako voda presakuje cez piesok. Nahromadenie väčšieho množstva kalorika na určitom mieste telesa, ktoré je analogické k zvýšeniu hladiny vody, vnímame ako zvýšenie teploty. Hydrodynamická analógia znamená, že kalorikum potečie z oblastí s vyššou hladinou (t. j. vyššou teplotou) do oblastí s nižšou hladinou (t. j. nižšou teplotou), pričom intenzita toku kalorika je, rovnako ako v prípade vody, úmerná rozdielu výšok hladín.

Z týchto jednoduchých predpokladov bol Fourier schopný vo svojej slávnej knihe *La Théorie analytique de la chaleur* odvodiť rovnicu vedenia tepla. Okrem toho, že bol výborný fyzik, Fourier bol tiež vynikajúci matematik a vo svojej knihe uviedol niekoľko hlbokých matematických myšlienok. Prostredníctvom nových matematických techník bol schopný rovnice vedenia tepla vyriešiť pre celý rad pomerne zložitých situácií. Zatiaľ máme príbeh o úspechu. Problém však nastal, keď sa ukázalo, že kalorikum, t. j. substancia, ktorej existenciu Fourier pri svojom odvodení predpokladal, neexistuje. Napriek tomu všetky výsledky, ktoré Fourier za predpokladu existencie kalorika odvodil, ostávajú v platnosti. Rovnica vedenia tepla, jej riešenia, popisujúce roz-

loženie tepla za rôznych okrajových podmienok, ktoré Fourier odvodil, ako aj tok tepla, ktorý si predstavoval ako prúdenie kalorika a ktorý je zodpovedný za všetky detaily tepelných javov, sú v poriadku.

Zdá sa, že toto predstavuje problém pre vedecký realizmus, pretože nie je možné určiť, ktoré objekty postulované našimi najlepšimi súčasnými vedeckými teóriami sa podobajú kaloriku, a sú teda artefaktmi teórie, ktorým v skutočnosti nič nezodpovedá. Téma vedeckého realizmu, že ontologické záväzky našich najlepších vedeckých teórií je potrebné brať vážne, je spochybnená. Nikdy nemôžeme vedieť, ktoré ontologické záväzky našich dnešných vedeckých teórií budú v budúcnosti vyvrátené. Inštrumentálny realizmus sa snaží odpovedať na túto výzvu prechodom od realizmu chápaného ako **realizmus substancií** k realizmu chápanému ako **realizmus rozlíšení**. Takže namiesto toho, aby sme za skutočné považovali substancie, postulované vedeckými teóriami, inštrumentálny realizmus považuje za skutočné rozlíšenia, ktoré sú príslušnou teóriou inštrumentálne fixované, a na vysvetlenie ktorých teória postuluje príslušnú substanciu. Základná predstava je nasledujúca: Každý nástroj (či skôr každá stabilná inštrumentálna prax tvorená sadou nástrojov rôznych druhov) zavádza určité rozlíšenia, ktoré ho (resp. príslušnú prax) odlišujú od predchádzajúcich nástrojov (a praxí). Tieto rozlíšenia možno vyložiť ako rozdiely prislúchajúce samotnej skutočnosti. Tak barometer umožňuje rozlíšiť situácie, ktoré zodpovedajú dostatočne odlišným hodnotám tlaku.

Inštrumentálny realista je presvedčený, že tieto rozdiely sú skutočné, t. j. **ostanú zachované ako trvalý rys nášho obrazu skutočnosti** aj v nasledujúcich etapách vývinu inštrumentálnej praxe, ktoré prinesú vyššiu presnosť merania, alebo **budú vysvetlené ako dôsledok nejakého iného, podobne skutočného rozdielu**. Príkladom prvého druhu je Fourierova rovnica vedenia tepla, ktorá sa nezmenila po prechode od termodynamiky vybudovanej za predpokladu existencie kalorika k termodynamike vybudovanej na základoch štatistickej fyziky. Teplota už síce nie je mierou akumulácie kalorika v jednotkovom objeme, ale strednou kinetickou energiou pohybu molekúl, ale aj napriek tejto zmene rozloženie teploty v telese sa chová podľa rovnice objavenej Fourierom. Príkladom druhého druhu je určovanie presných atómových hmotností prvkov na konci 19. storočia, ku ktorému teraz prejdeme.

## b. Prípad chlóru

Na konci 19. storočia sa zistilo, že atómová hmotnosť chlóru je 35,453. Keď bol okolo roku 1920 zavedený pojem izotopu, ukázalo sa, že chlór má dva stabilné izotopy s hmotnosťou 35 a 37, a chlór vyskytujúci sa v prírode je zmesou týchto dvoch izotopov. Atómovú hmotnosť 35,453 je možné vysvetliť tým,



že na Zemi existujú spomínané dva izotopy v pomere 75,53 % a 24,47 %. Tak konkrétne **rozlíšenie** (t. j. hodnota 35,453, ktorá odlišuje chlór od iných prvkov) nezmizlo. Bolo len vysvetlené ako kombinácia dvoch ďalších rozlíšení – rozlíšenia hodnôt 35 a 37 pre atómové hmotnosti izotopov chlóru a pomerov 75,53 % a 24,47 % ich výskytu na povrchu Zeme. Ak vypočítame 35 krát 0,7553 plus 37 krát 0,2447, dostaneme 35,489, čo je dobrá zhoda.<sup>24</sup>

Tento príklad jasne ilustruje pozíciu inštrumentálneho realizmu. Naše teórie sú omylné, takže sa môžeme myliť v interpretácii čísla 35,453. Realizmus však nevyžaduje vševedúcnosť. K tomu, aby bolo možné dosiahnuť dotyk s realitou, nie je nutné, aby naše teórie (v tomto prípade mikroteória o atómovej hmotnosti chlóru) boli pravdivé. Číslo 35,453 predstavuje skutočné rozlíšenie aj napriek tomu, že entita postulovaná predošlou teóriou – atóm s atómovou hmotnosťou 35,453 – neexistuje. Inštrumentálny realizmus nie je realizmom substancií, netvrdí, že vedou postulované entity zaručene existujú. Tvrdí len, že číslo 35,453 charakterizujúce chlór na Zemi, označuje niečo reálne.

V základoch inštrumentálneho realizmu je presvedčenie, že každá substancia postulovaná našimi vedeckými teóriami bude skôr či neskôr nahradená radom rozlíšení a ich funkcií. V prípade termodynamiky bolo kalorikum (t. j. nevážiteľná substancia) nahradené strednou kinetickou energiou pohybu jednotlivých molekúl (t. j. funkciou veľkého množstva individuálnych charakteristík molekúl). Podobne v prípade atómovej fyziky bol chlór s atómovou hmotnosťou 35,453 nahradený dvojicou izotopov s hmotnosťami 35 a 37. Substancie postulované našimi súčasnými vedeckými teóriami budú pri zvýšení presnosti našej inštrumentálnej praxe s veľkou pravdepodobnosťou nahradené štruktúrami. Vedecký realizmus by mal byť z hľadiska inštrumentálneho realizmu opravený v tom zmysle, že ontologické *posity* našich vedeckých teórií, ktoré majú podobu dištinkcií (na rozdiel od substancií), by mali byť považované za skutočné. Keď prijmeme túto korekciu, už sa nemusíme obmedzovať na naše súčasné vedecké teórie, ale môžeme (a mali by sme) rovnako uvažovať aj o vedeckých teóriách minulosti. Nie je podstatné, že boli vyvrátené. Vyvrátené budú, skôr či neskôr, aj naše súčasné teórie. Rozlíšenia, ktoré tieto teórie zaviedli, sú však aj napriek ich vyvráteniu reálne, a teda trvalé.

### c. Prípad dokonale tuhého telesa

Ďalší príklad ilustrujúci problémy realizmu vo vede je spojený s pojmom tuhého telesa tak, ako bolo zavedené v mechanike kontinua v priebehu 18. storočia. Zatiaľ čo v prípade kalorika J. P. Joule empiricky ukázal, že *kalo-*

24 Pozri Hacking, I., *Representing and Intervening*, c. d., s. 8.



*rikum neexistuje*, v prípade tuhého telesa je situácia ešte dramatickejšia. Tu Einstein ukázal, že dokonale tuhé teleso **nemôže existovať**, pretože pomocou neho by bolo možné šíriť pôsobenie rýchlosťou väčšou, ako je rýchlosť svetla. Avšak tým, čo je na tomto prípade zaujímavé a čo ho odlišuje od prípadu kalorika, je, že nemožnosť existencie dokonale tuhého telesa nebola ukázaná experimentálne, ale vyplynula z úplne inej teórie, vytvorenej asi o sto päťdesiat rokov neskôr, než bola vytvorená mechanika kontinua. Odpoveď inštrumentálneho realizmu na túto výzvu je, že nie tuhé teleso ako také, ale iba rozlíšenia odvodené v rámci teórie tuhých telies, ako je napríklad Eulerova rovnica opisujúca rotáciu tuhého telesa, sú skutočné.

Zdá sa však, že tento príklad, ktorý je len jedným z mnohých podobných príkladov, predstavuje výzvu pre *ORP realistu*. ORP realista sa domnieva, že objekty, na ktoré odkazujú opisy nášho bežného jazyka, sú skutočné. Ale ak veda ukazuje, že takéto objekty **nemôžu existovať**, je to problém. Tuhé teleso nie je teoretická entita postulovaná vedeckou teóriou (ako bolo kalorikum). Je to idealizácia objektov bežnej skúsenosti. ORP realista môže zaujať stanovisko, že predmety, na ktoré odkazuje náš obyčajný jazyk, nie sú ani tuhé telesá eulerovskej mechaniky kontinua, ani objekty teórie relativity. Takáto pozícia je možná, ale zavádza teóriu dvoch svetov: náš svet sa rozdelí na bežný svet, ku ktorému referujú výrazy bežného jazyka, a svet vedy, ku ktorému referujú výrazy vedeckých teórií. Takto teória ORP realizmu prestáva byť robustnou.

### 3. Aproximácia a ontológia

Napätie, navodené v realizme (ORP alebo vedeckom) pomocou uvedených príkladov, možno zahrnúť pod pojem aproximácie. Vedecké teórie sú vždy predbežné a aproximatívne. To je problém pre realizmus, pretože je ťažké mať predbežnú a aproximatívnu ontológiu. Zdá sa, že niečo buď je voda, alebo to nie je voda – ale nemôže to byť voda len približne. Nejaká látka môže mať vlastnosti, ktoré sú viac alebo menej podobné vlastnostiam vody, ale nemôže *byť vodou* iba približne. Určitosť je charakteristickým rysom našich ontologických kategórií. Už Aristoteles poukázal na to, že podstata nemá stupne. Častou odpovede na túto výzvu je rozvíjať inštrumentálny realizmus ako realizmus rozlíšení. Druhá časť odpovede je spojená s tým, že každý nástroj má **obmedzenú rozlišovaciú schopnosť**. Nástroj predkladá skutočnosť v istom zmysle diskretnu, nakrájanú do pixelov minimálnej rozlišovacej schopnosti nástroja. Preto v reprezentácii skutočnosti založenej na konkrétnom súbore nástrojov sú prítomné iba tie *rozlíšenia, regularity a zákony*, ktoré sú prístupné prostredníctvom daného súboru nástrojov. Všetky ostatné *rozlíšenia, regularity a zákony* – a existuje ich nekonečný počet – nevstupujú do

príslušnej reprezentácie.<sup>25</sup> Inštrumentálny realizmus teda musí vysvetliť, čo sa deje, keď vedci prejdú od jednej sady nástrojov, ktoré majú určitú rozlišovaciu schopnosť, k inej sade nástrojov, ktoré majú vyššiu rozlišovaciu schopnosť. To sa stalo napríklad pri prechode od newtonovskej fyziky, ktorá používala teleskopy a kyvadlá, k relativistickej fyzike, založenej na nástrojoch, ako je interferometer, ktoré majú vyššiu rozlišovaciu schopnosť. Výsledkom je obraz skutočnosti, ktorý je jemnejší než predchádzajúci obraz, vypracovaný bez interferometra.

Hlavnou tézou inštrumentálneho realizmu je, že v novej, presnejšej reprezentácii skutočnosti sú *rozlíšenia, regularity a zákony* staršej reprezentácie stále rozpoznateľné. Presnejší obraz obsahuje veľké množstvo nových, jemnejších *rozlíšení, regularít a zákonov*, ale vedľa nich sú staré črty stále prítomné. Túto tézu môžeme presnejšie vyjadriť, keď povieme, že existujú izomorfné vnorenia staršej štruktúry do novej. Je však dôležité si uvedomiť, že **to neznamená** návrat ku kumulatívnej teórii vývoja vedy, zastávanej logickým pozitivizmom. Ak budeme analyzovať prechod od newtonovskej k relativistickej fyzike, zistíme, že tieto teórie dávajú niekedy rôzne predpovede, a keď to robia, ukazuje sa, že Newtonove predpovede sú nesprávne. Takže tu nemáme do činenia s kumulatívnym rastom. Nová teória prináša nové poznanie, a súčasne vyvracia predošlé.

Z pohľadu inštrumentálneho realizmu to, že Newtonova fyzika opisuje skutočnosť, neznamená, že je pravdivá. Žiadna teória nie je pravdivá na všetkých škálach merania. Stačí, že v limitnom prípade  $c \rightarrow \infty$  relativistická teória dáva rovnaké výsledky ako newtonovská. To znamená, že v relativistickom univerze existuje oblasť javov (určená podmienkou  $\frac{v}{c} < 1$ ), pre ktorú relativistický opis dáva rovnaké výsledky ako predpovedala newtonovská fyzika. To stačí na to, aby sme mohli tvrdiť, že:

1. Newtonovská fyzika vznikla na základe *inštrumentálnej praxe* založenej na nástrojoch ako sú kyvadlá, optické teleskopy a sklenené hranoly.
2. Prostriedkami tejto inštrumentálnej praxe objavila celý rad *rozlíšení, regularít a zákonov* týkajúcich sa fyzikálnej reality.
3. Inštrumentálna prax newtonovskej fyziky nedokázala generovať a merať rýchlosti blízke rýchlosti svetla  $c$ . Preto **nedokázala odlíšiť  $c$  od  $\infty$** .
4. Teória relativity vznikla na základe *presnejšej inštrumentálnej praxe*, ktorá bola vďaka interferometrom schopná registrovať efekty protirečiacie newtonovským predpovediam.

25 To samozrejme neznamená, že tieto rozlíšenia, regularity a zákony by neboli skutočné.

5. Napriek tomu *rozlíšenia, regularity a zákony* objavené newtonovskou fyzikou sú skutočné, pretože sa reprodukovujú v relativistickej fyzike v limite  $c \rightarrow \infty$ .

Takto máme realistický výklad fyzikálnych teórií, kde fyziku chápeme ako vedu skúmajúcu *rozlíšenia, regularity a zákony* nezávislej skutočnosti. Tieto *rozlíšenia, regularity a zákony* skúma pomocou nástrojov. Realita obsahuje potenciálne nekonečnú kaskádu týchto črt, z ktorých **všetky sú skutočné**. Každá črta sa odкрýva prostredníctvom nástrojov, ktoré majú konečnú rozlišovaciu schopnosť, a opäť sa stráca pri meraniach pomocou nástrojov, ktoré sú omnoho presnejšie.<sup>26</sup> Neexistuje nástroj, ktorý by otváral prístup **ku všetkým črtám v ich absolútnej ostrosti** – t. j. k realite samotnej.

Z tohto pohľadu ORP realizmus ignorovaním otvorenosti vedeckého pokroku je uväznený v univerze odkrytom pomocou jedinej sady nástrojov – našich telesných orgánov –, a tak z nekonečne bohatej palety črt skutočnosti prijíma len *obyčajné, robustné a priamočiaro prístupné črty*.<sup>27</sup> Inštrumentálny realista nemá v úmysle popierať, že skutočnosť má aj tieto *obyčajné, robustné a priamočiaro prístupné črty*, chce len povedať, že skutočnosť je omnoho bohatšia, než si zástanca ORP realizmu vie predstaviť. ORP realista pripomína niekoho, kto sa rozhodol vidieť svet v stupňoch šedej. Všetko, čo vidí, je reálne a jeho šedý svetonázor nemožno vyvrátiť. Jeho obraz skutočnosti je však oveľa chudobnejší a oveľa menej zaujímavý než obraz inštrumentálneho realistu, plný farieb, ktoré vznikajú súhrou rôznych nástrojov.

Aj vedecký realista obmedzuje bohatstvo aspektov svojho obrazu skutočnosti, keď akceptuje iba aspekty prístupné prostriedkami súčasnej vedy. Od zástancu ORP realizmu sa vedecký realista odlišuje tým, že uznáva existenciu farieb (črt skutočnosti prístupných v rámci určitej inštrumentálnej praxe) a neobmedzuje sa teda na stupne šedej. Ale pripúšťa iba črty prístupné prostriedkami jedinej inštrumentálnej praxe, praxe našej súčasnej vedy. Takto je jeho obraz skutočnosti bohatší než obraz ORP realistu – dokáže nájsť rozlíšenia, ktoré v odtieňoch šedej splyvajú. Jeho svet je však stále ešte jednofarebný. Inštrumentálny realista akceptuje jednofarebný obraz vedeckého realistu, rovnako ako akceptoval obraz ORP realistu, namalovaný v od-

26 Možno to priblížiť pomocou analógie z astronómie. Pri pohľade z veľkej diaľky je Zem malá bodka. Pri lepšom priblížení začne byť viditeľný jej povrch a je možné rozpoznať tvar Afriky. Keď sa však priblížime natoľko, že vidíme jednotlivé budovy na zemskom povrchu, tvar Afriky sa stratí. Pre každý jav tak existuje určitý interval presnosti merania, pri ktorých ho je možné registrovať.

27 Existuje nemalý počet filozofov, ktorí majú námietky proti používaniu termínu pokrok. Ja tento termín používam v hodnotovo neutrálnom, technickom zmysle ako nárast presnosti inštrumentálnej praxe.

tieňoch šedej. Tvrdí však, že skutočnosť je oveľa bohatšia, než sú zástanci dvoch extrémnych foriem realizmu ochotní pripustiť.

V statiach *Epistemologické otázky fyziky: od antinómií čistého rozumu k expresívnym medziam jazyka*<sup>28</sup> a *Epistemologické otázky modernej fyziky*<sup>29</sup> sú opísané základné jazykové rámce v dejinách fyziky. Za predpokladu, že každý z nich je spojený s charakteristickým druhom inštrumentálnej praxe, predstavuje uvedený zoznam súbor inštrumentálnych praxí v dejinách. Ich podrobný opis presahuje možnosti jednej state. Rozhodli sme sa však uviesť výsledný zoznam, aby si čitateľ mohol utvoriť aspoň približný obraz o minimálnej zložitosti fyzikálneho obrazu skutočnosti:

**Newtonovská fyzika** (1687 Newton – 1790 Lagrange): ďalekohľad, kyvadlo, sklený hranol

**Teória kontinuí a fluid** (1750 Euler – 1906 Millican): teplomer, voltmeter, ampérmeter

**Teória atómov a energií** (1808 Dalton – 1924 de Broglie): kalorimeter, reorta, jemné váhy

**Teórie pola** (1862 Maxwell – podnes): intrerferometer

**Kvantová mechanika** (1927 Heisenberg – podnes): katódové žiariče, spektroskop

**Kvantové teórie pola** (1934 Dirac – podnes): synchrotrón.

Každý rámec prináša nový súbor veličín, rovnako ako nový súbor inštrumentov určených na ich meranie. V každom rámci pribúda aj nová fundamentálna konštanta, ktorá umožňuje prepojiť veličiny, ktoré boli v predošlých rámcoch nezávislé. Ako príklad môžeme vziať teóriu elektromagnetického pola, v ktorej je rýchlosť svetla fundamentálna konštanta, umožňujúca prepojiť hmotnosť a energiu pomocou vzťahu  $E = m.c^2$ . V predchádzajúcich jazykových rámcoch neexistoval medzi hmotnosťou a energiou takýto vzťah, okrem iného aj preto, lebo v nich rýchlosť svetla nebola konštantou. Tak inštrumentálna prax teórie pola, založená na prístrojoch ako sú interferometre, pomocou ktorých sa dajú namerať relativistické efekty, obohatila obraz skutočnosti o tento pozoruhodný vzťah.

28 Kvasz, L., *Epistemologické otázky fyziky: od antinómií čistého rozumu k expresívnym medziam jazyka*. *Organon F*, 11, 2004, 4, s. 362-381.

29 Kvasz, L., *Epistemologické otázky modernej fyziky*. *Organon F*, 12, 2005, 1, s. 40-61.

#### 4. Základné princípy inštrumentálneho realizmu

Na záver uvedieme princípy inštrumentálneho realizmu získané zo skúseností pri používaní vedeckých inštrumentov vo fyzike.

##### a. Princíp nezávislosti reality

Svet, ktorého sme súčasťou ako my, tak aj naše inštrumenty, je na nás do veľkej miery nezávislý. Na nás závisí, čo každý z nás urobí so svojím životom a ako naloží so svojím (prírodným aj sociálnym) okolím. Prevažná väčšina prvkov reality je však na nás nezávislá – boli tu predtým, ako sme osídlili Zem, a budú tu aj potom, ako ju opustíme. Cieľom vedy je poznávať túto nezávisle existujúcu realitu.

##### b. Princíp sprostredkovanosti prístupu k realite

Náš vzťah k realite je sprostredkovaný inštrumentmi. Od 17. storočia, kedy Galileo zásadne zmenil spôsob používania inštrumentov vo vede, sa rozsah poznaného výseku skutočnosti podstatne rozšíril. Viackrát sme pritom museli naše predstavy o svete zásadne korigovať, aby sme ich dostali do súladu s poznáním, ktoré nám sprostredkovali nové inštrumenty. Ak chceme inštrumentálny realizmus rozvíjať ako všeobecnú pozíciu, zahŕňajúcu okrem filozofie fyziky a filozofie matematiky aj epistemológiu, môžeme aj naše telesné orgány vyložiť ako druh bielkovinových inštrumentov. Nie je to nevyhnutné – primárne pod inštrumentmi rozumieme teleskopy, urýchľovače a meracie prístroje fyziky spolu s rôznymi nástrojmi symbolickej reprezentácie v matematike.<sup>30</sup>

##### c. Princíp fragmentárnosti prístupu k realite

Inštrumenty spravidla neexistujú izolovane, ale majú tendenciu zoskupovať sa do klastrov, ktoré nazývame *inštrumentálna prax*. Každá z takýchto praxí dokáže pomerne spoľahlivo poznávať určitý aspekt skutočnosti. Vedecké teórie, ktoré sa rodia ako konceptualizácia nahromadenej inštrumentálnej

---

30 Dôraz nie je na slove *symbolický* ale na slove *nástroj*. Viaceré prúdy vo filozofii matematiky (intuicionizmus, konštruktivizmus, finitizmus) považujú symbolické konštrukcie za predmet matematiky. Tézou inštrumentálneho realizmu je, že symbolické konštrukcie nie sú predmetom matematiky, tým je aj naďalej realita matematických objektov a vzťahov. Symbolické konštrukcie považujeme za nástroj, analogický meraciemu prístroju vo fyzike, pomocou ktorého túto realitu poznávame. Tým síce oslabíme radikálnosť intuicionizmu, konštruktivizmu či finitizmu, ale ich prínos – uvedomenie si závislosti matematického poznania na symbolických reprezentáciách – ostáva zachovaný. Námietka, že aj prirodzený jazyk má symbolický charakter, nespochybňuje našu pozíciu. Matematika je zvláštna nie tým, že je symbolická, ale tým, že svoj symbolický aspekt rozpracovala do podoby *inštrumentu*, ktorý umožňuje poznávať určité aspekty skutočnosti neuveriteľne efektívnym spôsobom.

skúsenosti, vykazujú podobnú mieru fragmentárnosti ako inštrumentálne praxe, z ktorých vyrástli. Obraz skutočnosti tak pripomína *diferencovateľnú varietu*, ktorú zaviedol Bernhard Riemann (pri pokuse prekonať Kantovu tézu o závislosti geometrie na názore). Varieta je objekt zadany pomocou súboru *máp*. Príslušné mapy sa čiastočne prekrývajú, pričom v oblasti prekryvu existujú medzi nimi lokálne *preklady*, umožňujúce prejsť z jednej mapy na susednú. Neexistuje jedna mapa (jeden obraz, jedna reprezentácia, jeden jazyk, jedna teória), ktorá by dokázala zachytiť celú skutočnosť. Vzdialené mapy môžu byť dosť odlišné a nemusí medzi nimi existovať priamy preklad.

#### d. Princíp invenčnosti vedy

Vedci v snahe porozumieť skúsenosti nahromadenej v rámci jednotlivých inštrumentálnych praxí vytvárajú reprezentácie skutočnosti, ktoré sú prekvapujúce a kontraintuitívne. Vedci sa síce snažia vytvoriť dojem, že veda a jej obraz skutočnosti sú v zhode so zdravým rozumom, to však už od čias, čo Newton zaviedol sily pôsobiace na diaľku, ani zďaleka nie je pravda. Veda postuluje tie najdivokejšie výmysly od flogistónu a kalorika cez zakrivený časopriestor až po vlnové funkcie majúce za hodnoty komplexné čísla. A ono to funguje, invenčnosť sa vypláca.

#### e. Princíp jednoty vedeckého obrazu sveta

Jednota, ku ktorej v obraze skutočnosti vedie inštrumentálny realizmus, sa líši od jednoty scientizmu, ktorý v podstate v nezmenenej podobe prebral aj vedecký realizmus. Inštrumentálny realizmus, tým, že za základný prvok vedy nepovažuje ani vedecký jazyk, ani vedeckú metódu, ale inštrumentálnu prax vedy, môže do realistického obrazu sveta zabudovať ako *realistický výklad matematiky* (čo bola naša pôvodná motivácia pre rozvíjanie inštrumentálneho realizmu), tak aj *realistický výklad mentálnych stavov* (bez nutnosti ich prekladu do privilegovaného fyzikalistického jazyka či nutnosti podriaďiť sa nejakej fyzikalistickej metodológii). Stačí, aby vznikla konzistentná inštrumentálna prax a súbor sprostredkujúcich prekladov v oblastiach prekryvu blízky inštrumentálnych praxí. Tak pojem diferencovateľnej variety umožňuje nahradiť predstavu jednoty vedy ako *jednoty obrazu* slabším druhom jednoty: *jednotou súboru máp* diferencovateľnej variety.

### 5. Záverečné poznámky

Keď sa z hľadiska uvedených princípov pozrieme na ORP realizmus, vidíme, že inštrumentálny realizmus sa s ním rozchádza prakticky v každom bode (s výnimkou prvého a posledného). Uvedené princípy sme si nevymysleli, ale vyjadrujú prístup súčasnej vedy. Veda nás priviedla k realizmu, ktorý nie je

ani priamočiary (ale sprostredkovaný), ani robustný (ale fragmentárny), ani obyčajný (ale invenčný). Aj napriek tomu si uchováva základné črty ako nezávislosť a jednota skutočnosti. Veríme, že práve vďaka fragmentárnosti bude náš prístup príťažlivý pre kolegov, ktorým nie je sympatický ani scientizmus (ktorý pozná jediný prístup k realite, a to svoj vlastný), ani sociálny konštruktivizmus (ktorý končí v relativizme). Fragmentárna jednota vedeckého obrazu sveta ako variety dáva dostatok priestoru alternatívnym projektom, avšak stále požaduje možnosť prekladu v oblastiach prekryvu.

## SUMMARY

### **Scientific instruments and reality**

The aim of this paper is to investigate the role played by scientific instruments in the mediation of access to reality. We focus on instruments used in physics for experiments and measurement. Their role ranges from rendering accurate the description of the phenomena which are uncovered, as well as of common experience, to providing access to phenomena which in normal experience have no analogy, and to testing scientific theories. The progress of science often leads to the discovery of new instruments and to the emergence of new instrumental practice. In the light of this new practice, some theoretical entities, postulated by the preceding theories, will be confirmed and will become a lasting part of physical reality (as the intersection of several instrumental practices – for example, atoms, postulated in theories of chemical reactions, were later confirmed by spectrometers), while others will be dissolved (if the new instrumental practice comes into conflict with the predictions of older theory – for example caloricum, postulated in the 18<sup>th</sup> century in thermodynamics, was refuted by means of calorimetry in the 19<sup>th</sup> century). This tension between instrumental practice and the progress of scientific theories grounds a dynamic which results in an instrumentally-constituted reality.

**Keywords:** instrumental realism, scientific realism, robust realism

---

## Diskusní studie

---

# O (vedeckých) inštrumentoch na pozadí Kvaszovho inštrumentálneho realizmu

**Pavol Labuda** —

Filozofická fakulta Katolíckej univerzity v Ružomberku

„Inštrumenty sú materializované teórie.“<sup>1</sup>

Gaston Bachelard

### Úvod

Podľa koncepcie inštrumentálneho realizmu sa veda uskutočňuje ako prax prostredníctvom inštrumentov a experimentálnych situácií. Inštrumentálny realizmus je teda charakteristický tým, že pre vysvetľovanie dynamicky sa rozvíjajúcej vedeckej praxe (a) akcentuje centrálnu úlohu inštrumentov, (b) kritizuje výhradne propozičný charakter analýzy a (c) priznáva istý stupeň skutočnosti entitám, ktoré sa v predchádzajúcej filozofii vedy považovali za čisto teoretické.<sup>2</sup> Na scénu filozofie vedy týmto vstupuje myšlienka, že vedecké objekty sú konštituované za pomoci inštrumentov. Aká je však samotná povaha inštrumentov? V tejto diskusnej štúdií sa prostredníctvom polemiky s Kvaszovým variantom inštrumentálneho realizmu pokúsím objasniť problematickosť statusu inštrumentov v rámci jeho pozície a zároveň budem obhajovať pozíciu, že inštrumenty nie sú len predmetmi objektívneho sveta a inštrumentalizácia nie iba výsadou vedeckého typu skúsenosti, ale že inštrumenty sú aj integrálnou súčasťou našej bežnej skúsenosti a inštrumentalizácia je aj parametrom nášho prirodzeného jazyka.

---

1 Bachelard, G., *Le nouvel esprit scientifique*. Paris, Presses Universitaires de France 1999, s. 47.

2 Pozri Ihde, D., *Instrumental Realism: The Interface Between Philosophy of Science and Philosophy of Technology*. Bloomington, Indiana University Press 1991, s. 98-114. Ďalej citované ako *Instrumental Realism*.



## 1. Don Ihde a vznik inštrumentálneho realizmu

Označenie „inštrumentálny realizmus“ zaviedol do oblasti filozofie vedy a techniky americký mysliteľ Don Ihde.<sup>3</sup> Ide o pomenovanie, ktorým Ihde interpretoval tendencie v prácach päťice filozofov vedy (Hubert Dreyfus, Patrick Heelan, Robert Ackermann, Ian Hacking a Don Ihde).<sup>4</sup> Išlo o tendencie konvergujúce k rozpoznaní experimentovania ako technologického stelesnenia vedy. Pre výklad vedy sa tak centrálnou myšlienkou týchto filozofov stala myšlienka inštrumentálnej praxe.

Vznik tejto pozície podľa Ihdeho úzko súvisel aj s prekonávaním troch priepastí živých dovtedajšou teóriou vedy.<sup>5</sup> Prvú priepasť medzi samotnými disciplínami filozofie vedy a filozofie techniky zapríčinilo ignorovanie zo strany filozofov vedy, ktorí zanedbali dôležitosť inštrumentov a technológií pre výklad vedy. Druhú priepasť spôsobila schizma analytickej a kontinentálnej filozofie, ktorú Ihde zo svojej perspektívy predstavuje ako schizmu metód a kánonov literatúry anglo-amerických *versus* euro-amerických predstaviteľov filozofie. Tretiu priepasť Ihde identifikoval ako priepasť medzi teoretizáciu-preceňujúcimi a teoretizáciu-podceňujúcimi tendenciami pri výklade vedy. Proponenti inštrumentálneho realizmu sa snažili tieto priepasti zlaníť a ekumenicky prekonať vyššie uvedené schizmy pomocou vysvetlenia vedy ako dynamicky sa rozvíjajúcej inštrumentálnej praxe. Inštrumentálny realizmus akcentuje centrálnu úlohu inštrumentálnej praxe a priznáva určitý stupeň reálnosti entitám, ktoré sa konštituuju inštrumentálne.

## 2. Inštrumentálny realizmus Ladislava Kvasza

Vysvetlenie vedy ako dynamicky sa rozvíjajúcej inštrumentálnej praxe a priznanie statusu reálnosti objektom konštituovaným pomocou tejto praxe je aj charakteristikou nesmierne zaujímavého a na stránkach časopisu *Organon F* publikovaného domáceho filozofického projektu. Ladislav Kvasz v trojici vedeckých štúdií venovaných výkladu vývoja matematiky rozpracováva

3 V súvislosti s prvenstvom použitia je zaujímavou zmienka, ktorú uvádza Ihde v epilógu svojej knihy: „Navyše, rád by som ešte poukázal na Davisa Bairda, bývalého študenta Iana Hackinga, teraz asistenta na University of South Carolina. Baird je autorom [článku] „Five Thesis on Instrumental Realism“ (PSA, Vol. 1, 1988, s. 165-173), v ktorom sa domnieva, že zaviedol termín „inštrumentálny realizmus“. Prvýkrát sme sa stretli na jar 1988 (ja som používal tento termín od roku 1977).“ In: Ihde, D., *Instrumental Realism*, c. d., s. 150. (Preklad P.L.)

4 Don Ihde ich identifikuje ako vzájomne na seba referujúce práce spadajúce do obdobia medzi rokmi 1972-1987.

5 Pozri Ihde, D., *Instrumental Realism*, c. d., s. X.

pozíciu, ktorú identifikuje s inštrumentálnym realizmom.<sup>6</sup> Pokúsme sa teraz aspoň stručne predstaviť základné parametre Kvaszovho inštrumentálneho realizmu, aby sme mohli neskôr pristúpiť ku kritickému prehodnoteniu Kvaszovho chápania inštrumentov a aby sme ponúkli vlastný pohľad na status inštrumentov a povahu inštrumentalizácie. A hoci si Kvaszov podnetný projekt určite zasluhuje komplexnú pozornosť v kontexte jeho teórie vedy, pre účel tohto textu (ktorým je polemika s Kvaszovým chápaním inštrumentov) bude celkom postačovať, ak Kvaszovu verziu inštrumentálneho realizmu kalibrovaného pre oblasť matematiky (ďalej už len  $IR_{LK}$ ) predstavíme len prostredníctvom minimalistického priblíženia štyroch základných pojmov: skúsenosť, jazyk, realita a inštrumenty.

**Skúsenosť:** Kvasz odmieta apriórnosť matematického poznania a tvrdí, že aj matematické poznanie je založené na určitom type skúsenosti. Nie je to však skúsenosť prirodzená.<sup>7</sup> Matematická skúsenosť je podľa neho sprostredkovaná artefaktmi, a preto ide v prípade matematiky o skúsenosť inštrumentálnu. Na to, aby sme dokázali predstaviť matematiku ako skúsenostnú vedu, však potrebujeme rekonceptualizovať tradičnú dichotómiu medzi empiriou a racionalitou. Kvasz si je tejto podmienky plne vedomý a jej naplnenie podstupuje vo forme kroku zjemenia dichotómie empirického charakteru inštrumentálnej a neempirického charakteru symbolickej skúsenosti. Záverečná klasifikácia, ku ktorej sa dopracováva, má potom nasledovnú podobu.

Skúsenosť:

- (a) prirodzená = neinštrumentálna (bez artefaktov)
- (b) inštrumentálna = artefaktuálna (s artefaktmi)
  - (b1) experimentálna (fyzikálneho typu) – meracie prístroje
  - (b2) symbolická (matematického typu) – nástroje symbolickej a ikonickéj reprezentácie.

**Jazyk:** Kvasz svoj model jazyka formuluje ako kontrapozíciu ku Quineovmu jazykovému holizmu. Tvrdí, že „[j]azyk netvorí jeden súvislý celok. (...) Jazyk je skôr súborom fragmentov, z ktorých každý bol vytvorený s iným účelom, podľa odlišných pravidiel, v rôznych dobách.“<sup>8</sup> Jazyk matematiky je teda súborom rozličných sád nástrojov symbolickej a ikonickéj reprezentácie. Kvasz tým zastáva pluralitu jazykov matematiky. Jazykov, ktoré sú ná-

6 Ide o nasledujúce práce Ladislava Kvasza: Matematika a skúsenosť. *Organon F*, 16, 2009, 2, s. 146-182; Matematika a skutočnosť. *Organon F*, 18, 2011, 3, s. 302-330; a Inštrumentálny realizmus – odpoveď na kritiku. *Organon F*, 22, 2015, 1, s. 109-131.

7 Kvasz, L., Matematika a skúsenosť, c. d., s. 147.

8 Tamže, s. 150.

strojmi otvárajúcimi „prístup k javom a súvislostiam [reality], ktoré by bez týchto nástrojov zostali navždy nepoznateľné“.<sup>9</sup>

**Realita:** Kvaszova pozícia vychádza z predpokladu, že k realite prístup máme. Síce sprostredkovaný inštrumentami, ale napriek tomu dosť robustný na to, aby sa dalo tvrdiť, že čísla či trojuholníky reálne existujú. Kvasz uvádza, že časom sme si na inštrumentálne postulované entity natoľko zvykli, že ich pokladáme za reálne.<sup>10</sup> Konštitúcia matematickej (ale aj fyzikálnej) reality podľa Kvasza spočíva v tom, že „hypotetickým entitám..., ktoré boli pôvodne postulované bez nároku na reálnu existenciu ... prisúdime status objektov ontologicky rovnocenných s predmetmi bežnej skúsenosti“.<sup>11</sup> Zo všetkých troch textov sa zdá, že Kvasz neprijíma, či presnejšie povedané odmieta ideu objektového jazyka, pretože otázku vzťahu určitého teoretického jazyka k mimojazykovej realite navrhuje reformulovať do podoby: Kedy je teoretický jazyk preložiteľný do ontologického jazyka?<sup>12</sup> Podľa inštrumentálneho realizmu Kvaszovho variantu matematickú realitu „tvoria stabilizované obsahy inštrumentálnych reprezentácií“.<sup>13</sup> Domnievam sa, že práve vyššie uvedené tvrdenia o povahe reality vyvolali na stránkach *Organonu F* rozpačité reakcie. Otázkou v centre reakcií bolo, či Kvaszov pojem reality spĺňa požiadavku nezávislosti, a či Kvaszova pozícia nie je skôr lavírovaním medzi realizmom a antirealizmom<sup>14</sup> alebo druhom interného realizmu na spôsob Putnama<sup>15</sup> alebo určitým variantom antirealizmu.<sup>16</sup>

**Inštrumenty:** Keďže sa jasne ukazuje, že práve inštrumenty a prax ich používania hrá centrálnu úlohu jednak pri výklade vývoja vedy, ale aj pri objasňovaní sprostredkovanosti vzťahu vedy k realite, pozrime sa teraz na to, ako inštrumenty opisuje v poslednej zo svojich prác venovaných projektu IR Ladislav Kvasz: „... inštrumenty (fyzikálne, matematické aj bielkovinové), sú fyzické predmety, a ako také sú súčasťou ‚vonkajšej‘, objektívnej skutočnosti. V prípade matematiky ide o škrvny atramentu na papieri (alebo kamienky poukladané do obrázkov, ...), ale tieto škrvny sú rovnako skutočné ako teplomery, teleskopy či tomograf. Samozrejme, matematika nie je o škrvnách. Predmetom matematiky nie sú čiary nakreslené na papieri, ale ideálne rovné

9 Tamže, s. 164.

10 Kvasz, L., *Matematika a skutočnosť*, c. d., s. 304.

11 Tamže, s. 304.

12 Tamže, s. 315.

13 Tamže, s. 321.

14 Peregrin, J., Kvaszova filosofie matematiky mezi platonismem a naturalismem. *Organon F*, 17, 2010, 1, s. 71-80.

15 Bánovský, J., Some Notes on Instrumental Realism. *Organon F*, 21, 2014, 2, s. 237-247.

16 Labuda, P., Priamočiary realizmus a jeho pozícia v rámci sporu realizmu a antirealizmu. *Organon F*, 20, 2013, 1, s. 64-78. A ďalšia práca: Labuda, P., Inštrumentálny realizmus, ontológia rozlíšení a problém ontologického statusu inštrumentov. *Organon F*, 21, 2014, 2, s. 180-197.

a nekonečne dlhé priamky. Práve preto hovorím, že škvrny na papieri sú *nástrojmi*, pomocou ktorých realitu poznávame, a nie realitou samou.<sup>47</sup>

Inštrumenty sú (nielen) v našej kultúre ikonami vedy. V dejinách východného aj západného umenia vždy doprevádzali a doprevádzajú vyobrazenia vedcov. Aby sme dokázali pochopiť výhody i limity, ktoré inštrumentálnemu realizmu prinášajú, skúsme odpovedať na nasledujúcu dvojicu otázok: Aká je samotná povaha inštrumentov? Čo vlastne je a čo nie je inštrumentom?

### 3. Povaha inštrumentov

O inštrumente možno uvažovať ako o prvku fyzického (objektívneho) sveta. Teda tak, ako to činí vo vyššie uvedenom úryvku Ladislav Kvasz. V tomto chápaní inštrument leží v objektívnom fyzickom svete nezávisle od našich kognitívnych možností či schopností. Aspekt nezávislosti inštrumentov nám dovoľuje vysvetliť možnosť ich nevedomého používania a zároveň nám umožňuje vysvetliť vplyv inštrumentov na zmenu či vývoj našich pojmových schém. Aspekt nezávislosti však generuje aj určitý problém. Ide o problém vysvetlenia povahy inštrumentu. Ak zdôrazníme aspekt nezávislosti, strácame dôležitý parameter pre vysvetlenie toho, prečo niečo je, respektíve nie je inštrumentom. Nevieme vysvetliť, ako sa niečo inštrumentom stáva. Aspekt nezávislosti totiž zahmlieva parameter artefaktuality inštrumentov a parameter vloženého účelu, čím automaticky znižuje možnosť odhalenia skutočného významu inštrumentov pre vysvetlenie vývoja vedy. O inštrumente by sme preto nemali uvažovať iba ako o prvku objektívneho sveta. O inštrumente by sme mali uvažovať aj ako o prvku závislom od nášho myslenia a vôle, v zmysle nástroja na vykonávanie našich intencií. Práve aspekt závislosti vysvetľuje význam inštrumentu. Jeho slabinou však je, že zahmlieva objektívnu (rozumej od myslenia a jazyka nezávislú) existenciu.

Inštrument sa tým stáva obyvateľom dvoch svetov. Je obyvateľom nezávislého sveta, ktorý mu zabezpečuje, že existuje. Je však aj obyvateľom sveta závislého, ktorý mu zabezpečuje, že existuje práve *ako* inštrument. Inštrument je niečím, čo slúži systematickému účelu realizovanému v rámci určitej plánovanej praxe. Amy Kulper to výstižne zachytáva vo vyjadrení, že „... inštrumenty sú prostriedky, ktoré zachovávajú reprezentačné stopy svojej inštrumentality, upriamujú [našu] pozornosť na prácu nástrojov a inštrumentálny svetonázor, ktorý sa tým vytvára a propaguje“.<sup>18</sup>

17 Kvasz, L., Inštrumentálny realizmus – odpoveď na kritiky, c. d., s. 109-110.

18 Kulper, A. C., Realism: A Tautological Tale. *Scapegoat: Architecture, Landscape, Political Economy*, Summer 2012, Issue 03, s. 3.

Ukazuje sa, že spoločným menovateľom, ktorý prepája oba aspekty inštrumentu, by mohlo byť jeho účelové používanie, teda *inštrumentálna prax*. Inštrument plní očakávaný účel tým, že zhotoviteľovi a používateľom umožňuje dosiahnuť to, čo bez inštrumentu nie sú schopní. Inštrumenty nám tak zväčšujú kognitívno-manipulačný dosah. Práve tu je dôležité upozorniť, že zdôrazňovanie aspektu nezávislosti inštrumentu zapríčiňuje zahmlievanie možností adekvátneho vysvetlenia inštrumentálnej praxe. Je potrebné si uvedomiť, že spredmetňovanie inštrumentov v zmysle odhliadania od kontextu ich použitia z inštrumentov robí nezaujímavé ontologické posita.

Ak by sme uvažovali o matematike, tak dokladom užitočnosti inštrumentov vo forme matematických nástrojov môže byť napríklad desiatková pozíčná sústava umožňujúca jednoduchosť a prístupnosť myšlienkových operácií sčítania, odčítania, násobenia či delenia. Ide o matematický nástroj, ktorý pracuje ako zástupná manipulácia za ľubovoľné objekty našej pozornosti a praxe.

Inštrument teda nie je len prvkom fyzického sveta a jeho pravú povahu rozpoznáme až vtedy, keď si uvedomíme, že inštrument je niečo, čo je používané v rámci určitej sociálnej praxe za nejakým vedomým (ale sprostredkované aj nevedomým) účelom. Pri takto širokom vymedzení však možno za inštrument považovať nielen elektrónový mikroskop či desiatkovú pozíčnú sústavu, ale aj prirodzený jazyk, ktorý je tiež nástrojom symbolickej a ikonickej reprezentácie.

#### 4. Kritika $IR_{LK}$ s ohľadom na povahu inštrumentov a ich vzťah k realite

Jeden z problémov Kvaszovho projektu vidím v tom, že za predmet matematiky určuje idealizácie, ktoré sú zároveň výsledkom našich kognitívnych procesov získaných za pomoci inštrumentálnej praxe (precíznej, netriviálnej a extrémne disciplinovanej manipulácie so škvrnami na papieri). Idealizované objekty typu priamky či trojuholníka však existenčne i funkčne podliehajú intersubjektívnej a kultúrnej podmienenej inštrumentálnej praxi. To znamená, že  $IR_{LK}$  sa nevyslovuje ku vzťahu matematiky k objektívnej realite (v zmysle parametra nezávislosti od jazyka matematika) a jediná realita, ktorú projekt  $IR_{LK}$  tematizuje, je realita, ktorú inštrumenty matematiky konštituujú. Teda realita jazykovo závislá a konštituovaná výhradne na základe matematickej praxe.<sup>19</sup> Pre Kvaszov projekt totiž jednoznačne platí: *byť znamená byť ontologickým rezíduom inštrumentálnej matematickej praxe*.

<sup>19</sup> Navyše sa zdá, že v prípade  $IR_{LK}$  nie je celkom jednoduché odlišiť jazykovú a inštrumentálnu prax matematiky.

Čo je však inštrumentom matematiky? Matematický jazyk? Matematický jazyk *netvorí* škvrnny na papieri či kamienky. Matematický jazyk či jazyky *tvorí* až inštrumentálna prax, teda určitými pravidlami riadená manipulácia s týmito škvrnami či kamienkami. Jazyk matematiky má teda oba aspekty inštrumentu: je prvkom fyzického sveta v zmysle existenčnej nezávislosti, čím je zabezpečené, že je intersubjektívne osvojiteľným, ale je zároveň závislým sociálnym konštruktom konštituovaným v profesne-koordinovanej praxi žitého sveta matematických expertov. Ladislav Kvasz vo svojej odpovedi na kritiky píše: „[B]od[om], ktorý vedie k nedorozumeniam v chápaní inštrumentálneho realizmu u oboch doterajších kritikov ... je to, že inštrumentálny realizmus chápajú ako určitú jazykovú prax. Inštrumenty sú však mimojazykové predmety, predmety patriace do vonkajšieho sveta. Preto inštrumentálna prax je podobná skôr technologickej než lingvistickej praxi. Práve preto, že inštrumenty stoja mimo jazyk, môžu v jazyku matematiky hrať konštitutívnu úlohu. Matematika má jazyk, ale matematika (rovnako ako fyzika) je zaujímavá tým, že jej jazyk je inštrumentálne ukotvený.“<sup>20</sup>

Zamyslime sa teda, či z Kvaszovho chápania jazyka matematiky ako súboru (rozličných sád) nástrojov symbolickej a ikonickkej reprezentácie nevyplýva, že inštrumentálna prax je zároveň aj praxou jazykovou. Tvrdím, že ak by inštrumenty matematiky nemali jazykový charakter, tak by buď vôbec intersubjektívne nepriradzovali zmysel, alebo by museli byť čistým nejazykovým *ergo* nediskrétnym myslením. Boli by buď postmodernou ekvilibristikou, alebo mystickým poznaním vhladom. Vychádzam pritom z predpokladu, že jazyk je fenomén, v ktorom sa prostredníctvom objektívne existujúcich diskretných jednotiek intersubjektívne fixuje zmysel.

Kvasz síce tvrdí, že matematika je založená na symbolickej skúsenosti, a že táto jej symbolická skúsenosť je *inštrumentálna*, pričom inštrumenty chápe ako systémy vecí vo vonkajšom svete, ktoré podliehajú prísnyim pravidlám manipulácie, avšak nijakým spôsobom nevysvetľuje, v čom spočíva oná špecifickosť symbolickej skúsenosti matematiky v porovnaní so symbolickou skúsenosťou prirodzeného jazyka. Preto považujem za neudržateľné, že prirodzenému jazyku Kvasz nezdôvodnene nepriznáva symbolickú skúsenosť a o prirodzenej skúsenosti tvrdí, že je neinštrumentálna. Odvoláva sa pritom na neprijateľnosť tézy o vysvetľovaní jazyka vedy z lona prirodzenej skúsenosti a bežného jazyka. Je však otázne, či aj sama Kvaszova koncepcia nenasleduje či nepredpokladá ducha tejto tézy, keď vznik matematiky vysvetľuje procesom idealizácie a vývoj matematiky vysvetľuje presunmi na „vyššie poschodia“.<sup>21</sup>

20 Kvasz, L., Inštrumentálny realizmus – odpoveď na kritiky, c. d., s. 122.

21 Kvasz, L., Matematika a skutočnosť, c. d., s. 320.

Pozrime sa ešte na jeden moment, ktorý spriezační moju výhradu voči špecifickosti, ktorú inštrumentom priznáva  $IR_{LK}$ . Kvasz tvrdí: „Inštrumentálny realizmus je ďalší pokus v interpretácii Kantovho objavu sprostredkovaného charakteru poznania, pri ktorom *namiesto pojmových schém berieme inštrumentálnu prax*. Táto prax je, samozrejme, intersubjektívna podobne ako pojmové schémy. Ako jazyk, tak aj inštrumentálna prax je súčasťou ľudskej kultúry. Je však objektívna ešte v ďalšom zmysle, než aký ponúka Putnam. Inštrumenty na rozdiel od pojmových schém sú fyzické predmety, sú súčasťou externej reality.“<sup>22</sup>

Chápem a oceňujem, že od Kanta k Putnamovi sa Kvasz snaží zosilniť líniu objektivity a nezávislosti v zmysle posunu od Kantových *subjektívnych* apriórnych foriem nazerania cez Putnamove *intersubjektívne* pojmové schémy až k *inštrumentálnej praxi* zakotvenej v objektívnej realite. Pre všetkých troch ale platí, že pojem objektívnej reality majú len ako nutný, no epistemicky úplne nezaujímavý postulát „veci o sebe“. Tvrdím, že tento druh realizmov (transcendentálny, interný aj inštrumentálny) stále ignoruje pojem epistemicky relevantnej reality. Navyše, Kvaszov pokus predstaví Putnamovu pozíciu oslabene tým, že jeho pojmové schémy predstavuje ako odstrihnuté od inštrumentálneho média, podľa môjho názoru neobstojí. Putnamova myšlienka pojmovej relativity je predsa založená na rozmanitosti jazykových hier. Pluralita konceptuálnych schém predpokladá pluralitu slovníkov.<sup>23</sup>

Ak sú z hľadiska  $IR_{LK}$  diskrétné jednotky fyzického sveta (napr. škvry na papieri) inštrumentami matematiky a pravidlá manipulácie s tými inštrumentami sú technologickou praxou, tak sa pred nami opätovne vynára otázka: Čo môžeme považovať za realitu matematiky? Realitu v zmysle nezávislosti na jazyku a inštrumentálnej praxi matematiky? Zdá sa, že priamky, úsečky, integrály, fraktály ani rovnice to byť nemôžu. Nevyhovujú z dôvodu toho, že hoci sú idealizáciami (ontologickými positami) vytvorenými myšlienkovým abstrahovaním, sú vytvorené až na základe manipulácie s diskrétnymi jednotkami. Realitou ale asi nemôže byť ani socio-kultúrna prax s nástrojmi, pretože (ak odhliadneme od jej extrémne precíznej a discipli-

22 Kvasz, L., Inštrumentálny realizmus – odpoveď na kritiku, c. d., s. 128.

23 Prepojenosť medzi pojmovými schémami, jazykmi a praktickými cieľmi konania je u Putnama zrejme napríklad z nasledujúcej pasáže: „[F]akt, že človek môže tú istú miestnosť opísať s použitím dvoch rôznych slovníkov ... *neznamená*, že sa nedá hovoriť o tom, ako sa tieto slovníky vzťahujú k dobre známym predmetom v miestnosti; dá sa to robiť viacerými spôsobmi, v závislosti na tom, aké zdroje sú k dispozícii v rámci metajazyka a aký je zámer vysvetlenia. (...) Ak je zafixovaný určitý jazyk a daná určitá schéma ‚predmetov‘, nie je vzťah medzi ‚slovami a predmetmi‘ nepopísateľný.“ Pozri Putnam, H., The Question of Realism. In: Conant, J. (ed.), *Words and Life*. Cambridge, Mass., Harvard University Press 1994, s. 295-312 (preklad P.L., citované zo s. 209).

novanej manipulácie) táto nie je nijak výnimočná od praxe nášho bežného jazyka.

## Záver

Zdá sa, že jazyk matematiky a matematická realita sú tak len dvoma stranami matematickej inštrumentálnej praxe. Na strane jazyka nachádzame diskkrétne jednotky (v podobe viditeľných či počuteľných znakov), na druhej strane nachádzame len (onto)logické posítá týchto jazykových jednotiek či ich vzťahov. A uprostred? Uprostred myšlienkové operácie v podobe pravidiel (počítania, odpočítavania, multiplikovania, derivovania etc.), ktoré sú nám však známe jedine prostredníctvom inštrumentálnej praxe narábania s danými diskrétnymi jednotkami.

Pred záverečným vyslovením sa k vzťahu inštrumentov a reality je užitočné rozlíšiť, či uvažujeme o matematike ako o nástroji, alebo o matematike ako o predmete. *Matematika ako nástroj* našej pozornosti je nazeraná cez inštrumentálnu prax ako manipulácia s niečím, čo poskytuje matematizovateľnosť. *Matematika ako predmet* našej pozornosti je v podstate oslobodeným nástrojom, pri ktorom zámerne odhliadame od toho, *ako* a *načo* bola matematická štruktúra zostrojená. V podstate ide o odlišenie skúmania matematickej štruktúry ako objektu od skúmania matematickej štruktúry ako nástroja na poznávanie niečoho nematematického.<sup>24</sup>

Inštrumentálny realizmus Ladislava Kvasza je elegantná a nesmierne zaujímavá pozícia, ktorá vysvetľuje historický vývoj matematiky pomocou výkladu zmien (posunov aj prielomov) medzi jednotlivými formami jazyka a inštrumentálnej praxe matematiky. Musíme však upozorniť na fakt, že  $IR_{LK}$  pritom skúma matematickú štruktúru najmä ako predmet, na základe čoho potom automaticky odhliada od reality nezávislej na jazyku. Otázky typu – Ako sa rodí matematika z lona bežnej skúsenosti? Ako sa rodí jazyk matematiky z lona prirodzeného jazyka? či otázka Ako sa matematické teórie vzťahujú k žitému svetu? – zostávajú Kvaszovým projektom (zatiaľ) celkom nezodpovedané. Ontologická beztrnosť matematiky (či presnejšie povedané irelevantnosť jej ontologických záväzkov) nachádza svoje vyjadrenie v nasledujúcej myšlienke „... akonáhle vybudujeme model jazyka v podobe presne vymedzeného ... systému, začína tento systém do určitej miery „žiť“ svojím vlastným životom“<sup>25</sup>

24 K tomu pozri aj Svoboda, V. – Peregrin, J., *Od jazyka k logice. Filozofický úvod do moderní logiky*. Praha, Academia 2009, s. 174-177.

25 Tamže, s. 176.



Pokúsil som sa ukázať dôvody, prečo návrh Ladislava Kvasza chápať inštrument ako objekt fyzického sveta nepovažujem za výkladovo dobrý krok. Okrem vyššie uvedeného nedostatku (zanedbanie aspektu účelovosti a použitia inštrumentov) totiž problémom ostáva aj to, že ak Kvasz odmieta samotnú myšlienku objektového jazyka a riešenie otázky realizmu ako vzťahu reality a jazyka, tak jeho koncepcia vlastne neposkytuje priestor ani pre vysvetlenie ontologickej superpozície inštrumentov ako prvkov fyzického (objektívneho) sveta, ktoré majú zabezpečiť konštituovanie všetkých ostatných entít. Akýkoľvek objekt v rámci  $IR_{LK}$  je z hľadiska princípu – *byť* znamená *byť ontologickým rezíduom inštrumentálnej matematickej praxe* – v podstate iba ontologickým rezíduom použitia jazyka či predchádzajúcej inštrumentálnej praxe.

## SUMMARY

### **On (scientific) instruments within Kvasz's version of instrumental realism**

According to instrumental realism (Don Ihde, *Instrumental Realism*, 1991) science comes about by virtue of instruments and within experimental situations. This is the idea of the technological embodiment of science in experimentation. In its broader sense, instrumental realism: (a) emphasizes dynamically-developing scientific praxis, giving a central role to instruments; (b) offers a critique of a purely propositional view of the character of analysis used in the philosophy of science; and (c) gives some degree of “reality-status” to entities often taken (by the preceding philosophy of science) to be merely theoretical (Ihde, 98-114). However, one can ask what the nature of the instruments is? Do they constitute any specific kind of experience? In this paper I examine the problematic status of the instruments within the IR position developed by Ladislav Kvasz, and I go on to suggest how to defend the position that instruments are not only a part of scientific praxis, but also a key part of our everyday life and our ordinary language.

**Keywords:** instrument, experience, language, thought, praxis, reality, anti-realism, Don Ihde



# Sedmkrát z logiky a metologie vědy

aneb

Artikulace – Axiomatizace – Demarkace – Explanace

Formalizace – Instrumentalizace – Matematizace

Vladimír Havlík (ed.)

**Odpovědná redaktorka** Alena Bakešová

**Obálka** Jan Dobeš, Designiq

**Sazba** Alena Bakešová

**Design** Studio Designiq

**Tisk** První dobrá, s.r.o.

Vychází jako mimořádné číslo Filosofického časopisu, 3/2015,

ISSN 0015-1831,

v nakladatelství FILOSOFIA Filosofického ústavu

Akademie věd České republiky, v. v. i.

Jilská 1, 110 00 Praha 1 jako jeho 421. publikace

Vydání první

ISBN 978-80-7007-440-4

Praha 2015

Vytištěno v České republice

Stran 154

Elektronické vydání první

ISBN 978-80-7007-606-4

Praha 2020

ISBN 978-80-7007-440-4



9 788070 074404